



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен  $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$ , двенадцатый член равен  $2 - x$ , а восемнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $7 : 20$ , считая от вершины  $C$ .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $500 \times 120$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:
- $a < b$ ,
  - число  $b - a$  не кратно 3,
  - число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
  - выполняется равенство  $a^2 + b = 1000$ .
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1.

Пусть первый член прогрессии равен  $b$ , знаменатель равен  $q$ .

Тогда по условию  $b \cdot q^9 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$   
 $b \cdot q^{11} = 2-x$ ,  $b \cdot q^{17} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$

ОДЗ:

$$\begin{cases} (25x+34)(3x+2) \geq 0 \\ \frac{25x+34}{(3x+2)^3} \geq 0 \\ (3x+2)^3 \neq 0 \Rightarrow 3x+2 \neq 0 \end{cases}$$

Если  $b=0$  или  $q=0$ , то  $b \cdot q^9 = 0$  и

$$b \cdot q^{11} = 0 \Rightarrow 2-x=0 \Rightarrow x=2, \text{ но при } x=2$$

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} \neq 0. \text{ Значит } b \neq 0, q \neq 0. \text{ Также отсюда } 25x+34 \neq 0.$$

$$\frac{b \cdot q^{17}}{b \cdot q^9} = q^8 = \frac{\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{(3x+2)^4}} = \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^4}} = \frac{1}{(3x+2)^2}.$$

$$q^8 = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

$$q^2 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}} \quad (\text{п.к. } q^2 \geq 0).$$

$$\frac{1}{\sqrt{3x+2}} = q^2 = \frac{b \cdot q^{11}}{b \cdot q^9} = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{|3x+2|} = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}$$

I случай ( $3x+2 > 0$ ):

$$\frac{1}{\sqrt{3x+2}} = \frac{2-x}{\sqrt{3x+2} \cdot \sqrt{25x+34}} \quad | \cdot \sqrt{3x+2}$$

$$1 = \frac{2-x}{\sqrt{25x+34}}$$

$$\sqrt{25x+34} = 2-x$$

$$\begin{cases} 25x+34 > 0 \\ 2-x > 0 \end{cases}$$

$$25x+34 = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 - 29x - 30 = 0$$

$$(x+1)(x-30) = 0$$

$x = -1$  - не подходит, т.к.  $3x+2 > 0$

$x = 30$  - не подходит, т.к.  $2-x > 0$

II случай ( $3x+2 < 0$ ):

$$|3x+2| = -3x-2$$

$$\frac{1}{\sqrt{-3x-2}} = \frac{2-x}{\sqrt{-3x-2} \cdot \sqrt{-25x-34}} \quad | \cdot \sqrt{-3x-2}$$

$$1 = \frac{2-x}{\sqrt{-25x-34}}$$

$$\sqrt{-25x-34} = 2-x$$

$$\begin{cases} 2-x > 0 \\ -25x-34 > 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 4x + 4 = -25x - 34$$

$$x^2 + 21x + 38 = 0$$

$$(x+2)(x+19) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -2 \\ x = -19 \end{array} \right.$$

$$x = -19$$

Проверка:

1)  $x = -2$ :

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} = \sqrt{(-50+34)(-6+2)} = \sqrt{16 \cdot 4} = 4 \cdot 2 = 8.$$

2)  $x = -19$

$$\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = \sqrt{\frac{-50+34}{(-6+2)^3}} = \sqrt{\frac{16}{4^3}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}.$$

Пусть  $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$  и  $b = 128\sqrt{2}$ :

$$b \cdot q^3 = 8, \quad b \cdot q^6 = 4, \quad b \cdot q^{12} = \frac{1}{2}.$$

2)  $x = -19$ :

$$\frac{(25x+34)(3x+2)}{(3x+2)^3} > 0$$

$$3x+2 < 0$$

$$2-x > 0$$

$$-25x-34 > 0$$

Ответ:  $x = -2$  или  $x = -19$ .

Все условия выполнены, преобразования равносильны, где  $b$  и  $q$  найдется. ~~однозначно~~  
 ~~$(q^2 = \frac{1}{1+3x+2})$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2.

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases}$$

023:

$$\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 3-x-2z \geq 0 \\ y-3x-x^2+z \geq 0 \\ 400-z^2 \geq 0 \end{cases}$$

Заметим, что  $z^2 \geq 0 \Rightarrow 400-z^2 \leq 400 \Rightarrow \sqrt{400-z^2} \leq 20$

$$|y+2| + 2|y-18| \geq (y+2) + |y-18| \quad (\text{т.к. } |y-18| \geq 0)$$

(т.к.  $|y+2|$  - расстояние от т.  $y$  до т.  $-2$  на числ. прямой,  $|y-18|$  - расстояние от т.  $y$  до т.  $18$  на числ. прямой  $\Rightarrow$

$\Rightarrow |y+2| + |y-18| \geq$  расст. между  $-2$  и  $18 = 20$  (р-во достигается когда  $y \in [-2, 18]$ ).

