



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен  $\sqrt{(25x-9)(x-6)}$ , девятый член равен  $x+3$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $2 : 5$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $100 \times 400$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 710$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1

$\{b_n\}$  - геометрическая прогрессия

$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}; \quad b_9 = x+3; \quad b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$(25x-9)(x-6) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; \frac{9}{25}) \cup (6; +\infty)$$

По характеристическому свойству геом. прогрессии:

$$b_{11}^2 = b_7 \cdot b_{15} = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = \left| \frac{25x-9}{x-6} \right|$$

при  $x \in (-\infty; \frac{9}{25}) \cup (6; +\infty)$ :  $b_{11} = \sqrt{\frac{25x-9}{x-6}}$

Аналогично,  $b_9^2 = b_7 \cdot b_{11} = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot \sqrt{\frac{25x-9}{x-6}} = 25x-9$

$$(x+3)^2 = 25x-9$$

1) при  $x \in (-\infty; \frac{9}{25})$ :  $x^2 + 6x + 9 = 9 - 25x$ ;  
 $x^2 + 31x = 0$ ;  $x(x+31) = 0$   
 $x = 0$  или  $x = -31$

2) при  $x \in (6; +\infty)$ :

$$x^2 + 6x + 9 = 25x - 9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$x = 18 \text{ или } x = 1 \text{ (не удовл. усл. } x > 6)$$

Ответ:  $-31; 0; 18$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 2

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} & (1) \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} & (2) \end{cases}$$

(2): Заметим, что  $|y+4| + 4|y-5| \geq 9$ .

При  $y < -4$ :  $-4-y + 20-4y = 16-5y \geq 36$

При  $-4 \leq y < 5$ :  $y+4 + 20-4y = 24-3y \geq 9$

При  $y \geq 5$ :  $y+4 + 4y-20 = 5y-16 \geq 9$

А  $\sqrt{81-z^2} \leq 9$ , т.е.  $\sqrt{81-z^2} \leq \sqrt{81} = 9$

Значит, равенство достигается при  $|y+4| + 4|y-5| = 9$

и  $\sqrt{81-z^2} = 9$ ;

Тогда,  $y = 5$ ,  $z = 0$

(1):  $\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{(x+5)(1-x)} - 4$$

$$(x+5) - 2\sqrt{(x+5)(1-x)} + (1-x) =$$

$$= 4(x+5)(1-x) - 16\sqrt{(x+5)(1-x)} + 16,$$

$$3 - \sqrt{(x+5)(1-x)} = 2(x+5)(1-x) - 8\sqrt{(x+5)(1-x)} + 8,$$

$$7\sqrt{(x+5)(1-x)} = 2(x+5)(1-x) + 5$$

Пусть  $(x+5)(1-x) = t$ ,  $t \geq 0$

$$7\sqrt{t} = 2t + 5,$$

$$49t = 4t^2 + 20t + 25,$$

$$4t^2 - 29t + 25 = 0,$$

$$D = 29^2 - 16 \cdot 25 = 841 - 400 = 441$$

$$t = \frac{29 \pm 21}{8}; \quad t = \frac{50}{8} = \frac{25}{4} \quad \text{или} \quad t = \frac{8}{8} = 1$$

1)  $(x+5)(1-x) = 1,$

$$5-4x-x^2 = 1,$$

$$x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 4 = 32$$

$$x = \frac{-4 \pm 4\sqrt{2}}{2} = -2 \pm 2\sqrt{2}$$

$$-2 - 2\sqrt{2} \notin [-5; 1];$$

$$3 \in [2\sqrt{2}]$$

$$9 \in [8]; \quad \text{т.е. } 9 > 8, \text{ но } -2 - 2\sqrt{2} > -5; \quad -2 - 2\sqrt{2} < 1$$

$$-2 + 2\sqrt{2} \in [1] \Leftrightarrow 2\sqrt{2} \in [3] \Leftrightarrow 8 \in [9];$$

