



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть арифметическая прогрессия имеет
так: $a; a+b; a+2b \dots$

1-ый член 2-ой 3-ий

Проверка:

$$\frac{(1)+(3)}{2} - 6\text{-ой член арифм. прогр. } a+5b = \frac{3x^2+3x+3}{2}$$

$$6 = (a+5b) - (a+4b) = 1,5x^2 + 1,5x + 1,5 - (x^2 + 2x)^2$$

$$a+2(1,5x^2 + 1,5x + 1,5 - (x^2 + 2x)^2) = 3x + 3$$

$$a = 3x + 3 - 3x^2 - 3x - 3 + 2(x^2 + 2x)^2 = -3x^2 + 2(x^2 + 2x)^2$$

$$a+4b = (x^2 + 2x)^2$$

$$-3x^2 + 2(x^2 + 2x)^2 + 4(1,5x^2 + 1,5x + 1,5 - (x^2 + 2x)^2) = (x^2 + 2x)^2$$

$$3(x^2 + 2x)^2 = 3x^2 + 6x + 6$$

$$(x^2 + 2x)^2 = x^2 + 2x + 3$$

Пусть $x^2 + 2x = t$

$$t^2 - t - 2 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$$

$$t_1 = 2$$

$$t_2 = -1$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+8}}{2}$$

$$(x+1)^2 = 0$$

$$x_2 = -1$$

$$x_1 = -1 + \sqrt{3}, x_2 = -1 - \sqrt{3}$$

Ответ: $-1 + \sqrt{3}; -1 - \sqrt{3}$ или -1 .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$8x+4y = a(x-3y) + b(3x-y)$$

$$\begin{cases} a+3b=8 \\ -3a+b=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+3b=8 \\ -9a+3b=-12 \end{cases}$$

$$-8a=20$$

$$-a=5$$

$$a=-2,5$$

$$b=-3a-4=7,5-4=3,5$$

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |3y-x| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$-7,5 \leq 7,5y - 2,5x \leq 7,5$$

$$-3,5 \leq 10,5x - 3,5y \leq 3,5$$

сложим

$$\begin{cases} -3 \leq 3y - x \leq 3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 \cdot 2,5 \\ 1 \cdot 3,5 \end{cases}$$

Сложим

$$-11 \leq 8x + 4y \leq 11$$

Найдем, $(8x + 4y)_{\max} = 11$

Напишем Тригон:

$$\begin{cases} 8y = 10 \\ y = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$8 \cdot \frac{3}{4} + 4 \cdot \frac{5}{4} = 6 + 5 = 11$$

Ответ: 11.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$\beta = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

Делим на три альтернативы:

$$1) 4 = 13D^2; \quad \beta = 75q^2$$

тогда $t = 13 \cdot D \cdot P$; 13 - простое

$$A = (m+n)/(m+n-9) = 13D^2$$

$$1) m+n = 13 \quad m+n-9 = P^2$$

$$P^2 = 4$$

$$P = 2$$

$$\beta = mn(m+n-3) = mn \cdot 10 = 75q^2$$

$$2mn = 15q^2$$

$$2) m/(13-m) = 15q^2$$

q -нечётное, простое $\Rightarrow q = 2$

$$30 = m/(13-m)$$

$$m^2 - 13m + 30 = 0$$

$$m_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{169-120}}{2} = \frac{13 \pm 7}{2}$$

$$m_1 = 10 \quad m_2 = 3$$

$$n_1 = 3 \quad n_2 = 10$$

Первый вариант - $(3; 10)$ или $(10; 3)$

$$2) m+n = 13P \quad m+n-9 = P$$

$$m+n = 13/(m+n-9)$$

$$13 \cdot g = 12(m+n) \quad \text{пр}$$

$$13 \cdot 3 = 4(m+n)$$

$$m+n = \frac{13 \cdot 3}{4} - \text{нечётное} \Rightarrow \text{должно быть } (m; n) - \text{нечётные}$$

(или 059)

\Rightarrow они не могут равняться \Rightarrow все неподходящие

$$3) m+n = P \quad m+n-9 = 13P$$

$$m+n-9 > m+n \quad \text{м.н.} \quad P \neq 0$$

не подходит, м.н.