Отсюда  $|y+2| + 2|y-18| \geq \sqrt{400-z^2}$

значит & нер-во достигается

рав-во:

$$\begin{cases} |y-18| = 0 \Rightarrow y = 18 \\ z^2 = 0 \Rightarrow z = 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Подставим найденные  $y$  и  $z$  в первое уравнение системы:

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

$$\sqrt{x+6} + 7 = \sqrt{3-x} + 2\sqrt{x^2-3x+18}$$

$$\sqrt{x+6} + 7 = \sqrt{3-x} + 2\sqrt{-(x+6)(x-3)}$$

$$\sqrt{x+6} + 7 = \sqrt{3-x} + 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$$

0 < 3!  
 $\begin{cases} 3-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \\ x+6 \geq 0 \Rightarrow x \geq -6 \end{cases}$

$$x \in [-6; 3]$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 \geq 0$$

~~$$x+6 + 3-x + \frac{7}{2} + 14\sqrt{x+6} - 14\sqrt{3-x} = 4(x+6)(3-x)$$~~

~~$$16 + 14(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x}) = 4(x+6)(3-x)$$~~

~~$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{(x+6)(3-x)} - 7$$~~

~~$$2\sqrt{(x+6)(3-x)} = t$$~~

~~$$16 + 14\left(\frac{t}{2} - 7\right) = t^2$$~~

~~$$\frac{t^2}{2} - 14t + 14 \cdot 7 - 16 = 0$$~~

~~$$\frac{t^2}{2} - 14t + 82 = 0$$~~

$$(x+6) + (3-x) + 49 - 2\sqrt{(3-x)(x+6)} + 14\sqrt{x+6} - 14\sqrt{3-x} = 4(x+6)(3-x)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2\sqrt{(3-x)(x+6)} = t$$

$$9 + 49 - t + 14(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x}) = t^2$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{(3-x)(x+6)} - 7 = t - 7$$

$$58 - t + 14t - 14 \cdot 7 = t^2$$

$$t^2 = 13t - 40$$

$$t^2 - 13t + 40 = 0$$

$$(t-5)(t-8) = 0$$

$$\begin{cases} t=5 \\ t=8 \end{cases}$$

$$t=8$$

1)  $t=8$ :

$$\sqrt{(3-x)(x+6)} = \frac{t}{2} = 4$$

$$(3-x)(x+6) = 16$$

$$-x^2 - 3x + 18 = 16$$

$$x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 2 = 17$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$-\frac{4}{2} = \frac{-3-5}{2} < \frac{-3-\sqrt{17}}{2} < \frac{-3-4}{2} = -\frac{7}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{-3+4}{2} < \frac{-3+\sqrt{17}}{2} < \frac{-3+5}{2} = 1$$

- углов. 023



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2)  $t=5$ :

$$\sqrt{(3-x)(x+6)} = \frac{5}{2}$$

$$-x^2 - 3x + 18 = \frac{25}{4}$$

$$-4x^2 - 12x + 72 = 25$$

$$4x^2 + 12x - 47 = 0$$

$$d = 36 + 4 \cdot 47 = 36 + 160 + 28 = 224$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{224}}{4}$$

$$\frac{-21-6-15}{4} = \frac{-6-\sqrt{224}}{4} < \frac{-6-14}{4} = -\frac{20}{4} = -5$$

$$\frac{8}{4} = \frac{-6+14}{4} < \frac{-6+\sqrt{224}}{4} < \frac{-6+15}{4} = \frac{9}{4} \quad \text{— упр. 003}$$

Ответ:  $\left(\frac{-6-\sqrt{224}}{4}, 18, 0\right); \left(\frac{-6+\sqrt{224}}{4}, 18, 0\right);$   
 $\left(\frac{-3+\sqrt{7}}{2}, 18, 0\right); \left(\frac{-3-\sqrt{7}}{2}, 18, 0\right).$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3.

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 6 \cos 2x + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 6 \cos 2x - 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 6(2 \cos^2 x - 1) + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

$$(\cos x + 1)^3 + (p-1) \cos^3 x = 0$$

Пусть  $t = \cos x$ . Тогда если  $t$ -решение и  $t \in [-1, 1]$ , то  $\cos x = t$  также имеет решение  $\Rightarrow \exists$  необходимый  $x$ . И.е.

