



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x - 35}{(x + 1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5 - x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x - 35)(x + 1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x + 3} - \sqrt{4 - x - z} + 5 = 2\sqrt{y + x - x^2 + z}, \\ |y + 1| + 3|y - 12| = \sqrt{169 - z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $3 : 10$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $200 \times 250$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 560$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_7 = a_1 q^6 = \sqrt{\frac{13x - 35}{(2x+1)^3}} \quad (1), a_1 > 0$$

$$a_{13} = a_1 q^{12} = \sqrt{\frac{13x - 35}{(2x+1)^3}} (5-x) \quad (2)$$

$$a_{15} = a_1 q^{14} = \sqrt{\frac{13x - 35}{(2x+1)^3}} (2x+1) \quad (3)$$

$$x \in (-\infty; -7) \cup \left(\frac{35}{13}; +\infty\right)$$

Если  $x = \frac{35}{13}$ , то  $a_{15} = 0$  и  $a_7 = 0$ ,

а  $a_{13} = \frac{100}{13}$ , но из-за того, что

$a_{15} = 0$ , получаем или  $a_1 = 0$ , или  $q = 0$ ,

но при этом  $a_{13}$  должно равняться 0,

но  $a_{13} \neq 0$ , значит  $x \neq \frac{35}{13}$ .

Умножим (1) и (2)

$$a_1^2 q^{18} = \sqrt{\frac{13x - 35}{(2x+1)^3}} (5-x)$$

возведем в квадрат (3)

$$a_1^2 q^{28} = (13x - 35)(2x+1)$$

$$(13x - 35)(2x+1) = \sqrt{\frac{13x - 35}{(2x+1)^3}} (5-x) q^{10}$$

$$\sqrt{(13x - 35)(2x+1)^5} = (5-x) \cdot q^{10}$$

$$x < 5$$

$$q^8 = \sqrt{(2x+1)^4} = (2x+1)^2$$

$$q^2 = \sqrt{2x+1}, \quad q^{10} = \sqrt{(2x+1)^5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(13x - 35)(2 - 7x)^5} = (5 - x) \sqrt{|2 - 7x|^5}$$

$$\sqrt{\frac{(13x - 35)(2 - 7x)^5}{|2 - 7x|^5}} = 5 - x$$

1) Если  $x < -7$

$$\sqrt{35 - 13x} = 5 - x$$

при  $x \geq \frac{35}{13}$ , но  $x > \frac{35}{13}$

значения  $x$  не существуют.

2) Если  $x > -7$

$$\sqrt{13x - 35} = 5 - x$$

$$13x - 35 = 25 + x^2 - 10x$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$D = 529 - 240 = 289$$

$$x_{1,2} = \frac{23 \pm \sqrt{289}}{2}$$

$$\begin{cases} x = 20 \\ x \leq 3 \\ x < -7 \\ \frac{35}{13} < x < 5 \end{cases} \Rightarrow x = 3$$

Ответ: 3





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
5 ИЗ 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$D = 1 + 8 = 9$$

$$\begin{cases} t = -2 \\ t = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b = -2 & (1) \\ a - b = 7 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = -2$$

$$\text{Замени: } \sqrt{4-x} = y, \quad y \geq 0$$

$$\sqrt{y^2+7} = y-2$$

$$\begin{cases} y \geq 2 \\ 2y^2 - 4y - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{2 + \sqrt{10}}{2} \\ y = \frac{2 - \sqrt{10}}{2} \end{cases} \Rightarrow y = \frac{2 + \sqrt{10}}{2}$$
$$y \geq 2$$

$$4-x = \frac{14 + 4\sqrt{10}}{4}, \quad x = \frac{7 - 2\sqrt{10}}{2}$$

$$(2) \quad \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 7$$

$$\text{Замени: } \sqrt{4-x} = y, \quad y \geq 0$$

$$\sqrt{7-y^2} = y+7$$

$$\begin{cases} y \geq 0 \\ 2y^2 + 2y - 6 = 0 \end{cases}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