$$(аналогично не подходит \\ m+n=1; m+n-9=13P^2)$$

$$m>0; n>0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4) m+n = 13p^2$$

$$10 = 13p^2$$

p -целое \Rightarrow

\Rightarrow противоречие

$$5) m+n = p^2$$

$$22 = p^2$$

p -целое \Rightarrow противоречие

$$6) 4 = \cancel{13}p^2 \quad 13 = 13p^2$$

$$mn(m+n-3) = 13p^2$$

$\cancel{13}$ $m+n=1$ -
~~единственное~~, ~~единственное~~

$$n(n-2) = 13p^2$$

$$1) m+n-3 = 13$$

$$\begin{cases} m+n=16 \\ mn=p^2 \end{cases}$$

-
~~прост.~~

$m+n$	mn	p^2
1+15	15	
2+14	28	2-14
3+13	39	3-13
4+12	48	4-12
5+11	55	5-11
6+10	60	6-10
7+9	63	7-9
8+8	64	8-8

m	13
n	p
$m+n-3$	p

нет квадрата
простого числа

$$2) m+n-3 = p$$

$$mn = 13p$$

$$2.1) m=13 \quad n=p$$

$$m+n-3 = p$$

$$13 = 3$$

противоречие

$$2.2) m=13p \quad n=1$$

$$m=13p-2=p$$

$$12p=2$$

$$6p=1$$

$$p=\frac{1}{6}$$

-
~~простое~~

$$3) \begin{cases} m+n-3=1 \\ mn=13p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n=4 \\ mn=13p^2 \end{cases} \rightarrow$$

$$m=1 \quad n=3$$

$$3.1) m=1 \quad n=3$$

$$13p^2=13$$

$$p^2=\frac{3}{13}$$

противоречие

$$3.2) m=2 \quad n=2$$

$$13p^2=4$$

$$p^2=\frac{4}{13}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m+n-3=13P$$

$$mn = P$$

$$\begin{cases} m=1 \\ n=1 \end{cases}$$

(4n - 4) + (4m - 4) = 13P
4(m+n-2) = 13P
4(m+n-2) = 13P

$$P-2=13P$$

$$12P=2 \quad P=\frac{1}{6}$$

противоречие

$$5) m+n-3=13P^2$$

$$mn=1$$

$$m=1 \quad n=1$$

$$-1=13P^2$$

противоречие.

Мария Все случаи разобраны.

Ответ: (3; 10) и (10; 3)

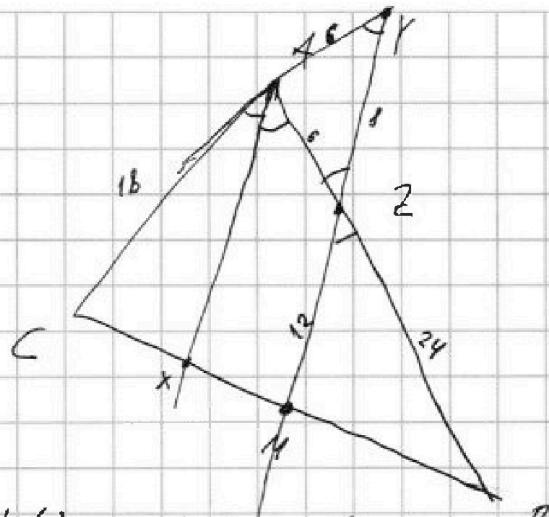
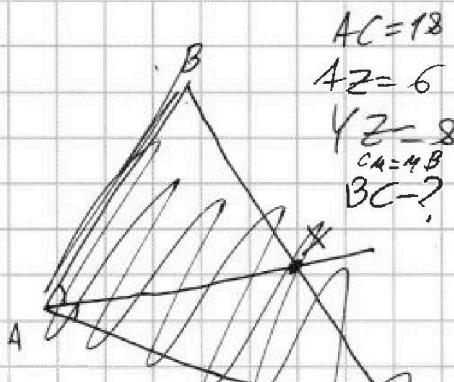


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle AYC = \angle CYM$, т.к. Y на AX и Y на CM , соответственно.

Т.к. M лежит между A и B и Y между C и M :

$$\frac{CY}{YX} \cdot \frac{AZ}{ZB} \cdot \frac{BZ}{AC} = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{18+AY}{AY} \cdot \frac{6}{ZB} = 1 \\ \frac{18}{AY} \cdot \frac{8}{ZY} = 2 \end{array} \right.$$

для $\triangle CYM$ и $\triangle BZM$ и $\triangle ABX$.

