



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \text{ десятый член равен } x+4, \text{ а двенадцатый член равен } \sqrt{(15x+6)(x-3)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $9 : 25$ , считая от вершины  $C$ .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $150 \times 200$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:
- $a > b$ ,
  - число  $a - b$  не кратно 3,
  - число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
  - выполняется равенство  $a + b^2 = 820$ .
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1 Пусть  $b_1$  - 1-ый член геом. прогрессии, а  $q$  - знаменатель её. Тогда  
 $b_4 = b_1 \cdot q^3 = \sqrt{15x+6}$ ,  $b_{10} = b_1 \cdot q^9 = x+4$ ;  $b_{12} = b_1 \cdot q^{11} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$ ,  $b_{10} = b_4 \cdot q^6$ ,  
 $q^6 > 0 \in \mathbb{R}$   $b_4 \geq 0 \Rightarrow b_{10} \geq 0 \Rightarrow x+4 \geq 0; x \geq -4$   $\frac{15x+6}{x-3} \geq 0 \Rightarrow \frac{-2}{5} \leq x < 3$

$$q^6 > 0 \in \mathbb{R} \Rightarrow b_4 \geq 0 \Rightarrow b_{10} \geq 0 \Rightarrow x+4 \geq 0; x \geq -4$$

$$\frac{15x+6}{x-3} \geq 0 \Rightarrow \frac{-2}{5} \leq x < 3$$

$$q^6 > 0 \in \mathbb{R} \Rightarrow b_4 \geq 0 \Rightarrow b_{10} \geq 0 \Rightarrow x+4 \geq 0; x \geq -4$$

1)  $15x+6=0 \Rightarrow x = -\frac{2}{5}$   $b_4 = 0$ ,  $b_{10} = \frac{18}{5}$ ;  $b_{12} = 0 \Rightarrow q^6 = 0$ , но т.к.  $b_4 \cdot q^6 \neq 0$ ,  
 то такое допустить невозможно  $\Rightarrow x \neq -\frac{2}{5}$ .

$$2) x \neq -\frac{2}{5}. \quad b_{12}/b_4 = q^8 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{\sqrt{15x+6}} = \sqrt{(x-3)^2} \Rightarrow q = \sqrt{|x-3|}$$

$$b_{10}/b_4 = q^6 = \frac{(x+4)\sqrt{|x-3|}}{\sqrt{15x+6}} = \sqrt{|x-3|^3}$$

$$2.1) x-3 > 0 \Rightarrow x > 3. \quad \frac{(x+4)\sqrt{x-3}}{\sqrt{15x+6}} = \sqrt{(x-3)^3}, \text{ т.к. } x \neq 3, \text{ можно сократить}$$

$$\frac{(x+4)\sqrt{x-3}}{\sqrt{15x+6}} = 1; x+4 = \sqrt{15x+6}; x^2+8x+16 = 15x+6; x = 2; 5 \Rightarrow x = 5$$

$$2.2) x-3 < 0 \Rightarrow x < 3. \quad \frac{(x+4)\sqrt{-(x-3)^2}}{\sqrt{15x+6}} = \sqrt{-(x-3)^3}; (x+4)\sqrt{(3-x)^3} = \sqrt{-15x-6}$$

$$x+4 = \sqrt{-15x-6}; x^2+8x+16 = -15x-6; x = -1; -2.9 \Rightarrow x = -1$$

$$x \Rightarrow x = -1$$

Ответ: -1; 5.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{м2 Расстояние 2 вур-е}$$

$$|\sqrt{225-2z^2}| \leq 15$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-2z^2}$$

$$\begin{array}{c} \bullet \text{---} \bullet \\ 20 \quad 35 \quad y \end{array} \quad \text{если } y < 20 \text{ или } y > 35,$$

то  $\emptyset$ . если  $y \in [20; 35]$  то сумма расстояний  $\geq 15$ .

$$\text{а равна } 15 \text{ при } y = 35. \Rightarrow y = 35. |35-20| = 15 = \sqrt{225-2z^2}$$

$$\Rightarrow z = 0; y = 35. (1): \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N3 \quad \cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p; \quad 4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x - 6 \cos^3 x + 3 = p.$$

Пусть  $\cos x = t, t \in [-1; 1] \Rightarrow p(t) = 4t^3 - 6t^2 + 8t + 3$ .  $p(t)$  - куб. ф-я.