$$\text{т.е. } 8 < 9, \text{ но } -2 + 2\sqrt{2} < 1; \quad -2 + 2\sqrt{2} > -5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) (x+5)(1-x) = \frac{25}{4},$$
$$x^2 + 4x + \frac{5}{4} = 0,$$

$$D = 16 - 4 \cdot \frac{5}{4} = 11$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{11}}{2},$$

$$\frac{-4 - \sqrt{11}}{2} \leq -5,$$

$$-4 - \sqrt{11} \leq -10,$$

$$6 \leq \sqrt{11}. \text{ П.к. а. } 6 > \sqrt{11}. \text{ н.д. } \frac{-4 - \sqrt{11}}{2} \geq -5. \quad \frac{-4 - \sqrt{11}}{2} < 1$$

$$-5 \leq \frac{-4 + \sqrt{11}}{2} \leq 1.$$

$$\text{Ответ: } (-2 \pm 2\sqrt{2}; 5; 0); \left( \frac{-4 \pm \sqrt{11}}{2}; 5; 0 \right).$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10,$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3(p+4) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10,$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x = 12 \cos^2 x - 6 + 10,$$

$$4p \cos^3 x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0,$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0,$$

Пусть  $\cos x = t$ ,  $t \in [-1; 1]$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0,$$

Уравнение имеет корни для 1 действительный

корень

При  $t = 1$ :  $p - 3 + 3 - 1 = 0$ ,  
 $p = 1$

При  $t = -1$ :  $-p - 3 - 3 - 1 = 0$ ,  
 $p = -7$

Значит,  $p \in [-7; 1]$ .

$$t^3 - 3t^2 + 3t - 1 - t^3 + pt^3 = 0$$

$$(t-1)^3 + (p-1)t^3 = 0,$$

$$(t-1)^3 = (1-p)t^3; \text{ если } t=0, \text{ то } -1=0 \text{ - невозможно.}$$

при  $t \neq 0$ :  $1-p = \frac{(t-1)^3}{t^3}$ ,

$$\sqrt[3]{1-p} = \frac{t-1}{t};$$

$$\sqrt[3]{1-p} = 1 - \frac{1}{t};$$

$$\sqrt[3]{1-p} t = t - 1,$$

$$(\sqrt[3]{1-p} - 1)t = -1; \text{ П.к. } \sqrt[3]{1-p} \neq 1, \text{ то}$$

$$t = \frac{-1}{(\sqrt[3]{1-p} - 1)}, \quad \cos x = \frac{-1}{(\sqrt[3]{1-p} - 1)}$$

$$x = \pm \arccos\left(\frac{-1}{(\sqrt[3]{1-p} - 1)}\right).$$

Ответ:  $p \in [-7; 1]; x = \pm \arccos\left(\frac{-1}{(\sqrt[3]{1-p} - 1)}\right)$ .

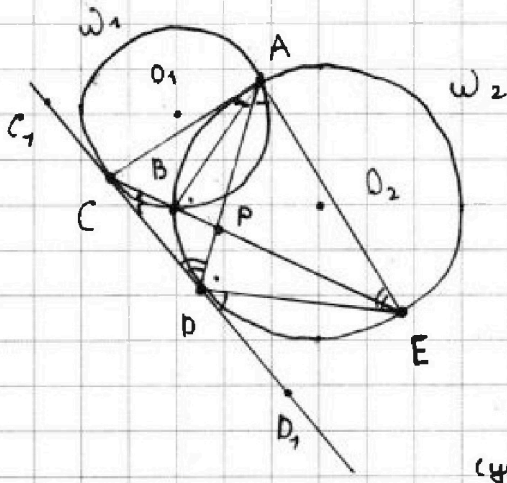


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть центр окружности  $\omega_1 - (O_1)$ ,  
 $\omega_2 - (O_2)$ ;  $AD \cap CE = P$ ;  
 $\frac{CP}{PE} = \frac{2}{5}$ ;

$D_1 \in (CD)$ :  $D_1D < CD_1$  и  
 $CD_1 > CD$  Аналогично  
 $C_1 \in (CD)$ :  $C_1C < CD$  и  
 $DC_1 > DC$

$\angle EDD_1 = \angle DAE$  и  $\angle ABC_1 = \angle AED$

(углы между касат. и хордой)

Аналогично,  $\angle ECD_1 = \angle CAB$ .