$$\frac{CY}{AY} \cdot \frac{AZ}{ZM} \cdot \frac{BZ}{AC} = 1$$

$\triangle BZM \sim \triangle BAX$ (B-общий, $\angle BAX = \angle BZM$)
т.к. $ZM \parallel AX$, соответственно

$$\frac{ZY}{AY} = \frac{BZ}{ZM} = \frac{BZ}{AB}$$

$\angle MZB = \angle AZY$ - верн. $\Rightarrow \angle YZM = 180^\circ - \angle AZY$ ($\angle AZY = \angle AZB$)

$$\Rightarrow 4Y = 4Z = 6$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{18+6}{6} \cdot \frac{6}{ZB} = 1 \\ \frac{18}{6} \cdot \frac{8}{ZY} = 2 \end{array} \right. \quad ZB = 24$$

$$ZM = \frac{18 \cdot 8}{72} = \frac{6 \cdot 8}{4} = 12$$

Чтобы $\angle AZY = 1$ то м. $\sin \angle AZY = 1$

$$\frac{6}{\sin \angle AZY} = \frac{8}{\sin(\pi - 2\alpha)}$$

$$\sin 2\alpha = 6 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\text{по косинусову закону: } BM = \sqrt{24^2 + 12^2 - 2 \cdot 24 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2} = \sqrt{12 \cdot \sqrt{4 + 1 - 4 \cdot \frac{2}{3}}} = 12 \sqrt{\frac{15-8}{3}} = 12 \sqrt{\frac{7}{3}}$$

Ответ: $12 \sqrt{\frac{7}{3}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2}$$

$$t_1 = 1$$

~~$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 1$~~

~~$x+1-(6-x) = 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 1$~~

~~$2x-5 = \sqrt{(x+1)(6-x)} = x-3$~~

~~$(x+1)(6-x) = (x-3)^2$~~

~~$x^2 + 5x + 6 = x^2 - 6x + 9$~~

~~$2x^2 + 11x + 3 = 0$~~

~~$x_{1,2} = \frac{-11 \pm \sqrt{121-44}}{4}$~~

~~$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 1$~~

~~$1+5 = 2\sqrt{(6-x)(x+1)}$~~

~~$9 = (6-x)(x+1)$~~

~~$x^2 + 5x + 6 - 9 = 0$~~

~~$x^2 - 5x + 3 = 0$~~

~~$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-12}}{2}$~~

~~$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$~~

~~1) $\sqrt{13} < 4$~~

~~2) $\frac{5 + \sqrt{13}}{2} < 4,5$~~

~~2) $\sqrt{13} < 5$~~

~~$0 < \frac{5 - \sqrt{13}}{2} < 1$~~

оба корня подходят

Ответ: $\frac{5 + \sqrt{13}}{2}, \frac{5 - \sqrt{13}}{2}, 2,5 + \sqrt{10}$

$$t_2 = -2$$

~~$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -2$~~

~~$x+1-(6-x) = 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 4$~~

~~$2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 2x-9$~~

~~$4(x+1)(6-x) = 4x^2 - 36x + 81$~~

~~$8x^2 - 56x + 57 = 0$~~

~~$D = 56^2 - 4 \cdot 8 \cdot 57$~~

~~$x_{1,2} = \frac{56 \pm \sqrt{81}}{16}$~~

~~$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -2$~~

~~$3 = 2\sqrt{(6-x)(x+1)}$~~

~~$9 = 4(6+5x-x^2)$~~

~~$4x^2 + 20x - 27 = 0$~~

~~$4x^2 + 20x - 15 = 0$~~

~~$x_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{20^2 + 16 \cdot 15}}{8}$~~

~~$x_{1,2} = \frac{20 \pm 8\sqrt{10}}{8}$~~

~~$x_{1,2} = 2,5 \pm \sqrt{10}$~~

~~1) $\sqrt{10} > 3$~~

~~$2,5 + \sqrt{10} < 0$~~

так не бывает

~~2) $\sqrt{10} < 3,5$ ($3,5^2 = 12,25$)~~

~~$2,5 + \sqrt{10} < 6$~~

подходит

$$\frac{16}{30}$$

$$\frac{16}{240}$$

$$\frac{1}{640}$$

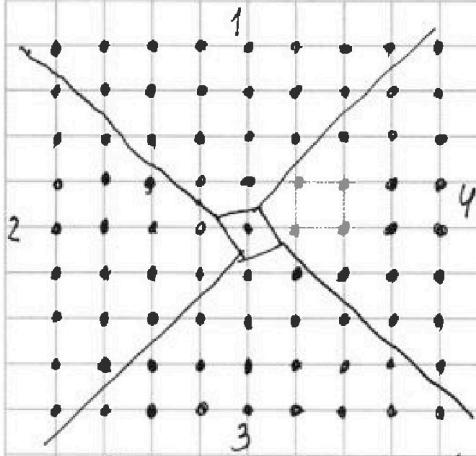
$$\frac{35}{105}$$

$$\frac{35}{1225}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим квадрат на 4 симметричные группы (точек) (отн. четности) узлов

и центральный узел, не входящий ни в одну из групп (в группе 20 узлов)

Тогда у нас будет несколько вариантов раскраски, рассматривая их

1) Центральный узел ~~одинаков~~ белый. Тогда остальные ~~одинаковы~~ в группе N1 и способов окраски 20.