6 ИЗ 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y^2 + y - 3 = 0$$

$$\begin{cases} y = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \\ y = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} \\ y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$y - x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}, \quad x = \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$$

Ответ:  $(\frac{1 - \sqrt{13}}{2}; 12; 0)$  или  $(\frac{1 - 2\sqrt{10}}{2}; 12; 0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{4x-x^2+z} \\ 14x+1+3|4-x-z| = \sqrt{165-z^2} \quad (2) \end{cases}$$

Рассмотрим уравнение (2)

$$14x+1+3|4-x-z| = \sqrt{165-z^2}$$

$$1) \begin{cases} y < -7 \\ -4y+35 = \sqrt{165-z^2} \end{cases}$$

Максимальное значение, которое принимает  $\sqrt{165-z^2}$  равно 13.

По выражению справа больше 13

при  $y < -7$ , значит случай не реализуется.

$$2) \begin{cases} -7 \leq y \leq 12 \\ -2y+37 = \sqrt{165-z^2} \end{cases}$$

Минимальное значение берем для лева при  $y = 12$ , так как уравнение удовлетворяет.

$$\begin{aligned} \text{При } y = 12 &\Rightarrow 13 = \sqrt{165-z^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow z &= 0 \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$31 \quad \begin{cases} y > 7x \\ 4y - 35 = \sqrt{165 - x^2} \end{cases}$$

Возможно случаи 1).

Выражение слева больше 13.

Значит случай не реализуется.

Получаем  $x = 0, y = 12$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{20-x^2+12}$$

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 4 \\ x^2 - x - 12 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 4 \\ -3 \leq x \leq 4 \end{cases} \Rightarrow -3 \leq x \leq 4$$

~~Возможно случай 2), когда~~

~~выражение слева больше 13~~

~~и не реализуется~~

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + x+3 - 2x-15 - 2 = 2\sqrt{(0-x^2)(4-x)}$$

Заменим:  $\sqrt{x+3} = a, \sqrt{4-x} = b$

$$a - b + a^2 + b^2 - 2 = 2ab$$

$$(a-b)^2 + a - b - 2 = 0$$

Заменим:  $a - b = t$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
7 ИЗ 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3\alpha + 3 \cos 2\alpha + 6 \cos \alpha = p$$

$$4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha + 8 \cos^2 \alpha - 3 + 6 \cos \alpha = p$$

Заменим:  $\cos \alpha = t$ ,  $|t| \leq 1$

$$4t^3 + 3t + 6t^2 - 3 = p$$

$$t^3 + \frac{3}{2}t^2 + \frac{3}{4}t - 3 = \frac{p}{4}$$

$$\left(t + \frac{1}{2}\right)^3 - 3 - \frac{1}{8} = \frac{p}{4}$$

$$\left(t + \frac{1}{2}\right)^3 = \frac{p}{4} + \frac{25}{8}$$

$$t = \sqrt[3]{\frac{p}{4} + \frac{25}{8}} - \frac{1}{2}$$

$$-1 \leq \sqrt[3]{\frac{p}{4} + \frac{25}{8}} - \frac{1}{2} \leq 1$$

$$\frac{1}{2} \leq \sqrt[3]{\frac{p}{4} + \frac{25}{8}} \leq \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{8} \leq \frac{p}{4} + \frac{25}{8} \leq \frac{27}{8}$$

$$-3 \leq p \leq \frac{1}{4}$$

При таких значениях  $p$ , уравнение будет иметь корни на отрезке  $[-1; 1]$ .