Воспользуемся  $\omega_2$ :  $BP \cdot PE = AP \cdot PD$



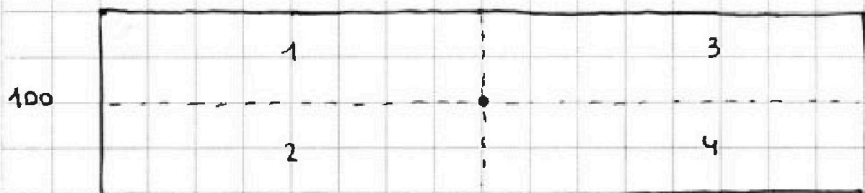


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим  $1^{ый}$  вид симметрии:

разделим прямоугольник на две части (1 и 2; 3 и 4). Если у нас отмечена точка в первой части, то уже отмечена симметричная ей точка в части 3 и 4. Т.е. нам необходимо выбрать 4 клетки в левой части, т.е. остальные определяются однозначно.

$$\text{Всего способов } C_{20000}^4 = \frac{20000!}{19996! \cdot 4!}$$

Рассмотрим симметрию относительно „средней линии“, параллельной меньшей сторонам прямоугольника. Будем выбирать клетки в частях 1 или 2, т.е. другая клетка определяется однозначно в части 3 или 4. Но некоторые из точек симметрии уже были учтены при  $1^{ом}$  виде, их учитывать не надо.

$$\text{Всего способов: } C_{20000}^4 - C_{20000}^1 \cdot C_{19998}^1$$

Рассмотрим симметрию относительно „средней линии“, параллельной большей стороне прямоугольника. Будем выбирать клетки в 1 и 3 частях, т.е. другая клетка определяется однозначно. Но некоторые из точек уже были учтены на прошлых шагах, их учитывать не надо:

$$\text{Всего способов: } C_{20000}^4 - C_{20000}^1 \cdot C_{19998}^1$$

$$\text{Итого, кол-во способов равно: } 3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{20000}^1 \cdot C_{19998}^1 =$$

$$= 3 \cdot \frac{20000!}{19996! \cdot 4!} - 2 \cdot 20000 \cdot 19998 = 3 \cdot \frac{20000!}{19996! \cdot 4!} - 40000 \cdot 19998 =$$

$$\underline{\underline{3 \cdot \frac{20000!}{19996! \cdot 4!} - 40000 \cdot 19998}} \quad \text{Ответ: } 3 C_{20000}^4 - 2 C_{20000}^1 C_{19998}^1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1)  $a^2 + b = 710$ ;  $710 \equiv_3 2$ .

Если  $a \equiv_3 0$ , то  $b \equiv_3 2$ .

Если  $a \equiv_3 1$ , то  $b \equiv_3 1$  (невозм., т.к.  $(b-a) \not\equiv_3 1$ )

Если  $a \equiv_3 2$ , то  $b \equiv_3 1$

2)  $(a-c)(b-c) = k^2$ , где  $k$  - простое число

Ил.р.  $a < b$ , то  $a-c < b-c$

Случай 1.  $a-c = \pm k$ ;  $b-c = \pm k$ .

Невозм., т.к. тогда  $a=b$ , но  $(b-a) \not\equiv_3 0$ .

