



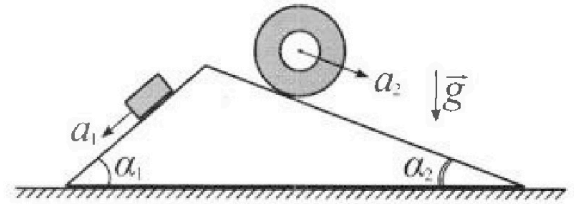
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

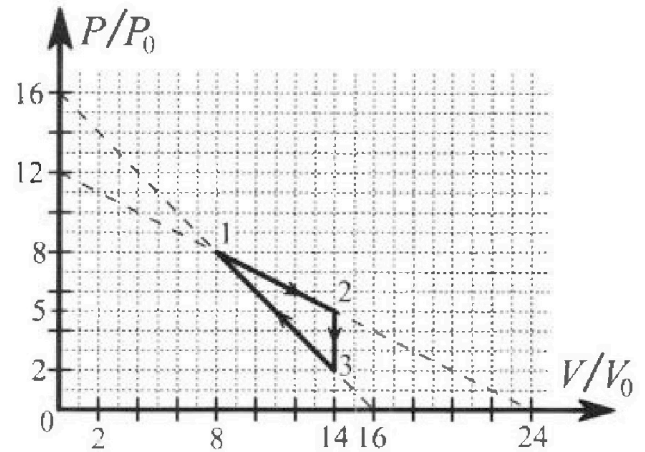
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 6g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $2m$ с ускорением $a_2 = g/4$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

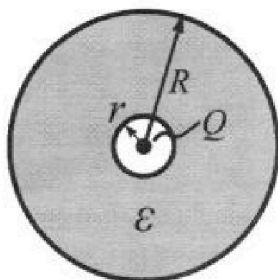
2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.



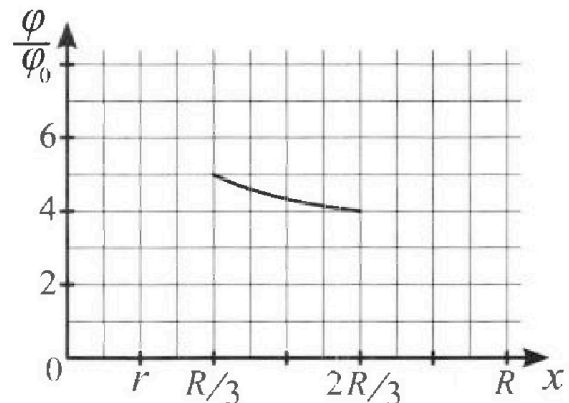
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.



- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 5R/6$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



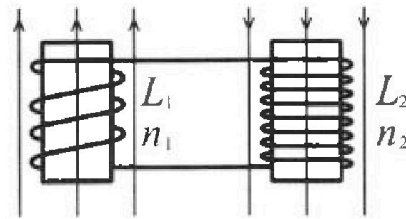
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

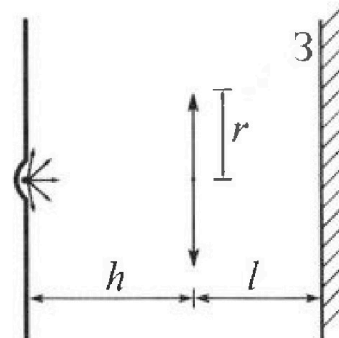


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 16L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 4n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью \dot{I} (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $3B_0$ до $9B_0/4$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 5$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало Z . Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в $[см^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.