если не в 1-ой группе, то можем повернуть, чтобы он оказался в 1-ой группе

2) Центральный узел ~~одинаков~~ - чёрный

2.1) Всё остальное в однокраске

20 · 19 способов

2.2) В разных группах

2.2.1) В разных соседних $\binom{14}{2}$

2.2.2) В разных противостоящих $\binom{14}{3}$

Всего получаем $20^2 + 20^2 + 20 \cdot 19 + 20 = 3 \cdot 20^2 -$

= 1200

Ответ: 1200.

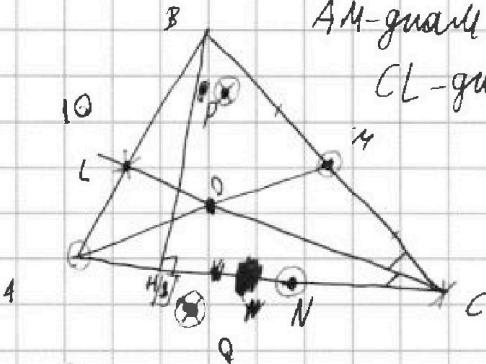
Пояснение: Каждая группа может повернуться из другой при этом при повороте ~~осталось~~ в однокраске не переходя в другую \Rightarrow рассматривал ситуацию, когда 1 ~~одинаков~~ в 1-ой группе мы рассматривали все случаи, т. к. при повороте в 1-ой группе ~~осталось~~ белый узел

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



AM-диаметр на 2 леммат: A, M, P, Q, N

CL-диаметр на 2 леммат: P, Q, C, L

$$AB = 10$$

$$AN = 8$$

$$PQ \parallel BH$$

$$(PQ \perp AC)$$

$$\boxed{AC - ?}$$

$$\boxed{BC - ?}$$

$$(CL\text{-диаметр} \Rightarrow \angle CLQ = \angle CLP = 90^\circ)$$

$$AM\text{-диаметр} \Rightarrow \angle 4PM = \angle 4NM = \angle 4QM = 90^\circ$$

$$PA \parallel BH; BH \perp AC \Rightarrow PQ \perp AC$$

$$(CL\text{-диам.} \Rightarrow \frac{AL}{LB} = \frac{AC}{BC})$$

$$(\angle NM = 90^\circ \Rightarrow NM \perp AC; NM \parallel PQ \Rightarrow)$$

\Rightarrow KPNQ - вис. трапеция \Rightarrow она равнобедр.

$$\Rightarrow PM = NQ$$

Задачи $\triangle CBH$: $BH \parallel MN$; имея M-сеп. BC \Rightarrow MН-ср. лин.

$$\Rightarrow MN = NC = \frac{HC}{2}$$

$$\boxed{HC = AC - AH}$$

Задачи п. Тиофагора:

$$\triangle ABH: AB^2 = AH^2 + BH^2$$

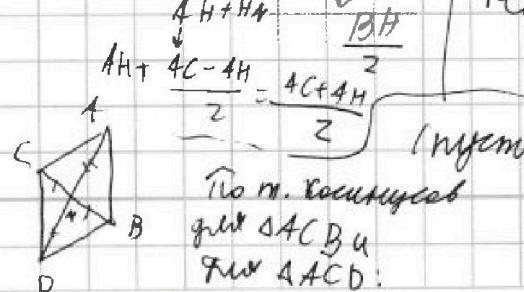
$$\triangle BHC: BC^2 = BH^2 + HC^2 \Rightarrow BH^2 = BC^2 - HC^2$$

$$\triangle AMN: AN^2 + AM^2 = MN^2 + NM^2$$

Касательные: AH, HC,

BC,
MN

Найдём AH:



$$AH + \frac{4C - AH}{2} = \frac{4C + 4H}{2}$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

$$- - - - -$$

<math display



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} CB^2 &= AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos \angle \\ (2AM)^2 &= 4C^2 + AB^2 + 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos \angle \quad) \\ 4AM^2 + BC^2 &= 2(C^2 + AB^2) \\ 4M^2 &= \frac{2(C^2 + AB^2) - BC^2}{4} \end{aligned}$$