Случай 2.  $a-c = 1$ ;  $b-c = k^2$

↓

1. Если  $a \equiv_3 0$ , то  $c \equiv_3 2$ . Тогда  $b \equiv_3 2$  и  $c \equiv_3 2 \Rightarrow k \equiv_3 0$ . Значит,  $k=3$ .

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=-x+b \\ a-b+x=1 \end{cases} \quad (2):$$

(2):  $a-b = -8 \Leftrightarrow b = a+8$

Значит,  $a^2 + a - 708 = 0$ ,

$D = 1 + 4 \cdot 708 = 1 + 2832 = 2833$ .  $a \notin \mathbb{Z}$

2. Если  $a \equiv_3 2$ , то  $c \equiv_3 1$

Значит,  $a^2 + a - 702 = 0$

$a = -27$  или  $a = 26$ . Ил.р.  $a \equiv_3 0$ , то

$a = -27 \Rightarrow c = -28 \Rightarrow b = -19$   $(-27; -19; -28)$

2. Если  $a \equiv_3 2$ , то  $c \equiv_3 1$ . Тогда  $b \equiv_3 1$  и  $c \equiv_3 1 \Rightarrow k \equiv_3 0$ . Из п. 1 мы получаем, что  $a=26$ ,  $c=25$  и  $b=34$ .  $(26; 34; 25)$

Случай 3.  $a-c = -k^2$ ;  $b-c = -1$

1. Если  $a \equiv_3 0$ , то  $b \equiv_3 2$ , то  $c \equiv_3 0$

Значит,  $(a-c) \equiv_3 0 \Rightarrow k^2 \equiv_3 0 \Rightarrow k=3$

$$\begin{cases} a-c=-9 \\ b-c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=b+1 \\ a-b-1=-9 \end{cases} \quad (2):$$

(2):  $b = a-1+9 = a+8$

$a^2 + a - 702 = 0$

$a = -27$  или  $a = 26$ . Ил.р.  $a \equiv_3 0$ , то  $a = -27 \Rightarrow$

$\Rightarrow c = -18 \Rightarrow b = -19$   $(-27; -19; -18)$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2. Если  $a \equiv_3 2$ , то  $b \equiv_3 1$ , то  $c \equiv_3 2$

$$(a-c) \equiv_3 0 \Rightarrow k^2 \equiv_3 0 \Rightarrow k=3$$

Из п. 1 мы понимаем, что  $a=26$ ,  $c=35$ ,  $b=34$   
(26; 34; 35)

$a-c=k^2$  и  $b-c=1$  невозм., т.к.  $a-c < b-c$ , но  $k^2 > 1$ .

$a-c=-1$  и  $b-c=-k^2$  невозм., т.к.  $a-c < b-c$ , но  $-1 > -k^2$ .

Значит, существует только 4 тройки.

Ответ:  $(-27; -19; -28)$ ;  $(26; 34; 29)$ ;

$(-27; -19; -18)$ ;  $(26; 34; 35)$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos^3 x - 3\cos^2 x + 3\cos x - 1 = \cos^3 x - p\cos^3 x$$

$$(\cos x - 1)^3 = (1-p)\cos^3 x, \quad \text{если } \cos^3 x = 0, \text{ то } -1 = 0$$

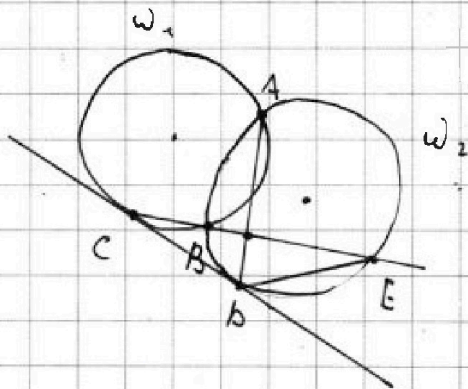
$$\frac{(\cos x - 1)^3}{\cos^3 x} = 1-p,$$

$$p = \frac{\cos^3 x - (\cos x - 1)^3}{\cos^3 x} = \frac{3\cos^2 x - 3\cos x + 1}{\cos^3 x} = \frac{3}{\cos x} - \frac{3}{\cos^2 x} + \frac{1}{\cos^3 x}$$

$$\begin{aligned} 4p \cos^3 x + 12\cos x &= 6\cos 2x + 10 \\ 2p \cos^3 x + 6\cos x &= 3\cos 2x + 5 \end{aligned}$$

