



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \text{ десятый член равен } x+4, \text{ а двенадцатый член равен } \sqrt{(15x+6)(x-3)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $9 : 25$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $150 \times 200$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 820$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

Пусть  $q$  - это отклонение модого элемента зем.

последовательности к предыдущему. Тогда

$$q^8 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{\sqrt{(15x+6)(x-3)^3}} = \sqrt{(x-3)^4} = (x-3)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = \pm \sqrt[8]{(x-3)^2} = \pm \sqrt[4]{|x-3|}$$

$$(x+4)q^2 = \sqrt{(15x+6)(x-3)} \quad | \quad x \geq -4, \text{ иначе } (x+4)q^2 < 0 \text{ и } \sqrt{(15x+6)(x-3)} \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x+4)^2 q^4 = (15x+6)|x-3| \Rightarrow (x^2+76+80)|x-3| = (15x+6)(x-3)$$

$$x \neq 3 \text{ (иначе } q^2 \text{ бесконечно)}; \quad x > 3 \Rightarrow x^2+76+80x = 15x+6 \Rightarrow x^2-7x+70=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \in \{5; 2\} \text{ (но } x > 3 \Rightarrow \boxed{x=5}$$

$$x < 3 \Rightarrow -(x^2+76+80x) = 15x+6 \Rightarrow x^2+23x+32=0 \Rightarrow x=-1; -22.$$

Но при  $x=-22$  4-ый и 12-ый члены последовательности, а

10-й - отрицателен, что быть не может, т.к. в зем.

прогрессии знаки либо постоянны, либо чередуются.

Заметим, что при  $x=-1$  все члены последовательности -

$$\text{вещественны; например } \sqrt{(15x+6)(x-3)} = \sqrt{(-9)(-4)} = \sqrt{36} = 6$$

Ответ: -1; 5



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
? ИЗ ?

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

$$\sqrt{225 - z^2} \leq \sqrt{225} = 75$$

При  $y = 35$   $|y - 20| + 2|y - 35| = 15$  и при увеличении/уменьшении

$y$  от  $y = 35$  ~~увеличивается~~  $2|y - 35|$  разнится быстрее, чем

уменьшается (а но и увеличивается)  $|y - 20| \Rightarrow |y - 20| + 2|y - 35| > 15$

при  $y \neq 35 \Rightarrow y = 35; z = 0$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2} = 2\sqrt{-(x+7)(x-5)}$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{-(x-5)} = 2\sqrt{-(x+7)(x-5)} - 6$$

$$x > -7; x \leq 5$$

$$\sqrt{x+7} + 6 = 2\sqrt{-(x+7)(x-5)} + \sqrt{-(x-5)} = \sqrt{-(x-5)}(2\sqrt{x+7} + 7)$$

~~Решения симметричны относительно  $x = 2$  (т.е.~~

если  $x_0$  - решение, то  $x_0 - 7$  - решение), т.е. уравнение

$$\sqrt{x+7} + 6 = \sqrt{5-x}(2\sqrt{x+7} + 7) \Rightarrow \sqrt{6+6} = \sqrt{6} \cdot 2$$

$$\text{При } x = -7 \quad \sqrt{6+6} < 2 \cdot 6 + \sqrt{6}$$

$$\text{При } x = -7 \quad 6 \geq \sqrt{6}$$

$$\text{При } x = 5 \quad \sqrt{72+6} > 0$$

Ответ:  $( ; 35; 0) ; ( ; 35; 0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$\cos 2x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p \Leftrightarrow 4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 6 \cos^3 x - 3 + p \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4 \cos^3 x - 6 \cos^3 x + 3 \cos x + 3 - p = 0.$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t \Rightarrow f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 3(4t^2 - 4t + 1) = 3(2t - 1)^2 \geq 0$$

$$\min\{f(t); t \in [-1; 1]\} = f(-1) = -7; \max\{f(t); t \in [-1; 1]\} = f(1) = 7 \Rightarrow$$

$$\boxed{t \in [-1; 1] \Rightarrow f(t) \in [-7; 7]} \Rightarrow -7 - p \in [-7; 7] \Rightarrow p - 3 \in [-7; 7] \Rightarrow p \in [-7; 4]$$