Ответ:  $\left[-3; \frac{1}{4}\right]$

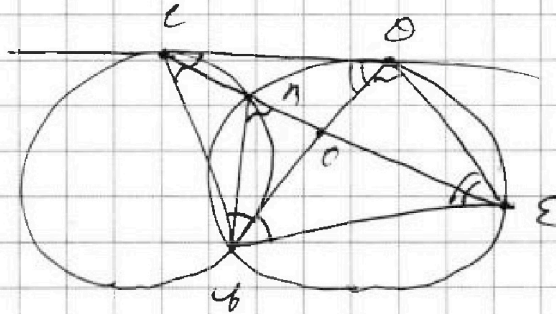


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
8 ИЗ 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CO}{OE} = \frac{3}{10}$$

$$\angle COA = \angle ABE$$

$$\angle ABE = \angle BOE \text{ (определены по углу } \alpha \text{)}$$

$$\angle CAB = 180 - \angle ABE$$

$$\begin{aligned} \angle COB &= 180 - \angle CAB - \angle AOB = \\ &= \angle ABE - \angle COA \end{aligned}$$

$$\angle COB = \angle BCO$$

$$\begin{aligned} \angle BCO &= \angle CBA + \angle AOB = \\ &= \angle ABE = \angle COE \end{aligned}$$

$$\triangle COB \sim \triangle BOE \text{ (по двум углам)}$$

~~$$\angle COB = \angle BOE$$~~

$$BO - биссектриса \angle COE$$

$$\frac{CO}{BO} = \frac{CO}{OE} = \frac{3}{10}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
9 из 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cancel{AB} \cdot CB = 36, \quad AC = 10$$

$$\frac{AB}{CB} = \frac{AC}{AB}$$

$$AB^2 = AC \cdot CB = 309^2$$

$$AB = 4\sqrt{30}$$

$$\frac{CA}{AC} = \frac{CB}{AB} = \frac{36}{4\sqrt{30}} = \frac{3}{\sqrt{30}} = \frac{\sqrt{30}}{10}$$

$$\frac{AC}{CA} = \frac{\sqrt{30}}{3}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{30}}{3}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
15 ИЗ 75

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S = 200 \cdot 250$$

$$\frac{S}{2} = 100 \cdot 250$$

Умова ~~каждой~~ <sup>каждая</sup> ~~клетка~~ <sup>клетка</sup>

область такой симметрии, ~~шаго~~

$$C_{25000}^? \cdot C_{25000}^8 = C_{25000}^{8+2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
11 ИЗ 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

только при  $p=3$ , получаем:

$$a - b = -8$$

$$a + b^2 = 560$$

$$a - b + b + b^2 - 560 = 0$$

$$b^2 + b^2 - 568 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 568 = 11 \ 2272 = 2273$$

$$b_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{2273}}{2} \text{ - иррационали}$$

ны или ~~или~~

$a$  и  $b \in \mathbb{Z}$ . Не подходит.

3) Аналогично 2).

Только  $a - b = 8$

$$b^2 + b - 552 = 0$$

$$D = 1 + 2208 = 2209$$

$$\begin{cases} b = 23 \\ b = -24 \end{cases}$$

при  $b = 23$ ,  $a = 31$

$b - c = 1$ ,  $c = 22$

при  $b = -24$ ,  $a = -16$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
12 ИЗ 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b - c = 7$$

$$c = b - 7 = -25$$

Ответ: ( 31 ; 23 ; 22 ) ;  
( -16 ; -24 ; -25 )





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
10 ИЗ 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-b)(c-1) = p^2$$

Возможно 3 случая

$$1) \begin{cases} a-b=p \\ c-1=p \end{cases} \quad 2) \begin{cases} a-b=1 \\ c-1=p^2 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} a-b=p^2 \\ c-1=1 \end{cases}$$

1) случай не возможен

так как при этом  $a=b$ , но

по условию  $a > b$ .

$$2) \quad a-b = 1-p^2 = (1-p)(1+p)$$

~~Если~~  $p$  - простое, если  $p$  делит

остаток  $1$  по модулю  $3$ , но

$1-p \equiv 3$ , а если  $p$  делит остаток

$2$  по модулю  $3$ , то  $1+p \equiv 3$ .