нужно, чтобы

$$(t+1)^3 + (p-1)t^3 = 0$$

имело решение на  $[-1, 1]$ .

$$(t+1)^3 = (1-p)t^3$$

$$t+1 = \sqrt[3]{(1-p)} t$$

при  $\sqrt[3]{1-p} = 1$  решений нет. Иначе:

$$t(\sqrt[3]{1-p} - 1) = -1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p}-1}$$

Нужно, чтобы  $|t| \leq 1$ . И.е.

$$\left| \frac{1}{\sqrt[3]{1-p}-1} \right| \leq 1$$

$$\frac{1}{|\sqrt[3]{1-p}-1|} \leq 1 \quad | \cdot |\sqrt[3]{1-p}-1| > 0$$

$$|\sqrt[3]{1-p}-1| \geq 1$$

$$1) \sqrt[3]{1-p}-1 \leq -1$$

$$\sqrt[3]{1-p} \leq 0$$

$$1-p \leq 0$$

$$p \geq 1$$

$$2) \sqrt[3]{1-p}-1 \geq 1$$

$$\sqrt[3]{1-p} \geq 2$$

$$1-p \geq 8$$

$$p \leq -7$$

~~Приведённые~~ Приведённые преобразования эквивалентны, т.е. при данных  $p$  найдётся подх.  $t \in [-1, 1]$ , а значит и подх.  $x$ .

Ответ:  $p \in (-\infty, -7] \cup [1, +\infty)$ .

-7 включена



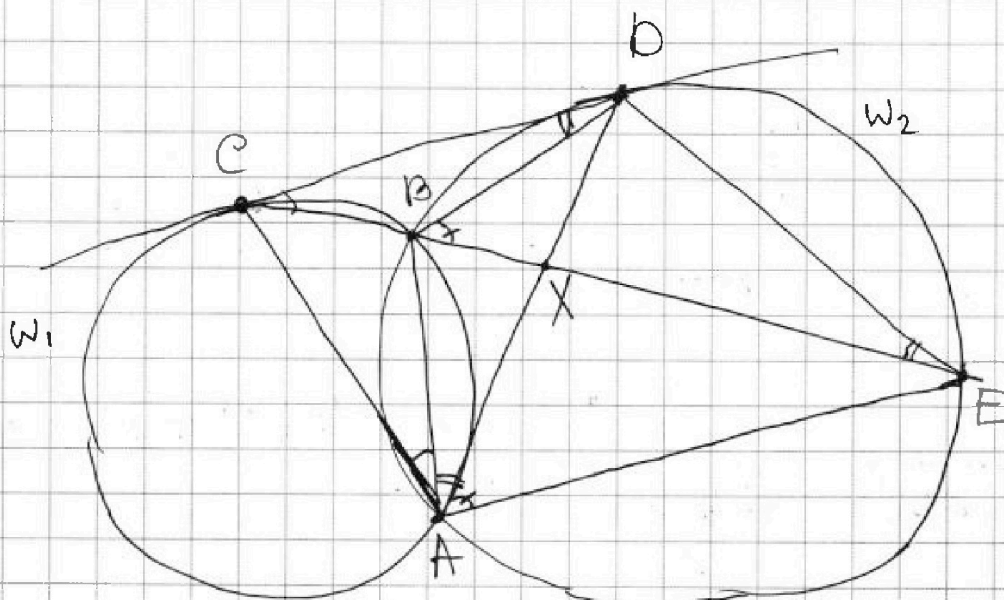
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4.



Решение:

$$\angle PCB = \angle CAB \quad (\text{углы между кас. и хордой})$$

$$\angle BDC = \angle BAD \quad (\text{углы между кас. и хордой})$$

$$\Rightarrow \angle CAD = \angle PCB + \angle BDC$$

$$\angle DBE = \angle PCB + \angle BDC \quad (\text{внешний для } \triangle BCB)$$

$$\Rightarrow \angle CAD = \angle DBE$$

$$\angle DBE = \angle DAE \quad (\text{вн. , опир. на } \overset{\frown}{DE})$$

$$\Rightarrow \angle CAD = \angle DAE$$

Пусть CE пересекает AD в м. X  $\Rightarrow$  AX-бис.  $\angle CAE \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{CX}{XE} = \frac{CA}{AE} \quad (\text{по м. о бис.})$$

$$\text{По } \frac{CX}{XE} = \frac{CA}{AE}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \frac{CA}{AE} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{AE}{\sin \angle CBA} = \frac{BC}{\sin \angle CAB} \quad (\text{по т. синусов для } \triangle ABC)$$

$$\frac{AC}{BC} = \frac{\sin \angle CBA}{\sin \angle CAB}$$

$$\angle DBE = \angle DAE$$

$$\angle BXD = \angle AXE \quad (\text{верт.})$$

$$\Rightarrow \triangle BXD \sim \triangle AXE \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{AE} = \frac{DX}{XE}$$

По т. синусов для  $\triangle DEX$ :

$$\frac{XD}{\sin \angle XED} = \frac{XE}{\sin \angle XDE} \Rightarrow \frac{DX}{XE} = \frac{\sin \angle XED}{\sin \angle XDE} =$$

$$= \frac{\sin \angle XED}{\sin \angle ABE} \quad (\angle ABE = \angle ADE \text{ — впис. опис. на } \overline{AE})$$

$$= \frac{\sin \angle BAD}{\sin \angle ABE} \quad (\angle BAD = \angle BED, \text{ опис. на } \overline{BD}) =$$

$$= \frac{\sin \angle BAD}{\sin \angle CBA} \quad (\sin \angle CBA = \sin \angle ABE, \text{ т.к. } \angle ABE + \angle CBA = 180^\circ)$$

$$\text{Значит } \frac{AC}{BC} \cdot \frac{BD}{AE} = \frac{\sin \angle CBA}{\sin \angle CAB} \cdot \frac{\sin \angle BAD}{\sin \angle CBA} =$$

$$= \frac{\sin \angle BAD}{\sin \angle CAB} = \frac{\sin \angle BDC}{\sin \angle BCD} \quad (\angle CAB = \angle BCD, \angle BDC = \angle BAD)$$