					0						0				X
X	X	X	X	0	0	0			0	0	0		X		
X	X	X	X	0	0	0			0	0	0		X		
					0						0				X

$$C_{20000}^4 = \frac{20000!}{4! \cdot 19996!}$$



$$\begin{aligned} a < b \\ b - a &\neq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 + b &= 710 \\ \sqrt{\quad} &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 1 + 4 \cdot 708 = \\ &= 1 + 2832 = 2833 \end{aligned}$$

Если  $a \equiv_3 0$ , то  $b \equiv_3 2$

Если  $a \equiv_3 1$  или  $a \equiv_3 2$ , то

$b \equiv_3 1$  противореч.

$$a \equiv_3 0 \Rightarrow b \equiv_3 2$$

$$a \equiv_3 2 \Rightarrow b \equiv_3 1$$

$$a^2 + b - 710 = 0$$

$$a^2 = 710 - b$$

$$c = b - 3$$

$$a - b + 3 = 1$$

$$(a-c)(b-c) = k^2, \text{ где } k - \text{ простое}$$

$$a-c=k \text{ и } b-c=k$$

$$a-c=k$$

$$708 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot b - a = 0$$

$$152 \neq \frac{2 \cdot 19}{38}$$

$$a - b = -2$$

$$a-c \equiv_3^+ k^2 \text{ или } a-c \equiv_3^+ 1$$

$$b-c \equiv_3^+ 1$$

$$b-c \equiv_3^+ k^2$$

$$a-c > b-c$$

$$a > b$$

$$32 \cdot 19$$



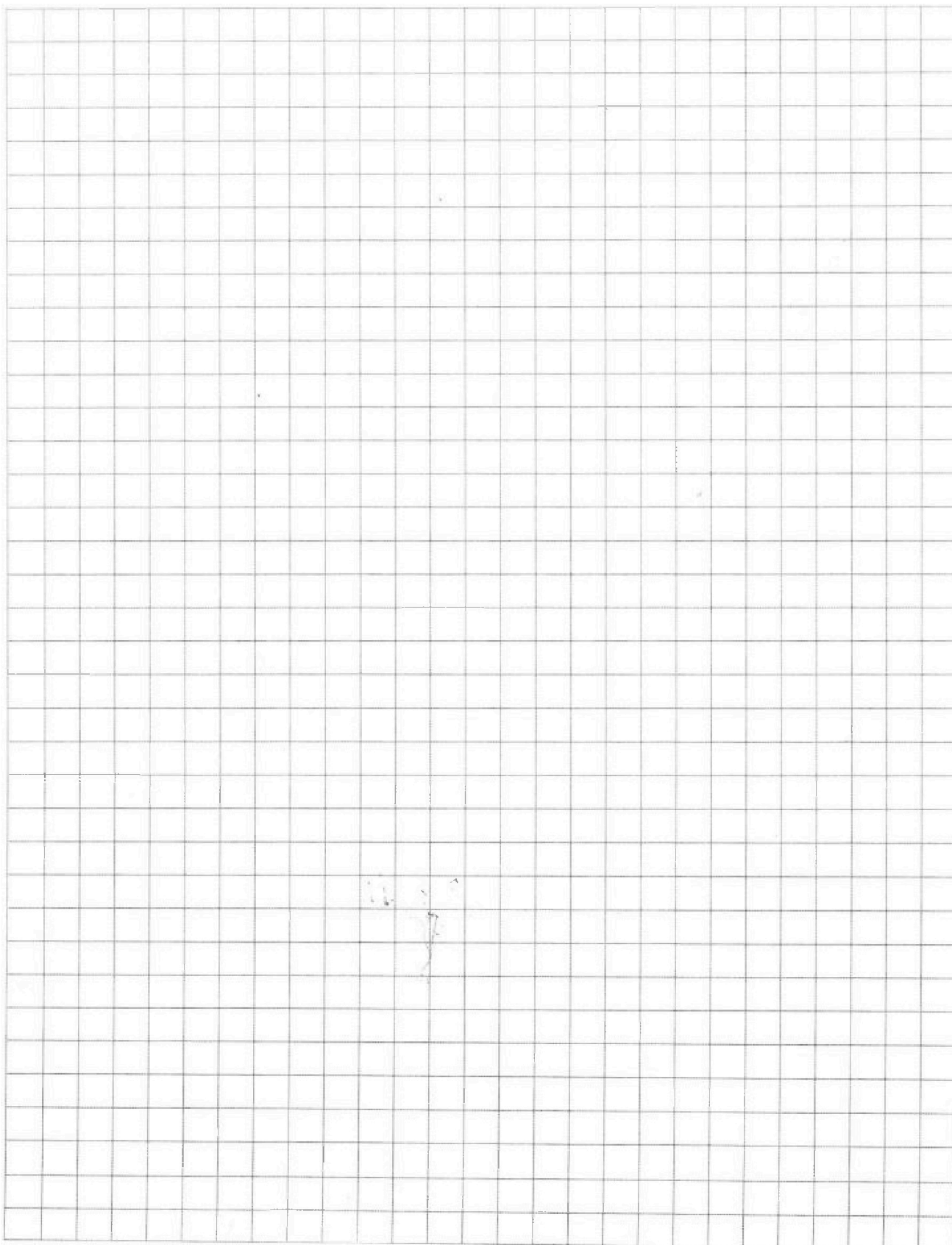


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1    2    3    4    5    6    7  
                 

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\underbrace{|y+4| + 4|y-5|}_{\geq 9} = \underbrace{\sqrt{81-2x^2}}_{\leq 9}$$