~~Если~~

~~то~~

но  $a-b$  не кратно  $3$ , получаем

~~то~~  $p$  делит остаток  $0$

по модулю  $3$ , а это возможно



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
14 ИЗ 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$AL$  - диаметр,  $1$  мс - и высоте.

$BB_1$  - высота

$BB_1 \perp (ABC)$

$AL \perp BC$

по п. 03<sup>21</sup>  $\perp$

$\Rightarrow$

$BB_1 \perp BC$

$BB_1 \parallel BB_2 \parallel CC_1$

$BB_2 \perp AC$  и  $CC_1 \perp AB$

$BB_2CC_1$  - прямоугольник.

$BB_2CC_1 = AC \cdot BC = AB_2 \cdot AC$

$$BB_2 = 3$$

$$BB_1 = BB_2 = 3$$

$$B_1K_2 = 4$$

$B_1K_2$  - высота,  $AB_1$  - гипотенуза.

$AB_1 \perp B_1K_2$ . Прямоугольник

этого не может быть. Значит

высота параллелина равна  $0$ .

~~.....~~

~~.....~~

Ответ:  $0$



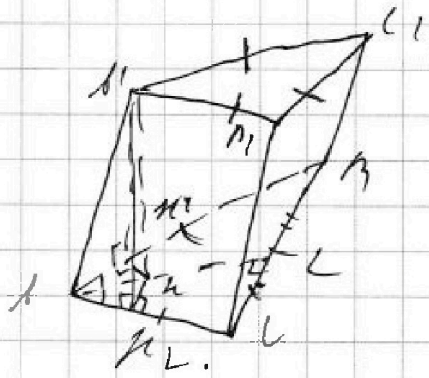


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
12 ИЗ 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{\Delta A'K_1C} = 4$$

$$S_{\Delta A'K_2C} = 4$$

$$S_{\Delta A'K_3C} = 3$$

$$h_1 = 7$$

$$\Delta ABC - \text{пря.}$$

Окружность вписана в  $\Delta K_1$ .

Из  $K_2$  проведем ~~перпендикуляр~~ <sup>отрезок, перпендикулярный</sup> ~~к~~  $K_1$

сторонам  $AK_1$  и  $AK_2$ .

$$S_{\Delta AK_1A} = h_1 \cdot AK_1, \quad S_{\Delta AK_2A} = h_2 \cdot AK_2$$

$$h_1 = h_2$$

$$h_1 \cdot AK_1 = h_2 \cdot AK_2$$

$$h_1 = h_2$$

$\Delta AK_1K_2 = \Delta AK_2K_1$  (по катетам и гипотенузе). Тогда  $AK_1 = AK_2$ .

$AK_1 = AK_2 = AK$ . Тогда  $AK = 4$ .

Итак  $AK = 4$ .