По т. синусов для  $\triangle CBD$ :

$$\frac{BC}{\sin \angle BDC} = \frac{BD}{\sin \angle BCD} \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{\sin \angle BDC}{\sin \angle BCD}$$

$$\text{И.е. } \frac{AC \cdot BD}{BC \cdot AE} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow \frac{AC}{AE} \cdot \frac{BD}{BC} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{AE}{AC}$$

$$= \sqrt{\frac{7}{20}}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{\frac{7}{20}}$$

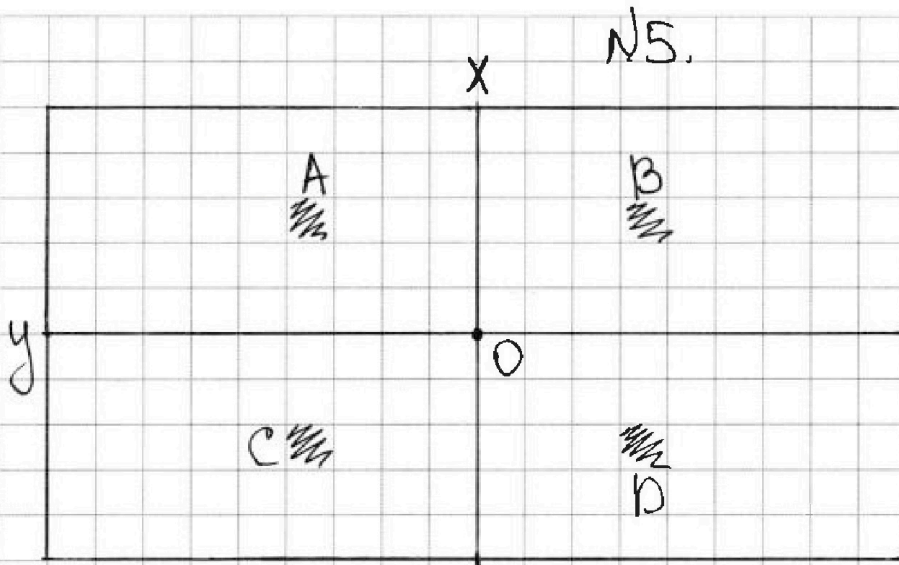


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть  $x, y$  - средние линии прямоу.,  $O$  - его центр. Тогда  $x \perp y$ .

Пусть при отв. отв.  $x$  клетка  $A$  ~~переходит~~ переходит в клетку  $B$ , а при отв. отв.  $y$  - в клетку  $C$ . Пусть при отв. отв.  $y$  клетка  $B$  переходит в клетку  $D$ . Тогда  $AB \perp x \Rightarrow AB \parallel y$ ,  $AC \perp y \Rightarrow AC \parallel x$ ,  $BD \perp y \Rightarrow BD \parallel x$ ,  $AC = BD$ , т.к.  $AC = 2p(A, y)$ , а  $BD = 2p(B, y)$ , из усл.  $p(A, y) = p(B, y)$  (здесь  $p(A, y)$  - расстояние от точки  $A$  до прямой  $y$ ). Отсюда  $ABDC$  - прямоу.,



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

из см.  $X$  и  $y$ -ого средних линий.  
Значит  $O$ -центр  $ABDC$ . И.е.

при см. отн.  $O$   $A \rightarrow D$ ,  $B \rightarrow C$   
( $\rightarrow$  "озн. "переходит").

Значит если мн-во см. отн.  
обесе средних линий, то оно  
см. и отн. центра прями.

Пусть мн-во см. отн. одной  
ср. линии (например  $x$ ) и центра.

Тогда если т.  $A \in$  мн-ву, то  $B$   
и  $D \in$  мн-ву из см. Но раз  $D \in$   
мн-ву, то и  $C \in$  мн-ву (см. отн.  $x$ ).

Значит мн-во см. и отн.  $y$  тоже.  
Это означает, что из ~~любо~~ см.

автоматически следует ~~и~~ третья.

Пусть  $N_1, N_2, N_3$ -кач-во способов  
выбрать 8 точек так, чтобы мн-во  
обладало см. 1, 2 и 3 вида соотв.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

То формуле включения-исключения:

~~$N_1 \cup N_2 \cup N_3 = N_1 + N_2 + N_3 - N_1 \cap N_2 - N_1 \cap N_3 - N_2 \cap N_3 + N_1 \cap N_2 \cap N_3$~~

$$N_1 \cup N_2 \cup N_3 = N_1 + N_2 + N_3 - N_1 \cap N_2 - N_1 \cap N_3 - N_2 \cap N_3 + N_1 \cap N_2 \cap N_3 = N_1 + N_2 + N_3 - 2N_1 \cap N_2$$

(следует из доказанного выше).