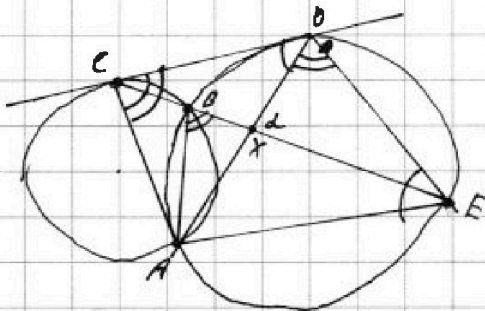
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.



$$CX:XE = 9:25$$

$$\angle AED = \angle CDA$$

$$\angle DCA = 180^\circ - \angle CBA = 180^\circ - (180^\circ - \angle EBA) = \angle EBA = \angle ADE$$

$$\triangle ADE \sim \triangle ACD \quad (\angle AED = \angle CDA \text{ и } \angle DCA = \angle EDA) \Rightarrow \frac{CD}{DE} = \sqrt{\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ADE}}}$$

$$\angle DXE = \alpha$$

$$\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{S_{\triangle AXC} + S_{\triangle DXC}}{S_{\triangle AXE} + S_{\triangle DXE}} = \frac{\frac{1}{2}(AX \cdot CX \cdot \sin \alpha) + \frac{1}{2}(DX \cdot CX \cdot \sin(180^\circ - \alpha))}{\frac{1}{2}(AX \cdot EX \cdot \sin(180^\circ - \alpha)) + \frac{1}{2}(DX \cdot EX \cdot \sin \alpha)}$$

$$= \frac{AX \cdot CX \cdot \sin \alpha + DX \cdot CX \cdot \sin \alpha}{AX \cdot EX \cdot \sin \alpha + DX \cdot EX \cdot \sin \alpha} = \frac{CX \cdot \sin \alpha (AX + DX)}{EX \cdot \sin \alpha (AX + DX)} = \frac{CX}{EX} = \frac{9}{25} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{CD}{DE} = \frac{3}{5}$$

Ответ: ~~5:3~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.

Пусть  $F(1;2;3)$  — кол-во способов раскрасить 6 клеток шах,

чтобы выполнялись условия 1, 2 и 3. Аналогично,  $F(1;2)$  —

кол-во способов раскраски с выполнением условий 1 и 2 ~~и 3~~

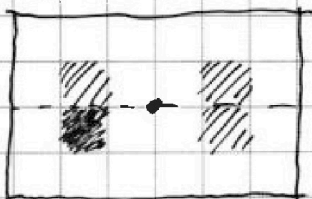
(условие 3 может выполняться или не выполняться, неважно)

$F(1)$  — с выполнением условия 1 и т.д.

Заметим, что выполнение любых двух условий влечёт

выполнение всех трёх. Вот примеры:

1 и 2  $\Rightarrow$  3



2 и 3  $\Rightarrow$  1



Поэтому  $F(1;2) = F(1;2;3)$ ,

$F(2;3) = F(1;2;3)$ ,  $F(1;3) = F(1;2;3)$

По формуле включения-исключения или исчерпывающим образом —

$$\text{это } F(1) + F(2) + F(3) - F(1;2) - F(2;3) - F(1;3) + F(1;2;3) =$$

$$= F(1) + F(2) + F(3) - 2 \cdot F(1;2;3). \text{ Посчитаем каждую из функций!}$$

$F(1)$ . Мы можем ~~раскрасить~~ закрасить 4 клетки

в левой половине прямоугольника и закрасить оставшиеся

4 в правой половине единственным способом. (из-за симметрии

в любой раскраске в каждой из половинок одинаковое кол-во закраше-

нных клеток). Поэтому  $F(1) = C_{50-100}^4 = C_{15000}^4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5 (чрор.)