$$p'(t) = 12t^2 - 12t + 8 = 3(4t^2 - 4t + 1) = 3(2t-1)^2 = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{2} \text{ — точка макс.}$$

$p(t)$  ↑ при всех  $t$ . ⇒ принимает каждое свое значение раз и имеет вид  $E(p) = [p(-1); p(1)]$ .

$$p(-1) = -4 - 6 - 8 + 3 = -10.$$

$$p(1) = 4 - 6 + 8 + 3 = 9.$$

$\Rightarrow p \in [-10; 9]$ . Преобразуем наше уравнение

$$4t^3 - 6t^2 + 8t + 3 = p \Rightarrow (2t-1)^3 = 2p - 9; \quad 2t-1 = \sqrt[3]{2p-9};$$

$$t = \frac{\sqrt[3]{2p-9} + 1}{2} = \cos x \Rightarrow x = \pm \arccos \left( \frac{\sqrt[3]{2p-9} + 1}{2} \right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: при  $p = -10$ :  $x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;

при  $p \in (-10; 3)$ :  $x = \pm \arccos \left( \frac{\sqrt[3]{2p-9} + 1}{2} \right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

при  $p = 3$ :  $x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

при  $p \in (3; 9)$ :  $x = \pm \arccos \left( \frac{\sqrt[3]{2p-9} + 1}{2} \right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

при  $p = 9$ :  $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5 Всего у нас 30000 клеток. Попробуем исходить при подсчете на чравках по 7500 к. каждой.

1) 4 клетки в I зоне, тогда у нас есть 3 варианта записать оставшиеся 4, для каждой из симметрий (в II, III или IV. Тогда всего их:  $3 \cdot C_{7500}^4 = 3 \cdot 7500!$



2) 3 клетки в I и 1 в III 3 клетки в одной зоне и 1 в другой.

(Дополнение: если мы записали 4 клетки, но оставшиеся однозначно задаются (с учетом нулевой симметрии) с помощью симметрии). Есть 2 варианта расположения:  $\dots | \cdot$  и  $\cdot | \dots$

Для каждого из них можно выделить 2 вида симметрии.  $\dots | \cdot$  и  $\cdot | \dots$   
 $(\dots | \cdot \cup \cdot | \dots)$  Тогда всего их:  $2 \cdot 2 \cdot C_{7500}^3 \cdot 7500 = 30000 \cdot C_{7500}^3$

3) 2 клетки в 1 и 2 в другой. По 2 клетки в каждой зоне. Визуал, когда нет симметрии отн. сред. линии:  $C_{7500}^2 \cdot C_{7500}^2 \cdot 2$   
 (Выбираем 2 к. в I зоне, тогда 2 уже симметрично однозначно задаются, тогда 2 к. в одной из оставшихся зон,  $\Rightarrow$  опять однозначно задаются 2 оставшиеся,  $\cdot 2$ , т.к. 2 линии средних линий). При этом, можно заметить, что, если есть симметрия отн. 2 средних линий, то есть и центральная симметрия. Следовательно, учет центральной симметрии уже не требуется.

Тогда все:  $3 \cdot C_{7500}^4 + 30000 \cdot C_{7500}^3 + 2 \cdot C_{7500}^2 \cdot C_{7500}^2$

Ответ:

Ответ:  $3 \cdot C_{7500}^4 + 30000 \cdot C_{7500}^3 + 2 \cdot C_{7500}^2 \cdot C_{7500}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



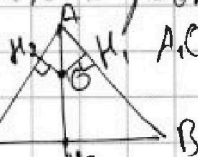
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7 1) Предположим, что  $A_1$  проектируется внутрь  $\triangle ABC$ . при этом  
возаем  $S_{AA_1B_1B_1} = S_{AA_1C_1C_1} = 5$ . (треугольники равнобедренные, поэтому  
вершины равнобедренные). Тогда!