Посчитаем  $N_1 \cup N_2$ . Выберем произвольную т. А

(~~150~~ 500 · 120 способами). т. В, С, D опр. аналогично и лежат в мк-ве. Далее из ост.

точек выберем т. А' (т. В', С', D' опр. аналогично и лежат в мк-ве)

500 · 120 - 4 способами. Итого способов

$$500 \cdot 120 \cdot (500 \cdot 120 - 4) = N_1 \cup N_2$$

Посчитаем  $N_1 = N_2 = N_3$ . Выберем произв. т. А. Отразим её, получим А'.

Выберем одну из оставшихся кн. X. Отразим её, получим X'.

Выберем одну из ост. т. Y → Y'



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

И наконец выберем одну из ост. кл.  $Z \rightarrow Z'$ . Итого способов:  
 $500 \cdot 120 \cdot (500 - 120 - 2) \cdot (500 - 120 - 4) \cdot (500 - 120 - 6)$   
Подставляем в формулу и получаем:  
 $3 \cdot 500 \cdot 120 \cdot (500 - 120 - 2) \cdot (500 - 120 - 4) \cdot (500 - 120 - 6) -$   
 $2 \cdot 500 \cdot 120 \cdot (500 - 120 - 4) \cdot \cancel{500 \cdot 120}$   
 $\cancel{(500 - 120 - 4)} \cdot \cancel{(3 \cdot (500 - 120 - 2) \cdot 500)}$   
Ответ:  $3 \cdot 500 \cdot 120 \cdot (500 - 120 - 2) \cdot (500 - 120 - 4) \cdot$   
 $(500 - 120 - 6) - 2 \cdot 500 \cdot 120 \cdot (500 - 120 - 4)$   
\* Прим.: В данном решении клетки (кл.) также называются точками (т.).





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a < b \Rightarrow a-c < b-c$$

$$\text{Если } a-c = p, \text{ то } b-c = p \Rightarrow a = b \quad \times$$

$$\text{Если } a-c = -p, \text{ то } b-c = -p \Rightarrow a = b \quad \times$$

III. К.  $p$  - простое;  $a-c, b-c \in \mathbb{Z} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} \text{ или}$$

$$\text{или } \begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases}$$

III. К.  $|p^2| \geq 1$ , 2 и 3 случая невозможны

ны ( $a-c < b-c$ ).

$$\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = 1 \end{cases}$$

I случай ( $a-c = 1$ ):

$$\begin{cases} a = c+1 \\ b = c+p^2 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b = (c+1)^2 + c + p^2 = c^2 + 2c + 1 + c + p^2$$

$$= c^2 + 3c + p^2 + 1 = 1000$$

$$c^2 + 3c + p^2 = 999$$

~~$$c^2 + 3c + 1 = 1000 \Rightarrow c^2 + 3c - 999 = 0$$~~

~~$$c^2 + 3c - 999 = 0$$~~

~~$$p^2 = 999 = c^2 + 3c < 1000$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left( \begin{array}{l} \text{III.к. } \int_{-3}^3 1 \text{ и } \int_{-3}^3 2^2 \\ \text{III.е. } p: 3 \Rightarrow p=3 \end{array} \right)$$

$$a = c - 9, \quad b = c - 1$$

$$a^2 + b^2 = (c - 9)^2 + c - 1 = c^2 - 18c + 81 + c - 1 =$$

$$= c^2 - 17c + 80 = \cancel{900} 1000$$

$$c^2 - 17c = 920$$

$$c^2 - 17c - 920 = 0$$

$$D = 17^2 + 4 \cdot 920 = 289 + 3680 = 3969 = 63^2$$

$$c_1 = \frac{17 + 63}{2} = \frac{80}{2} = 40 \Rightarrow \begin{cases} a = 31 \\ b = 39 \end{cases}$$

$$c_2 = \frac{17 - 63}{2} = \frac{-46}{2} = -23 \Rightarrow \begin{cases} a = -32 \\ b = -24 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (31, 39, 40); (-32, -24, -23); \\ (-32, -24, -33); (31, 39, 30).$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$17 \cdot 6 = 60 + 42 = 102$   
 $17 \cdot 4 = 40 + 28$   
 $17 \cdot 5 = 85$   
 $25x + 34 = -25 \cdot 19 + 34 = 509$   
 $17^2 + 4 \cdot 920 = 289 + 3680 = 3969$   
 $3x + 2 \neq 0$   
 $b, b.g \rightarrow \sqrt{(25x+34)(3x+2)} = \sqrt{3969} = 63$   
 $b.g^2 = 2 - x \rightarrow 2 - x = \frac{63}{3x+2}$   
 $2 - x = \frac{63}{3x+2} \rightarrow (2-x)(3x+2) = 63$   
 $6x - 3x^2 + 4 - 2x = 63$   
 $-3x^2 + 4x - 59 = 0$   
 $3x^2 - 4x + 59 = 0$   
 $D = 16 - 702 = -686 < 0$   
 No solution for this path.