$$y \geq 5: y+4 + 4(y-5) = y+4+4y-20 = 5y-16$$

$$-4 \leq y < 5: y+4 + 4(5-y) = 24-3y$$

$$y < -4: 4-y + 4(5-y) = 24-5y$$

$$4-y + 20-4y = 16-5y$$

$$4-y+4+4(5-y) = 24-5y$$

$$y=5: z=0$$

$$x \geq -5$$

$$x \leq 1$$

$$x \in [-5; 1]$$

$$x+5 - 2\sqrt{(x+5)(1-x)} + 1-x = 4(x+5)(1-x) - 16\sqrt{(x+5)(1-x)} + 16$$

$$(2\sqrt{(x+5)(1-x)} - 4)^2:$$

$$S = h \cdot \frac{a}{2} =$$

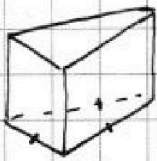
$$= a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$4 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$a = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}}$$



$$6 - 2\sqrt{(x+5)(1-x)} = 4(x+5)(1-x) - 16\sqrt{(x+5)(1-x)} + 16$$

$$3 \cdot 7 \sqrt{(x+5)(1-x)} = 2(-x^2-4x+5) + S$$

$$7 \sqrt{(x+5)(1-x)} = 2(-x^2-4x+5) + S$$

$$7 \sqrt{t} = 2t + S$$

$$49t = 4t^2 + 20t + 2S$$

$$4t^2 - 29t + 2S = 0$$

$$D = 29^2 - 4 \cdot 2S = (30-1)^2 - 4 \cdot 2S =$$

$$= 900 - 60 + 1 - 400 = 500 - 59 = 441 =$$

$$= 21^2$$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3(p+4) \cos x =$$

$$= 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x =$$

$$= 12 \cos^2 x - 6 + 10$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos x = 12 \cos^2 x + 4$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos x - 3 \cos^2 x - 1 = 0$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$$