$$h_1 = \frac{4}{7} = 4$$



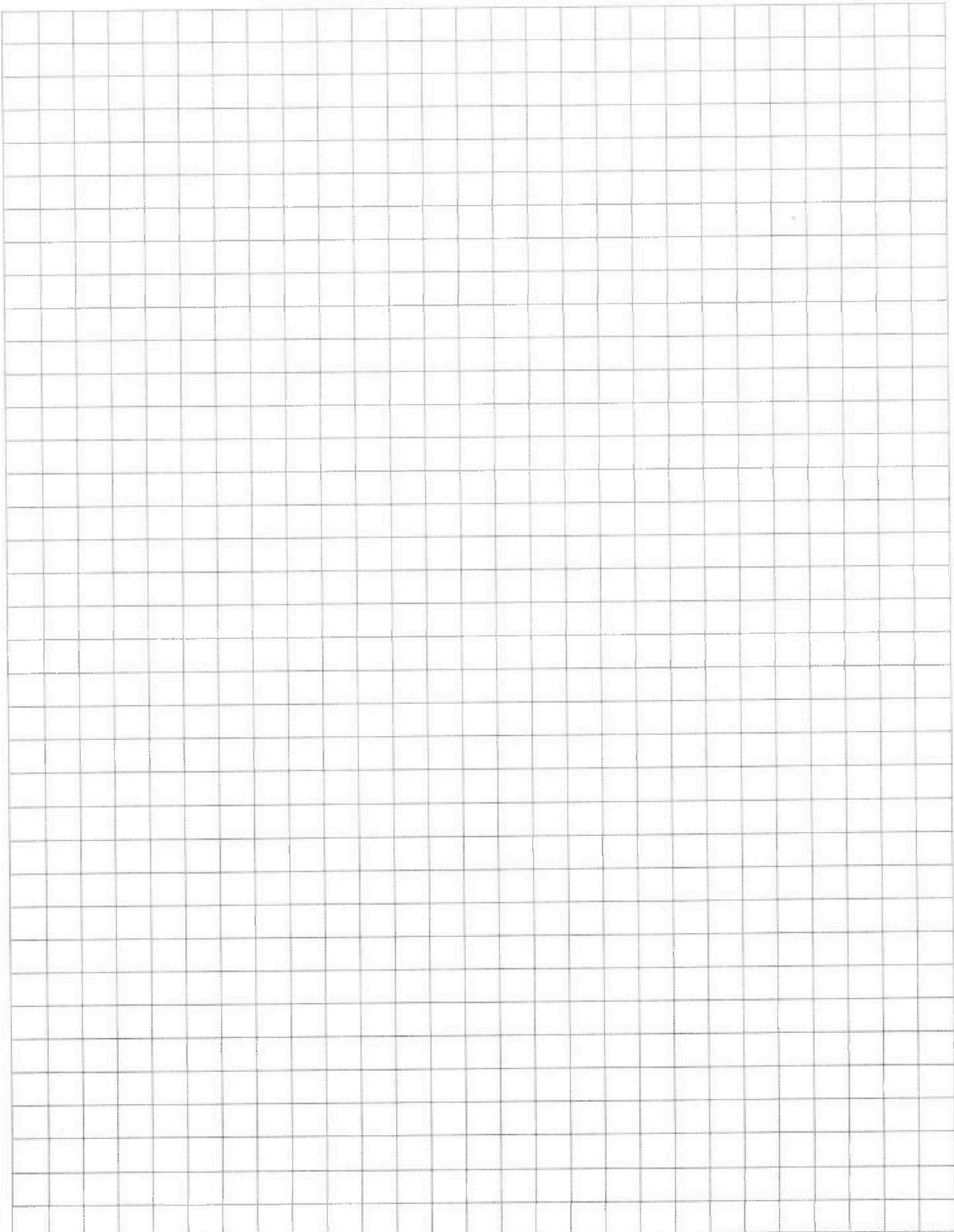


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



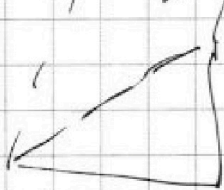
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

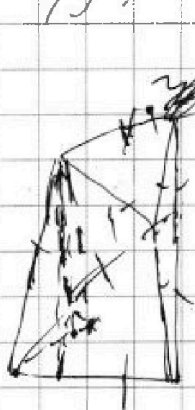
~~$|z| \leq 13$~~   $u + v^2 = 566$   
 ~~$|z| \leq 13$~~