$17^2 + 4 \cdot 920 = 289 + 3680 = 3969$   
 $3x + 2 \neq 0$   
 $b.g^2 = 2 - x \rightarrow 2 - x = \frac{63}{3x+2}$   
 $2 - x = \frac{63}{3x+2} \rightarrow (2-x)(3x+2) = 63$   
 $6x - 3x^2 + 4 - 2x = 63$   
 $-3x^2 + 4x - 59 = 0$   
 $3x^2 - 4x + 59 = 0$   
 $D = 16 - 702 = -686 < 0$   
 No solution for this path.

$q^2 = \frac{1}{(3x+2)^2}$   
 $q^2 = \frac{1}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}$   
 $q^2 = \frac{1}{\sqrt{3969}} = \frac{1}{63}$   
 $q = \pm \frac{1}{\sqrt{63}}$

$36 + 28 + 34 + 30 = 128$   
 $0 = 2 \rightarrow 160 + 64 = 224$   
 $72 - 25 = 67 - 20 = 47$   
 $2 - x = \frac{47}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}$   
 $2 - x = \frac{47}{\sqrt{3969}} = \frac{47}{63}$   
 $2 - x = \frac{47}{63} \rightarrow x = 2 - \frac{47}{63} = \frac{89}{63}$

$3x + 2 < 0 \rightarrow x < -\frac{2}{3}$   
 $2 - x > 0 \rightarrow x < 2$   
 $25x + 34 > 0 \rightarrow x > -\frac{34}{25}$   
 $2 - x > 0 \rightarrow x < 2$

$x^2 - 4x + 4 = -25x - 34$   
 $x^2 - 4x + 4 + 25x + 34 = 0$   
 $x^2 + 21x + 38 = 0$   
 $D = 441 - 152 = 289 = 17^2$   
 $x = \frac{-21 \pm 17}{2} = \frac{-4}{2} = -2$  or  $\frac{-38}{2} = -19$

$x^2 - 4x + 4 = 25x + 34$   
 $x^2 - 29x - 30 = 0$   
 $(x+1)(x-30) = 0$   
 $x = -1$  or  $x = 30$

$x^2 + 3x \leq y + z$   
 $x \leq -6$   
 $x \in [-6, -2]$

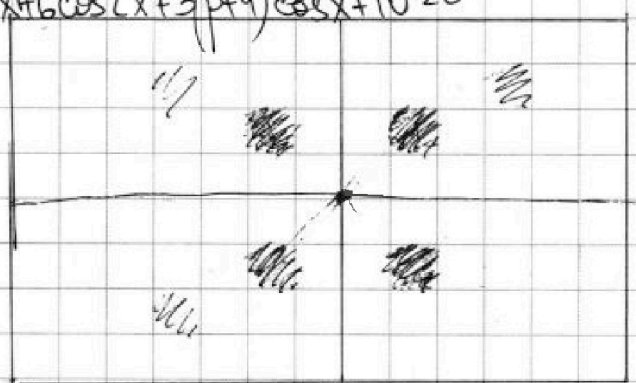
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$X^2 - 6$        $-X \leq 6$        ~~$489$~~        $4(3-X)(X+6) = 25$   
 $3-X-2Z \geq 0$        $X+6=3-X$        $Z \in [-20, 20]$   
 $X+2Z \leq 3$        $2X^2 - 3$        $6+3+40=49$        $-X^2 - 3X + 18 = \frac{25}{4}$   
 $2Z \leq 3-X \leq 9$        $X = -\frac{3}{2}$        $\sqrt{4X+24} + 1$        ~~$2X^2 - 3X + 4 = 4$~~        $-4X^2 - 12X + 72 = 25$   
 $-X^2 - 3X + Y + Z \geq 0$        $\sqrt{3-X} \cdot (\sqrt{2X+6} + 1) \cdot Y - 12X - 4X^2 + 4Z \geq X+6$        $4X^2 + 12X - 47 = 0$   
 $\frac{-3 - \sqrt{17}}{2} X^2 + 3X \leq Y + Z$        $\sqrt{X+6} + 7 = 2\sqrt{4-3X-X^2+Z} + \sqrt{3-X-2Z}$        $4X^2 + 12X - 47 = 0$   
 $g + 4 \cdot 2 = 47$        $98 - 16 = 72$        $14Y + 4 \cdot 4 \cdot 47$   
 $0 \cos$        $7 \cdot 14 - 16 = 98 - 16 = 92 - 10 = 82$        $16 \cdot 47$   
 $6 \cos 3X + 6 \cos 2X + 3(p+4) \cos X + 10 = 0$        $640 + 704$   