Аналогично устанавливается, что  $F(2) = C_{15000}^4$  и  $F(1) = C_{15000}^4$ ,

(хотя и в  $F(2)$  берётся нижняя, а не левая половина, в ней тоже кол-во клеток)

~~$F(1;2;3)$~~   $F(1;2;3)$ . Мы <sup>можем</sup> закрасить 2 клетки в левой половине

в четверти ~~и~~ и закрасить оставшиеся ~~одинаковым~~ <sup>одинаковым</sup> образом (в силу 2 и 3 в каждой четверти одинаковое

кол-во закрашенных клеток - 2 шт.). Поэтому  $F(1;2;3) =$

$$= C_{15000}^2 = C_{7500}^2$$

Итого исходный ответ равен  $3 \cdot C_{15000}^4 - 2 \cdot C_{7500}^2$

~~Условие 1~~

\* условие 1 - симметрия относительно центра

Условие 2 - симметрия относительно горизонтальной <sup>сред.</sup> ~~сред.~~ линии

Условие 3 - симметрия относительно вертикальной <sup>сред.</sup> ~~сред.~~ линии

Ответ:  $3 \cdot C_{15000}^4 - 2 \cdot C_{7500}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 6.

$$a = 820 - b^2.$$

$$\text{П.к. } (a-c) \in \mathbb{Z} \text{ и } (b-c) \in \mathbb{Z} \text{ и } (a-c)(b-c) = p^2 \Rightarrow \begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} a-c > 1 \\ b-c = p^2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a-c = -p \\ b-c = -p \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases}$$

$$\text{П.к. } a-c > b-c, \text{ то } \begin{cases} a-c = p^2 & (1) \\ b-c = 1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 & (2) \end{cases}$$

$$(1) (a-c) - (b-c) = p^2 - 1$$

$$\Rightarrow a-b = p^2 - 1 \Rightarrow 820 - b^2 - b = p^2 - 1 \Rightarrow$$

$$(2) (a-c) - (b-c) = -1 - (-p^2) = p^2 - 1$$

$$\Rightarrow b^2 + b + p^2 - 821 = 0 \Rightarrow D = 1 + 4 \cdot 821 - 4p^2 = 3285 - 4p^2. \text{ П.к. } b \in \mathbb{Z}$$

$$D \geq 0 \text{ и } \sqrt{D} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow D = n^2 (n \in \mathbb{Z}), 3285 : 3 = 1095. \forall x \in \mathbb{Z}, x^2 \pmod{3} \in \{0, 1\}$$

$$D \pmod{3} = \begin{cases} 0 - 4 \cdot 1 \equiv -1 \equiv 2 \Rightarrow D \neq n^2 \\ 0 - 4 \cdot 0 \Rightarrow p^2 : 3 \Rightarrow p = \pm 3 \end{cases}$$

$$D = 3285 - 4 \cdot 9 = 3285 - 36 = 3249 = 57^2 \Rightarrow b = \frac{-1 \pm 57}{2} \Rightarrow b \in \{-29; 28\}$$

$$(A) b = -29 \Rightarrow a = 820 - b^2 = 820 - 841 = -21; \quad a-b = 5/3$$

$$\begin{cases} a-c = 9 \Rightarrow c = a-9 = -33 \\ a-c = -1 \Rightarrow c = a+1 = -23 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c = 9 \Rightarrow c = a-9 = 27 \\ a-c = -1 \Rightarrow c = a+1 = 37 \end{cases}$$

$$(B) b = 28 \Rightarrow a = 820 - 28^2 = 820 - 784 = 36; \quad a-b = 8/3$$

$$\begin{cases} a-c = 9 \Rightarrow c = a-9 = 27 \\ a-c = -1 \Rightarrow c = a+1 = 37 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c = 9 \Rightarrow c = a-9 = 27 \\ a-c = -1 \Rightarrow c = a+1 = 37 \end{cases}$$

Ответ:  $(-24; -29; -33);$   
 $(-24; -29; -23); (36; 28; 27);$   
 $(36; 28; 37).$