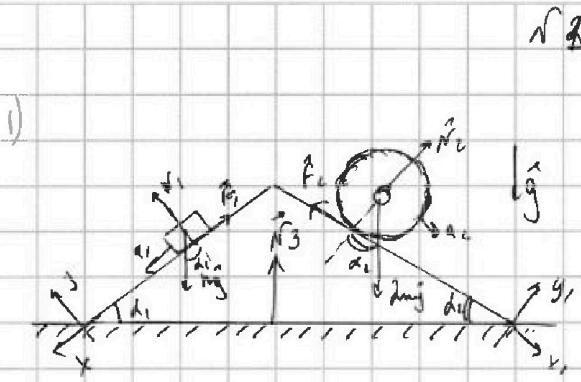


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



второй закон Ньютона:

$$m\vec{a}_1 = m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_1$$

$$x: ma_1 = mg \sin d_1 - F_1$$

$$F_1 = mg \sin d_1 - ma_1$$

$$F_1 = \frac{3}{5} mg - \frac{6}{13} mg = \frac{9}{65} mg$$

$$2) 2ma_2 = 2m\vec{g} + \vec{F}_2 + \vec{N}_2$$

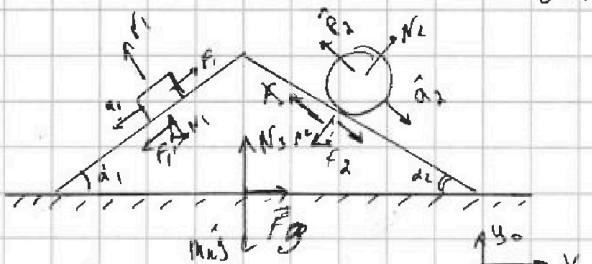
$$x_1: 2ma_2 = 2mg \sin d_2 - F_2$$

$$F_2 = \frac{10}{13} mg - \frac{1}{2} mg = \frac{7}{26} mg$$

$$F_2 = 2mp \sin d_2 - 2ma_2$$

3) на кривой действуют силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 по первому закону Ньютона

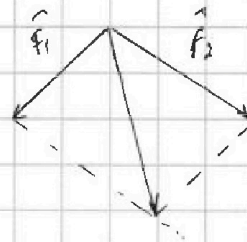
закону Ньютона



a_k - ускорение кривой

$$F_2 > F_1$$

m_k - масса кривой



$$N_1 = mg \cos d_1 = \frac{4}{5} mg$$

$$N_2 = 2mg \cos d_2 = \frac{24}{13} mg$$

для кривой:

$$ma_k = m_k \vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{N}_3$$

$$x_0: 0 = N_1 \cos \left(\frac{\pi}{2} - d_1 \right) - N_2 \cos \left(\frac{\pi}{2} - d_2 \right) -$$

$$- F_1 \cos d_1 + F_2 \cos d_2 + F_3$$

$$N_2 > N_1$$

$$F_2 > F_1$$

\Rightarrow кривая без кривизны
гравитация без вреда

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$F_3 = N_2 \cos \left(\frac{\pi}{2} - d_2 \right) - N_1 \cos \left(\frac{\pi}{2} - d_1 \right) + F_1 \cos d_1 - F_2 \cos d_2$$

$$F_3 = N_2 \sin d_2 - N_1 \sin d_1 + F_1 \cos d_1 - F_2 \cos d_2$$

$$F_3 = \frac{24}{13} mg \cdot \frac{5}{13} - \frac{4}{5} mg \cdot \frac{3}{5} + \frac{9}{65} mg \cdot \frac{4}{5} - \frac{7}{26} mg \cdot \frac{12}{13}$$

$$F_3 = \frac{120}{169} mg - \frac{12}{25} mg + \frac{36}{13 \cdot 25} mg - \frac{42}{13} mg$$

$$F_3 = \frac{78}{169} mg + \frac{36 - 156}{13 \cdot 25} mg = \frac{78}{169} mg - \frac{120}{13 \cdot 25} mg + \frac{12}{13}$$

$$F_3 = \frac{30 - 24}{65} mg = \frac{6}{65} mg$$

Ответ : 1) $\frac{6}{65} mg$

2) $\frac{7}{26} mg$

3) $\frac{6}{65} mg$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \frac{|\Delta U_{12}|}{A_{уника}} = \frac{\frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1)}{\frac{1}{2} \frac{6V}{V_0} \cdot \frac{P_1}{P_0} - \frac{3}{2} \frac{V}{V_0} \cdot \frac{P}{P_0}} = \frac{\frac{3}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1)}{6 \frac{V}{V_0} \cdot \frac{P}{P_0}} = \frac{1}{6} \frac{70 \frac{V}{V_0} \frac{P}{P_0} - 6 \frac{V}{V_0} \frac{P}{P_0}}{\frac{V}{V_0} \cdot \frac{P}{P_0}}$$