$$S_{AA_1C_1C_1} = S_{AA_1B_1B_1} = AC \cdot AD \cdot h_1 = AB \cdot h_2$$

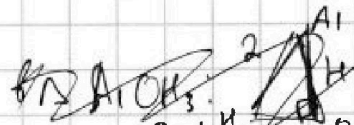


$\Rightarrow h_1 = h_2 = 5/2$ , где  $h_1$  и  $h_2$  - высоты  $H_3$  параллелограммов  $AA_1B_1B_1$  и  $AA_1C_1C_1$ . Проведем  $OH_1$  и  $OH_2 \perp AD$  и  $AB$  соответственно.  $\Rightarrow$  по т. о  
т.к.  $3$  перпендикулярных где  $A_1H_1$  и  $A_1H_2 = h_1$  и  $h_2$  соответственно  
т.к.  $A_1O$  - общая сторона, то  $\triangle A_1OH_2 = \triangle A_1OH_1$  (по 2 углам)

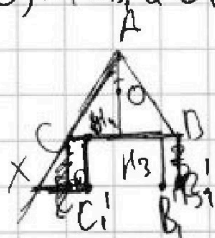
$\Rightarrow H_2O = H_1O \Rightarrow AO$  - биссектриса и высота.  $AH_3$  - высота  $\triangle ABC$ .

В  $\triangle A_1OH_1$ :  $5/2$  Пусть  $A_1O = H$  тогда  $H_1O = \sqrt{25/4 - H^2}$ .  $AO = 2OH_1$ , т.к.

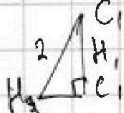
$$\angle OAH_1 = 30^\circ \Rightarrow AO = \sqrt{25 - 4H^2}$$



тоже высоты призмы. т.к.  $A_1O \parallel B_1B_1 \parallel H_3$   $O \parallel B_1C_1$  и  $AA_1 \parallel BB_1$   
 $\parallel CC_1$ , то  $\angle A_1AO = \angle B_1BB_1 = \angle C_1CC_1$  (т.к. прямоугольные  $\triangle ABC$   
 $A_1AO, B_1BB_1$  и  $C_1CC_1$  равны) то  $A_1O = CC_1 = B_1B_1$ . Тогда:



$AC \cap C_1B_1 = X$ .  $C_1H_4$  - высота  $\square CC_1B_1B_1$ .



$AH_3 = \sqrt{3}$ .  $C_1H_4 = 2$ .  $C_1H_4 = \sqrt{4 - H^2}$ .

$$C_1H_4 = AO \cdot \sqrt{4 - H^2} = \sqrt{25 - 4H^2}; 25 - 4H^2 = 4 - H^2;$$

$$21 = 3H^2; H = \sqrt{7}$$

Ответ:  $\sqrt{7}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6.9  $6.9^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}}$ ;  $6.9^2 = x+4$ ;  $6.9^4 = \sqrt{(15x+6)(x-3)^2}$ ;  $\frac{6.9^4}{6.9^3} = 9^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x-3}$

$q = \sqrt[3]{x-3}$   $\frac{6.9^4}{6.9^3} = 9^{\frac{1}{3}} = \frac{(x+4)\sqrt{(x-3)^2}}{\sqrt{15x+6}} = (x-3)^{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{x-3}$

1)  $x > 3$   $\frac{(x+4)\sqrt{15x+6}}{\sqrt{15x+6}} = \sqrt{15x+6}$   $x+4 = \sqrt{15x+6}$   $x^2+8x+16 = 15x+6$   $x^2-7x+10=0$   
 $(x-5)(x-2)$

2)  $x < 3$   $\frac{(x+4)\sqrt{15x+6}}{\sqrt{15x+6}} = \sqrt{15x+6}$   $(x+4)^2 = 15x+6$   $x^2+8x+16 = -15x-6$

$x^2+23x+22=0$   $(x+1)(x+22)$

№2  $\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-32} + 6 = 2\sqrt{4-2x-x^2+2}$   $14-201+214-351 = \sqrt{225-2x^2}$   
 $4x^2-2x-2=0$   $x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4}$

№3  $\cos 3x + 6\cos x - 3\cos 2x = p$   $4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos x - 3(2\cos^2 x - 1) = p$   
 $4\cos^3 x - 6\cos^2 x + 3\cos x + 3 = p$   $\cos x = t$   $p(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3, t \in [-1; 1]$

$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = 0$   $4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = 0$   $4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = 0$

$4\cos^3 x + 3\cos x = 6\cos^2 x - 3 + p$   $4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = 0$   $D_1 = 36 - 3 \cdot 12 = 0$   
 $p'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 0$   $p = 4t^2 - 4t + 1 = (2t-1)^2$