~~$y + 1 + 2y \rightarrow 5y^2 + 1$~~   $u + v^2 = 10$



$7 + 113$

$13 = 6$



$x \geq -3$   $\cos 3x + 3 \cos 2x +$

$y \leq -1$   $16 \cos x = p$

$-4 - 7 - 3 + 13 = 9 \leq 35$

$-44 + 35$

$0 \text{ or } 5 = 2 \sqrt{4 + 3 - 9 - 12}$

$4 - 7$

$-x^2 + x - 19 + 12$

~~$y + 1 + 2y \geq -\frac{1}{4}$~~

$x \geq -3$

$z \geq -\frac{1}{4} - 4$

$|9 + 17| + 19 - 12 + 21 + 13 \leq z \geq \frac{73}{4}$

554

554

$y + 1 - 3 + 12 +$

12

~~$y \leq 1$~~

$\begin{array}{r} 23 \\ 566 \\ + 648 \\ \hline 1272 \end{array}$

$- 13 - 24 + 24$

552

554

$+ 648$

$y + 1 - 25 + 19 + 25 + 24$

552

~~$y \leq 1$~~

1272

-49

49 + 35 = 84

$y + 1 + 9 - 12 + 25 - 19$

12

48

73

-7

~~$74 - 35$~~





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА \_\_\_\_\_  
ИЗ \_\_\_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода непустима!

$$t^3 + 6t^2 + \frac{13}{4}t - 1$$

$$\cos 3\alpha + 3\cos 2\alpha + 6\cos \alpha = p \Rightarrow p = 7$$

$$t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 13t - 4$$

$$\cos 3\alpha + 3\cos \alpha + 6\cos \alpha = 19 \Rightarrow 19 \leq 10$$

$$-3t$$

$$-2 \Rightarrow p=7$$

$$t^3 - \frac{3}{2}t^2$$

$$4t^3 - 3t^2 + 6t^2 + 13t = 7p$$

$$\cos 3\alpha + 3\cos \alpha + 6\cos \alpha = p$$

$$\cos 3\alpha + 6\cos \alpha + 3(\cos 2\alpha + \cos \alpha) = p \Rightarrow (a-b)^2 = 4p^2$$

$$t^2 + t(a-b) - p^2 = 0$$

$$(a-b)^2 = 4p^2$$

$$a-b \equiv 2p \pmod{3}$$

$$(a-b)(a-c)(b-c) = p^3$$

$$p=10$$

$$a+b-c = 560$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 10 \\ 1 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$b-c \not\equiv 0 \pmod{3} \quad (a-c)(b-c) = p^2$$

$$(a-b)(b-c) + (c-b)^2 = p^2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~n = 2~~

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+3} - \sqrt{y-x-z} + 5 \leq \\ y+x-x+z \geq 0 \\ x^2 - yx - y - z \leq 0 \end{array} \right.$$

$$x \geq -3$$

$$-13 \leq z \leq 13, \quad x+z \leq 4$$

$$y+x-x+z \geq 0$$

$$z \leq 7$$

$$x^2 - yx - y - z \leq 0$$

$$-x \leq 3$$

$$-13 \leq -z \leq 13$$

~~$$4 \cos 3t + 3 \cos t$$~~

$$4 \cos 3t + 3 \cos t$$

$$4 \cos 3t + 3 \cos 2t + 6 \cos t = p$$

$$4t^3 + 3t + 6t^2 - 3$$

$$-10 \leq p \leq 10$$

~~$$4t^3 + 3t + 6t^2 - 3$$~~

$$4t^3 - 3t + 6t^2 - 3 + 6t$$

$$4t^3 + 1$$

$$4t^3 + 3t + 6t^2 - 3$$

$$4 \cos^3 t + 3(\cos 2t + \cos t) = p \quad \begin{array}{l} 2 \cos 2t \cos t + 3 \cos t \\ 2 \cos 2t \cos t + 3 \cos t \end{array}$$

$$[-1; 1]$$

$$2 \cos 2t \cos t + 3 \cos t + 5 \cos t = p$$

$$[-1; 1]$$

$$\cos 3t + 3(2t^4 + 2t - 1)$$

$$[-1; 1]$$

~~$$4t^3 - 3t + 6t^2 - 3$$~~

$$4t^3 - 3t + 6t^2 - 3 + 6t = p$$

$$\cos 3t + \cos 2t + 1 = 2(2t^4 - 1 + 3t)$$

$$\frac{1}{4} \frac{1}{2} = 4t^3 + 3(2t^4 - 1 + 3t) = p$$

$$4 \cos t + 3 \left( \frac{\cos 3t}{2} \cos \frac{2t}{2} \right) = p \quad \begin{array}{l} 4t^3 - 3t + 6t^2 - 3 + 6t \\ 4t^3 - 3t + 6t^2 - 3 + 6t \end{array}$$