$$P_1 V_1 = \nu R T_1 \quad T_1 - \text{температура в точке 1} = \frac{1}{6} \cdot 6 = 1$$

$$P_2 V_2 = \nu R T_2 \quad T_2 - \text{температура в точке 2}$$

$$V_1 = 8 \frac{V}{V_0} \quad P_1 = 8 \frac{P}{P_0}$$

$$A_{за цикл} = \frac{1}{2} \cdot 6 \frac{V}{V_0} \cdot \frac{3P}{P_0}$$

$$V_2 = 14 \frac{V}{V_0} \quad P_2 = 5 \frac{P}{P_0}$$

$$2) \begin{array}{l} P_1 V_1 = \nu R T_1 \\ P_2 V_2 = \nu R T_2 \end{array} \quad \begin{array}{l} T_1 = \frac{P_1 V_1}{\nu R} = \frac{64}{70} \\ T_2 = \frac{P_2 V_2}{\nu R} = \frac{64}{70} \end{array} \quad T_2 > T_1 \Rightarrow \frac{T_2}{T_3} = ?$$

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{\nu R}$$

$$P_3 V_2 = \nu R T_3 \quad T_3 = \frac{P_3 V_2}{\nu R}$$

$$\frac{T_2}{T_3} = \frac{P_2 V_2 \nu R}{\nu R P_3 V_2} = \frac{P_2}{P_3} = \frac{5}{2}$$

$$3) \eta = \frac{A_{за цикл}}{Q_{подогр}} = \frac{A_{за цикл}}{Q_{12} + Q_{31}} = \frac{9 \frac{P}{P_0} \frac{V}{V_0}}{132 \frac{P}{P_0} \frac{V}{V_0}} = \frac{9}{132} = \frac{3}{44}$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} > 0 \Rightarrow Q_{12} > 0 \Rightarrow Q_{12} = Q_{подогр.}$$

$$T_2 > P_1 \Rightarrow \Delta U_{12} > 0$$

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} < 0 \Rightarrow Q_{23} < 0 \Rightarrow Q_{23} = Q_{отдана}$$

$$T_3 < P_2 \Rightarrow \Delta U_{23} < 0$$

$$Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{31} > 0 \Rightarrow Q_{31} > 0 \Rightarrow Q_{31} = Q_{подогр.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P_1 V_1 = DR T_1$$

$$P_3 V_2 = DR T_3$$

$$\frac{T_1}{T_3} = \frac{64}{28} \geq 1 \Rightarrow T_1 > T_3 \Rightarrow \Delta U_{31} > 0$$

$$Q_{12} = \frac{3}{2} DR (T_2 - T_1) + \frac{1}{2} (P_2 + P_1) (V_2 - V_1)$$

$$Q_{31} = \frac{3}{2} DR (T_1 - T_3) + \frac{1}{2} (P_3 + P_1) (V_2 - V_1)$$

$$Q_{\text{возврат}} = \frac{3}{2} DR (T_2 - T_1 + T_1 - T_3) + \frac{1}{2} (V_2 - V_1) (P_3 + 2P_1 + P_2) =$$

$$= \frac{3}{2} (P_2 V_2 - P_3 V_2) + \frac{1}{2} (V_2 - V_1) (P_3 + 2P_1 + P_2)$$

$$Q_{\text{возврат}} = \frac{3}{2} \cdot 42 \frac{P}{p_0} \frac{V}{V_0} + \frac{1}{2} \frac{V}{V_0} \cdot 6 \cdot 23 \frac{P}{p_0} = (63 + 69) \frac{P}{p_0} \frac{V}{V_0} =$$

$$= 132 \frac{P}{p_0} \frac{V}{V_0}$$

Ответ: 1) 1
2) $\frac{5}{2}$
3) $\frac{3}{44}$



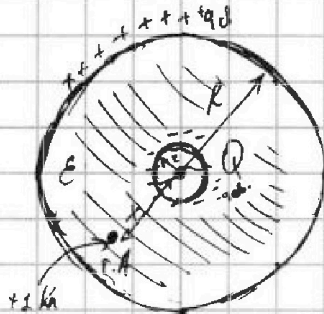
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1)



потенциал внутри

сферы такой же как на поверхности.