  
 $C_1$        $C_2$        $C_3$   
 $C_1 = 500 \cdot 120 \cdot (500 \cdot 120)$   
 $\cdot (500 - 120 - 4) \cdot (500 \cdot 120)$   
 $C_2 = C_1$        $a + 7 = b + 2$   
 $C_3 = C_1$        $a^2 - b^2 = 9$   
 $a - b = 2ab - 7$   
 $g = (2ab - 7)(a + b)$   
 $C_1 \cap C_2 = C_1 \cap C_3$   
 $C_2 \cap C_3$   
 $Z = 0$        $X^2 + 3X \leq 3 \cdot 6 = 18$        $X^2 + 3X - 18 \leq 0$   
 $3n - 2m$        $18 - X(X+3)$        $(X+6)(X-3) \leq 0$   
 $(Y+2) + 2|Y-18| \geq 20$        $|Y+2| + |Y-18| \geq 20$   
 $Y = 18$   
 $2\sqrt{18-3X-X^2+Z} + \sqrt{3-X-2Z}$        $X \in [-6, 3]$   
 $7 + \sqrt{X+6}$        $\sqrt{X+6} \leq 9 \geq 3$   
 $\sqrt{X+6}$        $X+6 \geq 0$        $\sqrt{X+6} + 7 = \sqrt{3-X} + 2\sqrt{X^2-3X+18}$   
 $3-X \geq 0$        $X \leq 3$        $2\sqrt{X^2-3X+18} = \sqrt{X+6} + \sqrt{3-X} + 7$   
 $X \leq 3$        $Z = 2$        $4(X^2-3X+18) = 9 + 49 + 14\sqrt{X+6} - 14\sqrt{3-X} - 2\sqrt{X+6}|3-X|$   
 $X(X-3)$        $-3 \cdot -6 = 18$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~200+150~~

$$(t+1)^3 + (p-1)t^3 = 0$$

$$(t+1)^3 = (1-p)t^3$$

$$t+1 = \sqrt[3]{1-p}$$

$$t+1 > 0$$

$$\sqrt[3]{1-p} > 1$$

$$4p \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 4 \cos x + 10 = 0$$

$$1 = t \quad 4p \cos^3 x + 6(2 \cos^2 x - 1) + 4 \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x - 6 + 4 \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x - 6 + 10 + 4 \cos x = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 4 \cos x + 4 = 0$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + \cos x + 1 = 0$$

$$t \in [-1, 1]$$

$$pt^3 + 3t^2 + t + 1 = 0$$

$$t < 0$$

$$pt^3 + 3t^2 + t + 1 > 0$$

$$p + 3 + 2 = p + 5$$

$$|pt^3 + 3t^2 + 1| \leq t(pt+3)$$

$$(3t^2 + t + 1)^2 = 6t + 1$$

$$3pt^2 + 6t + 1$$

$$t > 0$$

$$pt^3 < 0$$

$$3t^2 + t + 1 > 0$$

$$t < 0$$

$$\cos 3x = 2 \cos^2 x \cos x - \sin x \sin x = 2 \cos^2 x \cos x - \sin^2 x$$

$$2 \cos^2 x \cos x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x \cos x - (1 - \cos^2 x) = 2 \cos^2 x \cos x - 1 + \cos^2 x = 3 \cos^2 x \cos x - 1$$

$$\frac{BE}{BD} = \frac{CB^2 - CD \cdot CE}{BD \cdot CD}$$

$$\frac{BE}{BD} = \frac{CB^2 - CD \cdot CE}{BD \cdot CD}$$

$$2 \cos x (1 - \cos^2 x) = 2 \cos x (1 - \cos^2 x)$$

$$t^3 + 3t^2 + t + 1 = 0$$

$$t^3 + 3t^2 + t + 1 > 0$$

$$p + 3 + 2 = p + 5$$

$$|pt^3 + 3t^2 + 1| \leq t(pt+3)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

$$-x^2 - 3x + 18 = -(x^2 + 3x - 18) = -(x-3)(x+6)$$

$$\cos 3x = \cos(2x+x) = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = 2\cos^2 x \cos x - 2\sin x \cos x \sin x = 2\cos^3 x - 2\cos x \sin^2 x = 2\cos^3 x - 2\cos x(1-\cos^2 x) = 4\cos^3 x - 2\cos x$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{(3-x)(x+6)}$$

$$\sqrt{(3-x)(x+6)} = p$$

$$x+6 + 3-x + 49 + 14(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x}) - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} =$$

$$= 4p^2 (\cos^3 x + 1) + (p-1)\cos^3 x = 4p^2 \cos^3 x + 4p^2 + (p-1)\cos^3 x = 4p^2 \cos^3 x + 4p^2 + p\cos^3 x - \cos^3 x = 5p^2 \cos^3 x + 4p^2 + p\cos^3 x - \cos^3 x$$