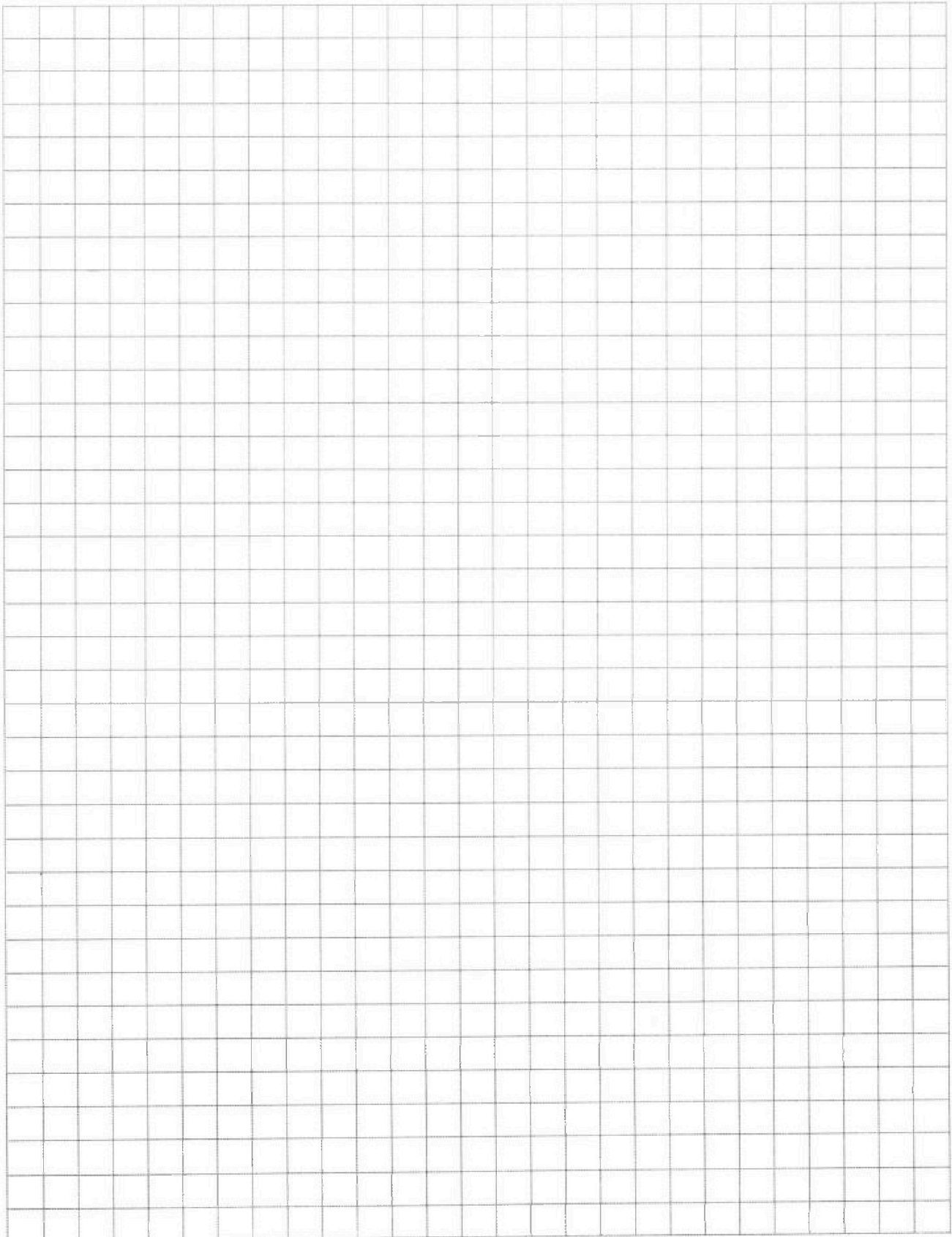


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

*Черновик*

$$f(t) = f(-1) + \Delta \quad \Delta = 3 \int_{-7}^4 (2t-1)^2 dt = 3 \int_{-7}^4 (4t^2 - 4t + 1) dt = \left. \left( \frac{4}{3}t^3 - 2t^2 + t \right) \right|_{-7}^4$$

$$\Delta = 4t^3 - 6t^2 + 3t \Big|_{-7}^4 = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 73$$

$$225 - 2^2 = 4^2 + 400 - 409 + 4y^2 + 900 - 1409 = 4(y-20)(y-15)$$

$$5y^2 - 180y + 5300 + 4(y-20)(y-15)$$

1250  
25  
1225

$$\sqrt{5-x} = 2\sqrt{x+3} + 7$$

$$\sqrt{x+3} + 6 = \sqrt{5-x} \quad \left( \begin{array}{l} 2\sqrt{x+3} + 7 \\ 6 + 7 \end{array} \right)$$