Имеется 3 виртуальные сферы:

Принцип суперпозиции:

$$\begin{aligned} \varphi_A &= \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = \frac{kQ}{x} - \frac{k|q_{об}|}{x} + \frac{k|q_{об}|}{R} = \\ &= k \left(\frac{Q}{5R} - \frac{Q(\varepsilon-1)}{\varepsilon 5R} + \frac{Q(\varepsilon-1)}{\varepsilon R} \right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{6Q}{5R} - \frac{Q(\varepsilon-1)}{5R\varepsilon} \right) \\ \varphi_A &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{6Q\varepsilon - Q\varepsilon + Q}{5R\varepsilon} \right) = \frac{Q(5\varepsilon+1)}{20\pi\varepsilon_0 R\varepsilon} \end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned} x_B &= \frac{R}{3} \\ \varphi_B &= \frac{kQ}{x_B} - \frac{k|q_{об}|}{x_B} + \frac{kq_{об}}{R} = k \left(\frac{3Q}{R} - \frac{3Q(\varepsilon-1)}{\varepsilon R} + \frac{Q(\varepsilon-1)}{\varepsilon R} \right) = \\ &= k \left(\frac{3Q\varepsilon}{\varepsilon R} - \frac{2Q(\varepsilon-1)}{\varepsilon R} \right) = k \left(\frac{3Q\varepsilon - 2Q\varepsilon + 2Q}{\varepsilon R} \right) = \\ &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q\varepsilon + 2Q}{\varepsilon R} = 5 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\varnothing \quad X_c = 2R/3$$

$$\varphi_c = \frac{kQ}{X_c} - \frac{k/q\cos}{X_c} + \frac{kq\cos}{R} = k \left(\frac{3Q}{2R} - \frac{3Q(\varepsilon-1)}{2\varepsilon R} + \frac{Q(\varepsilon-1)}{\varepsilon R} \right)$$

$$= k \left(\frac{3Q\varepsilon}{2\varepsilon R} - \frac{Q(\varepsilon-1)}{2\varepsilon R} \right) = k \frac{2Q\varepsilon + Q}{2\varepsilon R} = 4$$

$$\frac{2Q\varepsilon + Q}{2\varepsilon R} = \frac{4}{k} \quad \frac{Q\varepsilon + 2Q}{\varepsilon R} = \frac{5}{k}$$

$$\frac{2Q\varepsilon + 4Q}{2\varepsilon R} = \frac{5}{k}$$

$$2\varepsilon R = \frac{k(2Q\varepsilon + Q)}{4}$$

$$\frac{k(2Q\varepsilon + 4Q)}{5} = \frac{k(2Q\varepsilon + Q)}{4}$$

$$8Q\varepsilon + 16Q = 10Q\varepsilon + 5Q$$

$$2Q\varepsilon = 11Q$$

$$\varepsilon = \frac{11}{2}$$

Ответ:

- 1) $\frac{Q(5\varepsilon+1)}{20\pi\varepsilon_0 R \varepsilon}$
- 2) $\frac{11}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1)

$B_1 = B + \Delta B$
 схема:

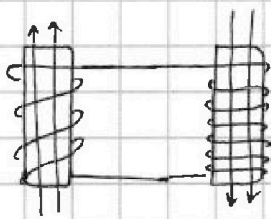
$$|E_2| = \frac{|\Delta\Phi_2|}{\Delta t} = \frac{\Delta\Phi_2}{\Delta t} = L \dot{I}$$

$$|E_1| = \frac{|\Delta\Phi_1|}{\Delta t} = \frac{\Delta B S n_1}{\Delta t} = L \dot{I}$$