$$4p^2 = 58 + 28p - 98 - 20$$

$$4p^2 - 28p + 40 = 0 \quad p^2 - 7p + 10 = 0 \quad (p-2)(p-5) = 0$$

$$2p^2 - 13p + 20 = 0 \quad p = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 160}}{4} = \frac{13 \pm 3}{4} \Rightarrow p = 5 \text{ or } 2$$

$$169 - 2 \cdot 20 \cdot 2 = 169 - 80 = 89$$

$$2 \cdot 16 - 4 \cdot 13 + 20 = 32 - 52 + 20 = 0$$

$$9 + 4 \cdot 2 = 17 \quad x^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+8}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x^2 + 3x + \frac{9}{4} = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$\begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \end{cases} \Rightarrow a=b$$

$$\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p \end{cases} \Rightarrow a-c = p-1$$

$$\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = -1 \end{cases} \Rightarrow a=c, b=c-1$$

$$a = c+1, \quad b = c+p$$

$$c^2 + 2c + 1 + (c+p)^2 = 1000$$

$$c^2 + 3c + p = 999$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & b - a \neq \frac{1}{3} \Rightarrow b \not\equiv a \pmod{3} \\
 & b - a = p^2 - 1 \\
 & \left. \begin{aligned} & \text{то если } p \equiv 1 \pmod{3}, \text{ то } p^2 \equiv 1 \pmod{3} \\ & \text{если } p \equiv 2 \pmod{3}, \text{ то } p^2 \equiv 4 \equiv 1 \pmod{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow p \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p = 3 \Rightarrow p = 3 \text{ (} p \text{ - простое)}.
 \end{aligned}$$

$$c^2 + 3c + 9 = 999$$

$$c^2 + 3c = 990$$

$$c^2 + 3c - 990 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 990 = 9(1 + 4 \cdot 110) = 9 \cdot 441 = 3^2 \cdot 21^2$$

$$c = \frac{-3 \pm 3 \cdot 21}{2} = \frac{-3 \pm 63}{2}$$

$$c = \frac{-3 - 63}{2} = \frac{-66}{2} = -33 \Rightarrow \begin{cases} a = -32 \\ b = -24 \end{cases}$$

$$c = \frac{-3 + 63}{2} = \frac{60}{2} = 30 \Rightarrow \begin{cases} a = 31 \\ b = 39 \end{cases}$$

II случай ( $a - c = -p^2$ ):

$$a - c = -p^2 \Rightarrow a = c - p^2, \quad b - c = -1 \Rightarrow b = c - 1$$

$$a^2 + b^2 = (c - p^2)^2 + c - 1 = c^2 - 2p^2c + p^4 + c - 1$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Аналогично } b - a = p^2 - 1 \left. \begin{aligned} & \Rightarrow p^2 \not\equiv 1 \pmod{3} \\ & \Rightarrow p \equiv 0 \pmod{3} \end{aligned} \right\} \\
 & b - a \neq \frac{1}{3} \Rightarrow b \not\equiv a \pmod{3}
 \end{aligned}$$

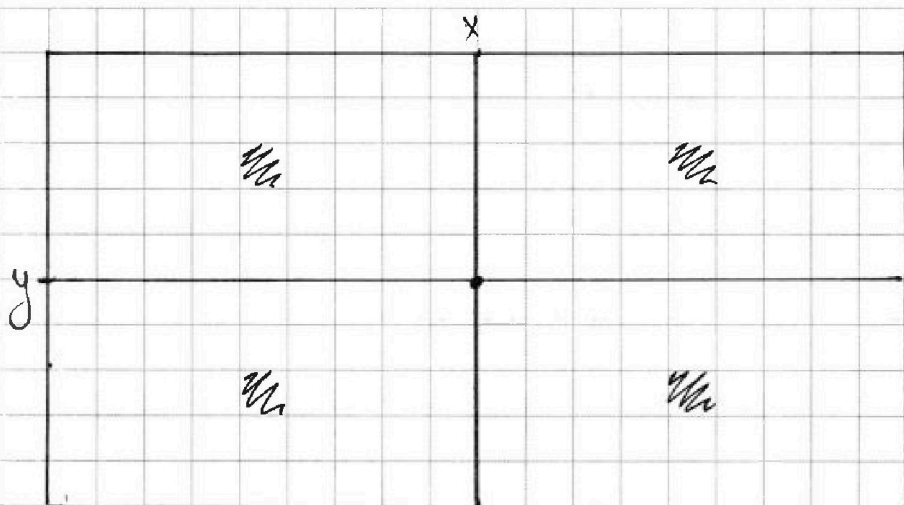


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$500 \cdot 120 = n$$

$$n \cdot (n-2) \cdot (n-4) \cdot (n-6)$$

$$n \cdot (n-4)$$

$$\begin{aligned} & n(n-2)(n-4)(n-6) - 2n(n-4) = \\ & = \cancel{n} \cancel{(n-4)} (n^2 - 8n + 12 - 2) = n(n-4)(n^2 - 8n + 10) \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