$\cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x = \cos x(2\cos^2 x - 1) - 2\sin^2 x \cos x = 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x(1 - \cos^2 x)$   
 $= 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x + 2\cos^3 x = 4\cos^3 x - 3\cos x$   $4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos x - 6\cos^2 x$

$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = 0$   $12t^2 - 12t + 3 = 0$   $t = \frac{1}{2}$   $p(-1) = \frac{(-3)^3}{2} + \frac{3}{2} = -\frac{27}{2} + \frac{3}{2} = -12$   $p(1) = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$

$\left(\frac{2t-1}{2}\right)^3 = p - \frac{3}{2}$   $(2t-1)^3 = 2p-3$   $2t-1 = \sqrt[3]{2p-3}$   $t = \frac{\sqrt[3]{2p-3} + 1}{2}$

$p=4$   $\arccos t = 0$   $\sqrt[3]{2p-3} = 1$   $\sqrt[3]{2 \cdot 4 - 3} = 1$   $\sqrt[3]{5} = 1$   $p=3$   $\sqrt[3]{2 \cdot 3 - 3} = 1$   $\sqrt[3]{3} = 1$   $p=2$   $\sqrt[3]{2 \cdot 2 - 3} = 1$   $\sqrt[3]{1} = 1$   $p=1$   $\sqrt[3]{2 \cdot 1 - 3} = 1$   $\sqrt[3]{-1} = -1$   $p=0$   $\sqrt[3]{2 \cdot 0 - 3} = 1$   $\sqrt[3]{-3} = 1$   $p=-1$   $\sqrt[3]{2 \cdot (-1) - 3} = 1$   $\sqrt[3]{-5} = 1$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ .  $a > b$ .  $a - b \mid (a - c)(b - c) = k^2$   $a + b^2 = 820$ .

1)  $a = 3n$ ;  $b = 3m + 1$ .  $3n > 3m + 1 \Rightarrow n > m + \frac{1}{3} \Rightarrow n \geq m + 1$ .

$a - c = k$ ;  $b - c = k$ .

$a - c = k^2$ ,  $b - c = 1$ .  $-c = 1 - b$ .  $a - c = (a - b + 1) = k^2$

~~$3n - 3m + 1 = k^2$~~   ~~$3(4n - m) = k^2$~~   $a = 820 - b^2$

$(820 - b^2 - b) = k^2$   $b^2 + b - 820 = 0$   $D = 1 + 4 \cdot 820$

$b^2 + b + k^2 - 820 = 0$   $D = 1 - 4k^2 + 4 \cdot 820 = 3285 - 4k^2 = 0$

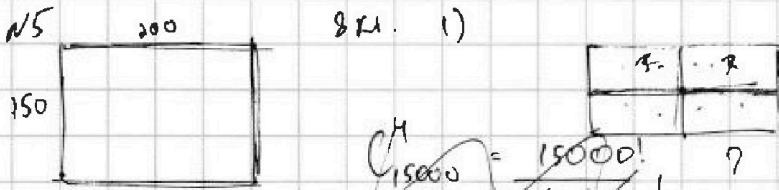
$3(n - m) = k^2 \Rightarrow k = 3$ .  $n - m = 3$ .  $n = m + 3$ .

$a = 3m + 9$ ;  $b = 3m + 1$ ;  $c = 3m$ .  $b^2 + b + 9 - 820 = 0$   $b^2 + b - 810 = 0$

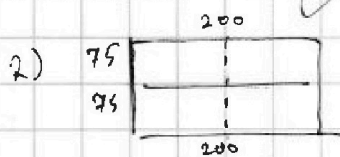
$D = 1 + 4 \cdot 810 = 3249 = 9 \cdot 19^2$   $b_{1,2} = \frac{-1 \pm 3 \cdot 19}{2}$

$= \frac{-58}{2}$  и  $\frac{56}{2}$ .  $\boxed{29 \text{ и } 28}$ .  $\boxed{a = -21; 36; c = -30; 27}$ .

2) ...



30000 КЛ.  
15000 КЛ.



-29; 28.

$a = 3n$   $b = 3m + 1$ .