$$2\sqrt{x+3} = 2(\sqrt{x+3} + 7)$$

$$2\sqrt{x+3} = 8\sqrt{x+3}$$

$$\sqrt{77} + 6 = 2\sqrt{77} + 7$$

$$2 + 6 = 2\sqrt{3}(8 + 7)$$

$$\sqrt{3} + 6 = 3(2\sqrt{3} + 7)$$

$$\sqrt{6} + 6 = \sqrt{6}(2\sqrt{6} + 7)$$

$$\sqrt{6} + 6 = \sqrt{6}(\sqrt{6} + 7)$$

$$\sqrt{70} + 6 = \sqrt{2}(2\sqrt{70} + 7)$$

$$7 + 6 = \sqrt{7}(2\sqrt{7} + 7)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4\cos^3 x + 3\cos x = 6\cos^2 x - 2 + p$$

Черновик

$$4\cos^3 x - 6\cos^2 x + 3\cos x + 2 - p = 0$$

$$u = 2 - p$$

$$t = \cos x$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + u = 0$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$t(4t^2 - 6t + 3) + u = 0$$

$$t(4t^2 - 6t - 2) - p$$



$$c = 6 - 2$$

0 0  
1 1  
2 4  
1 0  
4 7  
1 7  
6 0  
2 4  
8 1

~~1~~  
~~2~~  
~~3~~  
~~4~~  
~~5~~  
~~6~~  
~~7~~  
~~8~~  
29

9.5

$$p^2 = a - b - 1 = 820 - 6^2 - 6 - 1 \quad 6^2 + 6 + p^2 - 827 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 827 - 4p^2$$

$$1146$$

$$D = 3277 - 4p^2$$

$$u = \sqrt{20 - 8^2}$$

$$a - c = -1$$

$$b - c = -p^2$$

$$a - b = p^2 - 1$$

$$820 - 6^2 - 6 = p^2$$

$$6^2 + 6 + p^2 - 827 = 0$$

$$p = 1 + 4 \cdot 827 - 4p^2$$

$$1184$$

$$\begin{array}{r} 947 \\ \times 4 \\ \hline 3200 \\ 164 \\ \hline 355 \\ 185 \\ \hline 3249 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 29 \quad 900 - 59 \\ \times 29 \\ \hline 841 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 6 \\ \times 28 \\ \hline 118 \\ + 224 \\ \hline 56 \\ \hline 784 \end{array}$$

$$4p^2 \in \{0; 7; 3; 6; 7\}$$

$$4p^2 \in \{0; 7; 3; 6; 7\}$$

$$p^2 \in \{0; 7; 3; 6\}$$

$$p^2 \in \{0; 7\}$$

$$p \in \{0; 4; 5\}$$

$$a \quad 3267 \quad 3277 - 169 \cdot 4$$

$$\begin{array}{r} 3267 \\ - 1360 \\ \hline 2087 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2087 \\ \times 4 \\ \hline 8348 \end{array}$$

$$3277 \quad 484 \quad 2524$$

$$2177 - 84 \quad 361 \quad 1200$$

$$2100 - 7 \quad 240 \quad 240$$

$$2053 \quad 4 \quad 7156$$

$$\begin{array}{r} 2053 \\ \times 7 \\ \hline 14371 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14371 \\ + 289 \\ \hline 14660 \end{array}$$

$$14660 \quad 2077$$

$$14660 - 2077 = 12583$$

$$12583 \quad 2017 - 200$$

$$12583 - 200 = 12383$$

$$12383 \quad 2796$$

$$12383 - 2796 = 9587$$



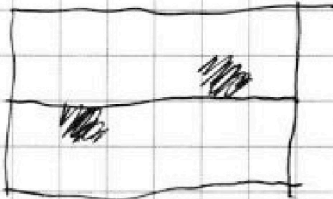
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$150 - 100 \square \times 4 - (75 \cdot 100 \square \times 2 + \text{Черновик})$$



$$F(a, \dots) + F(\dots, b, \dots)$$

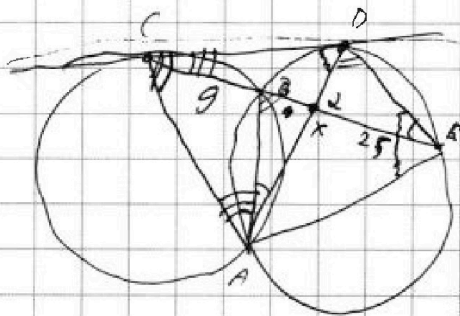
$$F(a, b, c) = F(\dots, \dots) - F(a, \dots) - F(\dots, b, \dots) - F(\dots, \dots, c) + F(a, b, \dots) + F(a, \dots, c) + F(\dots, b, c)$$