~~$$4t^3 + 3t + 6t^2 - 3$$~~

$$\cos 3t - 3 \cos t + 3(\cos 2t + 3 \cos t) = p$$

$$4t^3 + 3t + 6t^2 - 3 = p$$

$$\cos 3t = \cos 2t \cos t - \sin 2t \sin t =$$

$$4t^3 + 3t + 6t^2 + 1$$

$$= 2 \cos^2 t - \cos t - 2 \sin^2 t \cos t =$$

$$= 2 \cos^2 t - \cos t - 2 \cos t + 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

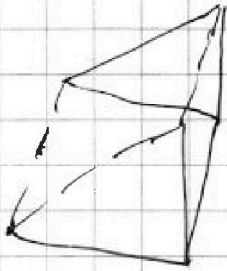
СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_{12} = a_1 \cdot 5^6 = \sqrt{\frac{131 - 35}{(2+1)^3}}$$

$$a_{13} = a_1 \cdot 9^{12} = 5 - 1$$

$$a_{15} = a_1 \cdot 9^{14} = \sqrt{(132 - 35)(2+1)}$$



$$9^x = \sqrt[2x-1]{(2x+1)^2} \quad (-5; -1) \quad \left(\frac{25}{13}\right) \cdot 100$$

$$a_1 = \sqrt{132 - 35}$$

$$a + b^2 = 560 \quad \frac{132x + 35}{(2+1)^2} = a \cdot 9^{2x} =$$

$$a > 0 \quad b(0; 2) \quad a \cdot 9^{2x} =$$

$$\frac{(132x - 35)(2x+1) = 132x - 35}{(2+1)^2} \quad (2x+1)^2$$

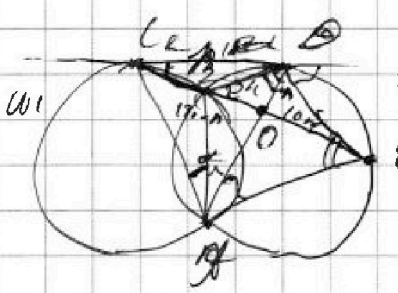
$$a - b \neq 0 \quad (132x - 35)(2x+1)^2 - (132x - 35) = 0$$

$$(a-b)(b-c) = p^2 \quad \frac{132x - 35}{(2+1)^2} = p^2$$

$$132x - 35 = p^2(2+1)^2$$

$$a - b - c(a+b) + c^2 = p^2 \quad 132x - 35 = p^2(2+1)^2$$

$$132x - 35 = p^2 \cdot 9$$



$$x^2 - 132x - 9 = 0 \quad x = -1 \quad x = 132$$

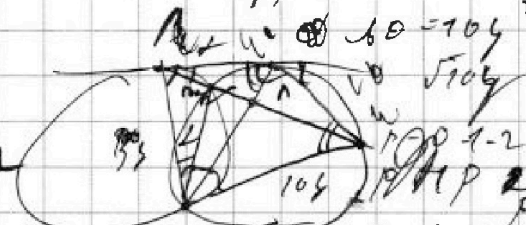
$$(a-b)(b-c) + (b-c)^2 = p^2$$

$$p = a - c$$

$$p = b - c$$

$$a - b = p^2$$

$$b - c = p^2$$



$$b - c = 0 \quad 12$$

$$a - c = 7 \quad 12$$

$$b - c = p^2 = 24$$