$$\cos^2 x (p \cos x - 3) + p \cos^3 x - 1 = 0$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$\text{put } t = 1: p - 3 + 3 - 1 = 0; p = 1$$

$$\text{put } t = -1: -p - 3 - 3 - 1 = 0; p = -7$$

$$3t^2 - 3t - 1 = 0 \quad D = 9 + 12 = 21$$

$$t = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{6}$$

$$= 702 =$$

$$= 2 \cdot 351 =$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 117 =$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 39 =$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13 =$$

$$= 26 \cdot 27$$

$$\cos(3x) = \cos(2x+x) =$$

$$= \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x =$$

$$= (2 \cos^2 x - 1) \cos x - 2 \sin x \cos x \cdot$$

$$\cos x =$$

$$= 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \sin^2 x \cdot$$

$$\cos^2 x$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$-1 = 4 \cdot \frac{1}{8} - 3 \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1$$

$$0 = 0 - 0$$

$$0 = 4 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{8} - 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$26^2 = (2S+1)^2 =$$

$$= 676$$

$$27^2 = 625 + 100 + 4 = 729$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$b_7 = \sqrt{54}$$

$$b_9 = 3$$

$$b_{15} = \sqrt{\frac{9}{6 \cdot 6}} = \sqrt{\frac{9}{216}}$$

$$b_9 = x+3$$

$$b_{11}^2 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$= \sqrt{\frac{(25x-9)^2}{(x-6)^2}} = \left| \frac{25x-9}{x-6} \right|$$

$$3 = \sqrt{54} \cdot q^2$$

$$9 = 54q^4; q^4 = \frac{9}{54}; q = \sqrt[4]{\frac{1}{6}}$$

$$b_{11} = \sqrt{\left| \frac{25x-9}{x-6} \right|} \quad q = \sqrt[4]{\frac{1}{6}}$$

$$\sqrt{25x^2 - 150x - 9x + 54} = \sqrt{25x^2 - 159x + 54}$$

$$159 = 3 \cdot 53$$

$$b_{11}^2 = b_7 \cdot b_{15} = \frac{b_{11}}{q^4} \cdot b_{11} \cdot q^4 \quad (x+3)^2 = (25x-9)$$

$$\sqrt{54} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{6}} =$$

$$b_{10}^2 = (x+3) \sqrt{\frac{25x-9}{x-6}}$$

$$x+3 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot q^2 \quad x \geq -3$$

$$x^2 + 6x + 9 = (25x-9)(x-6) \cdot q^4$$

$$x^2 + 6x + 9 = 25q^4 x^2 - 159q^4 x + 54q^4$$

$$(25q^4 - 1)x^2 - (159q^4 - 6)x + 54q^4 = 0$$

$$D = (159q^4 - 6)^2 - 4 \cdot 54q^4 (25q^4 - 1) = 159^2 q^8 + 2 \cdot 159 \cdot 6 q^4 + 36$$

$$- 4 \cdot 54 \cdot 25q^8 + 4 \cdot 54q^4 = (159^2 - 54 \cdot 100)q^8 + (12 \cdot 159 + 4 \cdot 54)q^4 + 36$$

$$(25x-9)(x-6) \geq 0$$



$$\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \cdot q^8 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot q^8$$

$$\frac{25x-9}{(x-6)^3} \cdot q^{16} = (25x-9)(x-6)$$

$$(25x-9) \left( \frac{q^{16}}{(x-6)^3} - (x-6) \right) = 0 \quad x = \frac{9}{25} \quad \text{или} \quad q^{16} = (x-6)^4$$

$$q^4 = (x-6)$$