$$AM^2 = \frac{2(C^2 + AB^2) - BC^2}{4}$$

$$AB^2 = 4H^2 + BH^2$$

$$BC^2 = BH^2 + (AC - AH)^2$$

$$4M^2 = \left(\frac{4C + 4H}{2} \right)^2 + \left(\frac{BH}{2} \right)^2$$

$$2(C^2 + AB^2) - BC^2 = (AC + 4H)^2 + BH^2 \quad | \quad AH = AC - 2NC$$

$$AB^2 = 4H^2 + BH^2$$

$$BC^2 = BH^2 + (AC - AH)^2$$

$$2(C^2 + AB^2) - BC^2 = (AC + 4H)^2 + BH^2$$

$$AB^2 = \left(\frac{2}{3}AN + \frac{4C}{3} \right)^2 + BH^2$$

$$BC^2 = BH^2 + \left(AC - \frac{2}{3}AN - \frac{4C}{3} \right)^2$$

$$2(C^2 + AB^2) - BC^2 = \left(AC + \frac{2}{3}AN + \frac{4C}{3} \right)^2 + BH^2$$

Проверка на BC = 4N

$$100 = \left(\frac{16}{3} + \frac{4C}{3} \right)^2 + BH^2$$

$$BC^2 = \left(\frac{2}{3}AC - \frac{16}{3} \right)^2 + BH^2$$

$$2(C^2 + 200 - BC^2) = \left(\frac{4}{3}AC + \frac{16}{3} \right)^2 + BH^2$$

$$BH^2 = 100 - \left(\frac{16}{3} + \frac{4C}{3} \right)^2 = BC^2 - \left(\frac{2}{3}AC - \frac{16}{3} \right)^2 = 2(C^2 + 200 - BC^2) - \left(\frac{4}{3}AC + \frac{16}{3} \right)^2$$

кему вспомнил:

$$4H^2; \quad AC \cdot 4H; \quad BH \cdot BC$$

AH + 4H

$$AC = AN + NC$$

$$AH = AC - 2NC$$

$$NC = \frac{AC - 4H}{2}$$

$$4H = AN + \frac{4C - 4H}{2}$$

$$1,5AH = AN + \frac{4C}{2}$$

$$AC = AN + \frac{4C}{2}$$

$$4H = \frac{2}{3}AN + \frac{4C}{3}$$

BH, AC, BC?

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$100 - \left(\frac{16}{3} + \frac{4C}{3}\right)^2 = BC^2 - \left(\frac{2}{3} + C - \frac{16}{3}\right)^2 = 24C^2 + 200 - BC^2 - \left(\frac{4}{3} + \frac{16}{3}\right)^2$$

$$900 - (16 + 4C)^2 = 9BC^2 - (24C - 16)^2$$

$$9BC^2 - (24C - 16)^2 = 184C^2 - 1800 - 9BC^2 - (4C + 16)^2$$

$$900 - 256 - 32AC - AC^2 = 9BC^2 - 4AC^2 + 64AC - 256$$

$$9BC^2 - 4AC^2 + 64AC - 256 = 2AC^2 - 1800 - 9BC^2 - 128AC - 256$$

$$34C^2 - 96AC + 900 - 9BC^2 = 0$$

$$-6AC^2 + 2 \cdot 96AC + 1800 + 18BC^2 = 0$$

$$AC^2 - 32AC + 300 - 3BC^2 = 0$$

$$(4C - 16)^2 = 3BC^2 - 44$$

$$(4C - 16)^2 = 3(BC + 3\sqrt{BC^2 - 44})$$

$$\boxed{AC = \sqrt{3BC^2 - 44} + 16}$$

16 м. Минимальный радиус AB при прямой CL :

~~$$\frac{MO}{OA} \cdot \left(\frac{4L}{DB} \cdot \frac{BC}{MC}\right) = 1$$~~

~~$$\frac{MO}{OA} \cdot \frac{AC}{BC} = \frac{1}{2}$$~~

Со-сум в 1мкн:

~~$$\frac{MO}{OA} = \frac{MC}{AC} = \frac{BC}{2AC}$$~~

~~$$\frac{BC}{2AC} \cdot \frac{AC}{BC} = \frac{1}{2}$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AC = \sqrt{3BC^2 - 44^2 + 16}$$

Окружность W:

$$4P^2 + PC^2 = LC^2$$

$$LC^2 = LQ^2 + QC^2$$

$$\text{если } BC = 4$$

$$\begin{array}{l} AC = \sqrt{4^2 + 16} = 18 \\ BC = 6 \end{array}$$

$$AC = \sqrt{64} + 16 = 24$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!