$$ans = (1) + (2) + (3) \cdot 2 - (1, 2) - (2, 3) - (1, 3) + (1, 2, 3)$$

$$p \equiv 3, 4$$

$$ans = (1) + (2) + (3) - 2 \cdot (1, 2, 3)$$

$$p^2 \equiv 2 \pmod{7}$$



$$S = Cx \cdot xp \cdot \sin \alpha + Cx \cdot xD \cdot \sin \alpha = Cx \cdot \sin \alpha \cdot AD$$

$$D_2 = 3277 - 4p^2$$

$$\begin{array}{r} 293 \\ 4 \\ \hline 57 \\ 57 \\ \hline 199 \\ 285 \\ \hline 3249 \end{array}$$

~~$$35$$~~

$$2 \quad 48$$

$$3 + 5 + 4 + 4 = 16 + (? \cdot 2)$$

~~$$\begin{array}{r} 6 \\ 29 \\ \hline 7 \\ 125 \\ \hline 527 \\ 847 \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} 58 \\ 27 \\ \hline 224 \\ 56 \\ \hline 886 \end{array}$$~~

$$\sqrt{3} \quad 55$$

~~$$58$$~~

$$4 + 5 + 6 = 15$$

$$\begin{array}{l} 841 \quad 786 \\ a - b - 7 = p^2 \\ b - a - 7 = -p^2 \\ a - b + 7 = p^2 \end{array}$$

$$p < 10$$

$$p^2 = 9 \Rightarrow p = 3$$

~~$$45$$~~

~~$$98$$~~

$$D_2 = 3285 - 4p^2 = 3285 - 36 = 3249$$

$$7 \quad 68$$

$$37$$

$$a = 820 - 6^2$$

$$820 - 6^2 - 6 \pm 7 = p^2$$

$$D = 1 - 4p^2 + 4879$$

$$b = \frac{-7 \pm 59}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

~~$$-5$$~~

$$b^2 + 6^2 + p^2 = 25 + 36 + 9 = 81 = 9^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y^4 = \sqrt{(5x+6)(x-3)} / \sqrt{(5x+6)(x-3)^2} = \sqrt{(x-3)} = (x-3)^{1/2} \quad \text{Черновик}$$

$$y = \pm \sqrt{x-3}$$

$$(x+4)\sqrt{x-3} = \sqrt{(5x+6)(x-3)}$$

$$(x+4)^2 \sqrt{x-3} = (5x+6) \sqrt{x-3}$$

$$(x^2+8x+16)\sqrt{x-3} = (5x+6)\sqrt{x-3}$$

$$x^4 + 256 + 64x^2 + 72x^2 + 256x + 76x^3 = 225x^3 + 16x + 780x^2 - 675x^2 - 108 - 540x - 504x$$

$$x^4 - 209x^3 + 597x^2 + 770x + 364 = 0$$

$$x = -4$$

256 + 205

$$(x+4)\sqrt{x-3} = \sqrt{(5x+6)(x-3)}$$

$$(x^2+8x+16)(x-3) = (5x+6)(x-3)$$

$$x^3 + 5x^2 - 8x - 48 = 5x^2 - 10x - 18$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 10x^2 + 17x - 18 & x-5 \\ \hline x^3 - 5x^2 & \\ \hline -5x^2 + 17x & \\ -5x^2 + 25x & \\ \hline 6x - 18 & \end{array}$$

$$x^3 - 10x^2 + 17x - 18 = 0$$

$$125 - 250 + 15 - 18 = 0$$

$$x = 5$$

$$(x-5)(x^2-5x+6) = 0$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{2} = 2, 3$$

$$\frac{9}{\sqrt{8}} = \frac{9}{2\sqrt{2}} \quad 9 \quad 9 \cdot \sqrt{2}$$

$$\frac{3}{\sqrt{64}} = \frac{3}{8} \quad 3 \quad 3 \cdot 2$$