$\Phi_1 - \Phi_2 = 0 = -\mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_1$
 $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$
 $n_1 dS = L \dot{I} \Rightarrow \dot{I} = \frac{dS n}{L} = \frac{dS n}{L \mu_0 \mu_r}$

2)

Пуска $\mathcal{E}_1 \ll \mathcal{E}_2$
 $|E_1'| = \frac{|\Delta\Phi_1'|}{\Delta t_1} = \frac{n_1 S \cdot \frac{2}{3} \Delta B_0}{\Delta t_1}$
 $|E_2'| = \frac{|\Delta\Phi_2'|}{\Delta t_2} = \frac{n_2 S \cdot (3\Delta B_0 - \frac{2}{3}\Delta B_0)}{\Delta t_2} = \frac{4n_2 S \cdot \frac{3}{4} \Delta B_0}{\Delta t_2} = \frac{3B_0 S n_2}{\Delta t_2}$



мы имеем сверхпроводящий

контур, суммарный поток через него изменится только

поток в контуре $\Phi_{01} = B_0 S n_1 + 3B_0 S n_2 = \frac{13}{5} n B_0 S$

в любой момент времени суммарный поток будет равен Φ_{01}



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

когда изменится логич. с/с. 1-10 катушки,
изменится и угол L_2

$$\Phi_{01} = \frac{1}{3} B_0 \pi S + 4 \pi S B_1 = 13 \pi B_0 S$$
$$4 B_1 = \frac{38 B_0}{3}$$
$$B_1 = \frac{19}{6} B_0$$
$$\frac{13}{3} B_1 = 5 B_0$$
$$4 B_1 = \frac{15}{3} B_0$$
$$B_1 = \frac{7}{6} B_0$$

$$\Phi_{01} = B_1 \pi S + 4 \pi S \frac{9 B_0}{4} = 13 B_0 \pi S$$
$$B_1 = 4 B_0$$

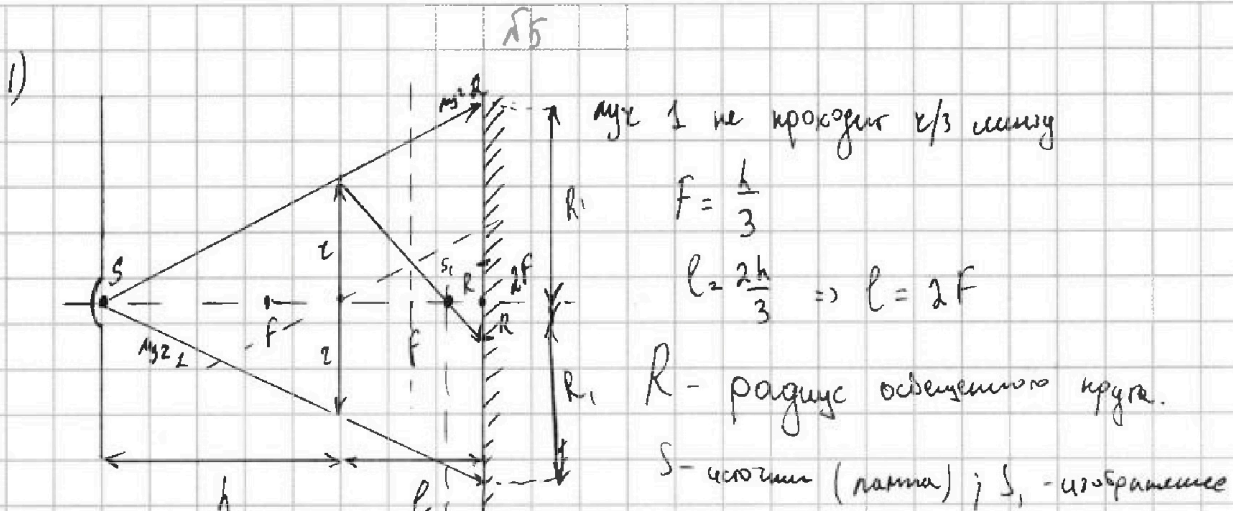
Ответ: 1) $\frac{d S n}{16 L}$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \quad d = h \quad f = \frac{Fd}{d-F} = \frac{h \cdot \frac{1}{3} h}{\frac{2}{3} h} = \frac{h}{2}$$