$(-21 + 20)(-29 + 20) = -1 \cdot (-9) = 9 = 3^2$

$(28 - 37)(36 - 37) = -1 \cdot (-9) = 9$

$(-29 + 30)(-21 + 30)$

1; 3; 6.

$k = (3x + 1)$

$9x^2 + 6x + 1$

$3m + 2, 3m$

$3n + 2 + 1 - 3m$

$(n - m) = 3$ .  $n = m + 3$

$m = -10$ .  $m = 9$

$n = -7$ .  $n = 12$

$-21$   $36$

$C = a + 1$

$\boxed{-20}$   $\boxed{37}$



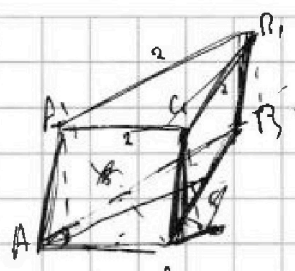
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

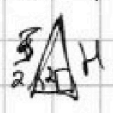
СТРАНИЦА \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 17.

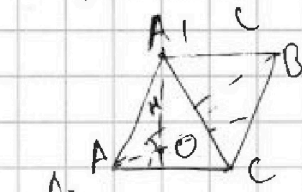


$S_{бок} = 2 \cdot h_2 = 5 \Rightarrow h_2 = \frac{5}{2}$   
 $A_1A_1' = H$

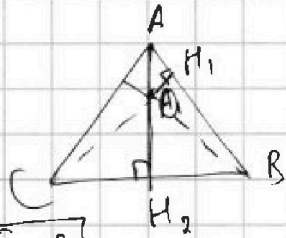


$\alpha - 11 = 2$   
 $\gamma = 3 - 1$

$\sin \alpha = \frac{2H}{5}$



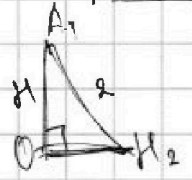
$BO = CO, A_1O = H$



$\sqrt{25 - 4H^2}$

$H_1O = \sqrt{\frac{25}{4} - H^2}$

$\sin 30^\circ = \frac{OH_1}{AO} \Rightarrow AO = 2OH_1 = \sqrt{25 - 4H^2}$



$OK_2 = \sqrt{4 - H^2}$

$AH_2 =$

$AH_2 = -\sqrt{4 - H^2} + \sqrt{25 - H^2} = \sqrt{3}$

$a + b = \sqrt{3}$   
 $a^2 - b^2 = 21$

$4 - H^2 - 25 - H^2 = (a - b)(a + b)$

$a + b = \frac{21}{\sqrt{3}} = 7\sqrt{3} \Rightarrow 2a = 8\sqrt{3} \Rightarrow a = 4\sqrt{3}, b = -3\sqrt{3}$

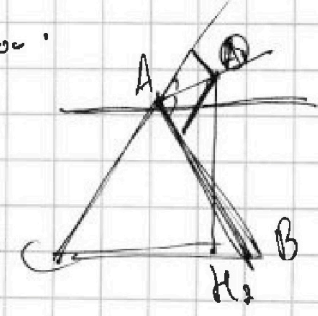
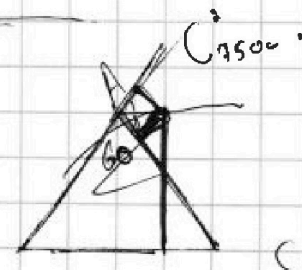
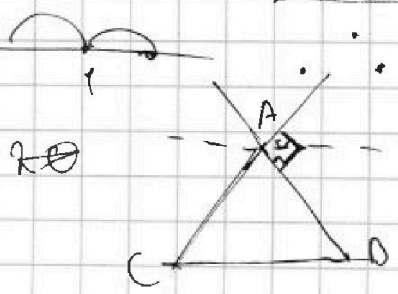
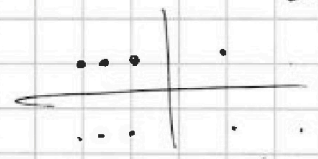
$\Rightarrow a - b = \sqrt{3}$   
 $(a - b)(a + b) = 21$

$a + b = 7\sqrt{3}, a - b = \sqrt{3} \Rightarrow a = 4\sqrt{3}, b = 3\sqrt{3}$

$4 - H^2 = 27$



$30000$   
 $15000$   
 $7500$   
 $7500 \cdot 4 = 30000$



20 35



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