$$x = l - f = \frac{2}{3} h - \frac{1}{2} h = \frac{4-3}{6} h = \frac{1}{6} h$$

$$\frac{R}{z} = \frac{x}{\frac{1}{2} h} = \frac{\frac{1}{6} h}{\frac{1}{2} h} = \frac{1}{3} \Rightarrow R = \frac{1}{3} z = \frac{5}{3} \text{ см.}$$

$$\frac{R_1}{z} = \frac{h+l}{h} = \frac{h+\frac{2}{3} h}{h} = \frac{5}{3} \quad R_1 = \frac{5}{3} z = \frac{25}{3} \text{ см.}$$

$$S_{\text{обвеса}} = \pi R_1^2 - \pi R^2 = (R_1^2 - R^2) \pi = \left(\frac{25}{9} - \frac{1}{9} \right) z^2 \pi = \frac{8}{3} z^2 \pi = \frac{8 \cdot 25}{3} \pi = \frac{200}{3} \pi$$

2)

$$R_0 = \frac{5 \cdot \frac{5}{3} h}{0,5 h} = \frac{25 \cdot 2}{3} = \frac{50}{3} \text{ см.}$$

$$d_1 = 2R_1 - R_0 = 2 \cdot \frac{25}{3} - \frac{50}{3} = 0$$

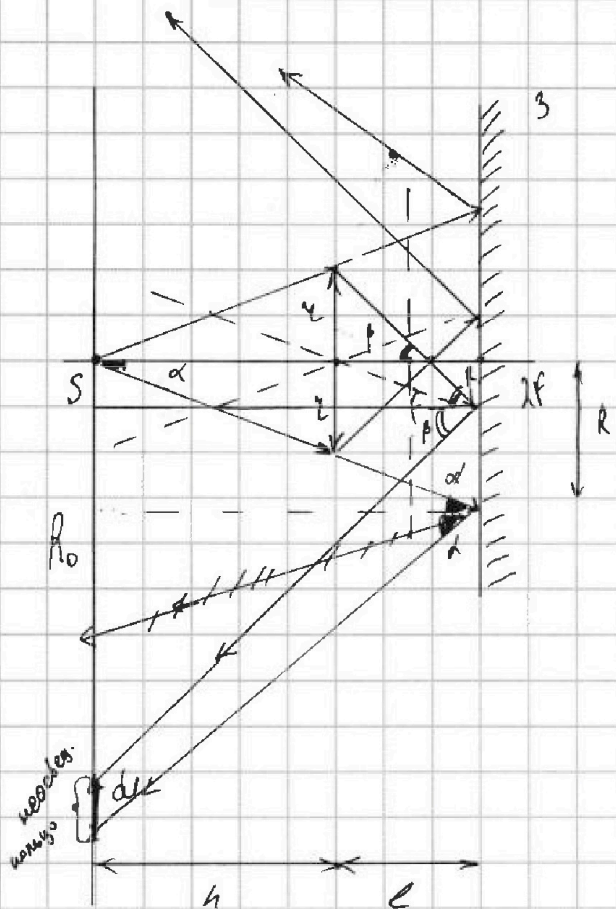


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{z}{h} \\ \operatorname{tg} \beta &= \frac{z}{f} = \frac{R_0}{h+e} \\ R_0 &= \frac{z(h+e)}{f} \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R_1}{h+e} = \frac{R_0 - R_1 + d_1}{h+e}$$

$$2R_1 = R_0 + d_1$$

$$\begin{aligned} S'_{\text{кросс}} &= \pi (R_0 + d_1)^2 - \pi R_0^2 = \\ &= \pi (2R_0 d_1 + d_1^2) = \\ &= 0 \end{aligned}$$

Но крайний луч, попадающий в точку пересечения с диаметрально-противоположной ему не по крайним не попадающим на стене, а значит, нет освещенной области.

Ответ: 1) $\frac{200}{3} \pi$
2) 0