



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 6

1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$d_2 = 12 - 12x$, $d_4 = (x^2 + 4x)^2$, $d_8 = -6x^2$. Так как это арифметическая прогрессия то $d_2 + 2k = d_4$, $d_4 + 4k = d_8$, где k -разность прогрессии.

$$\text{Тогда } 2d_2 + 4k = 2d_4 \Leftrightarrow d_4 + 4k = d_8 + 2d_4 - 2d_2 \Rightarrow 3d_4 - 2d_2 - d_8 = 0$$

$$3 \cdot (x^2 + 4x)^2 - 2(12 - 12x) + 6x^2 = 0 \quad | :3$$

$$(x^2 + 4x)^2 - 2(4 - 4x) + 2x^2 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 8 + 8x + 2x^2 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$\underbrace{x^4 + 4x^3 + 4x^2}_{x^2(x^2+4x+4)} + \underbrace{4x^3 + 16x^2}_{4x(x^2+4x+4)} + \underbrace{16x^2 + 16x - 2x^2}_{-2x(x^2+4x+4)} - 8x - 8 = 0$$

$$x^2(x^2 + 4x + 4) + 4x(x^2 + 4x + 4) - 2(x^2 + 4x + 4) = 0$$

$$(x+2)^2 \cdot (x^2 + 4x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{-4 \pm \sqrt{16+8}}{2} \end{cases}$$

$$1) x = -2 : \quad d_2 = 12 + 24 = 36$$

$$d_4 = (4 + 8)^2 = 16$$

$$d_8 = -6(-2)^2 = -24$$

- подходит, т.к. $36 - 16 = 20$

$$16 - (-24) = 40$$

$$k = -10$$

$$2) x = \frac{-4 - \sqrt{16+8}}{2} = -2 - \sqrt{6} :$$

$$d_2 = 12 - 12(-2 - \sqrt{6}) = 36 + 12\sqrt{6}$$

$$d_4 = (-2 - \sqrt{6})^2 + 4(-2 - \sqrt{6})^2 = (10 + 4\sqrt{6} - 8 - 4\sqrt{6})^2 = 2^2 = 4$$

$$d_8 = -6(-2 - \sqrt{6})^2 = -6(10 + 4\sqrt{6}) = -60 - 24\sqrt{6}$$

- подходит, т.к. $36 + 12\sqrt{6} - 4 = 32 + 12\sqrt{6}$

$$4 - (-60 - 24\sqrt{6}) = 64 + 24\sqrt{6} = 2(32 + 12\sqrt{6})$$

$$k = -32 - 12\sqrt{6}$$

$$3) x = \frac{-4 + \sqrt{16+8}}{2} = -2 + \sqrt{6} :$$

$$d_2 = 12 - 12(-2 + \sqrt{6}) = 36 - 12\sqrt{6}$$

$$d_4 = (-2 + \sqrt{6})^2 + 4(-2 + \sqrt{6})^2 = (10 - 4\sqrt{6} - 8 + 4\sqrt{6})^2 = 2^2 = 4$$

$$d_8 = -6(-2 + \sqrt{6})^2 = -6(10 - 4\sqrt{6}) = -60 + 24\sqrt{6}$$

- подходит, т.к. $36 - 12\sqrt{6} - 4 = 32 - 12\sqrt{6}$

$$4 - (-60 + 24\sqrt{6}) = 64 - 24\sqrt{6} = 2(32 - 12\sqrt{6})$$

$$k = -32 + 12\sqrt{6}$$

Ответ: $-2 - \sqrt{6}; -2; -2 + \sqrt{6}$.

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} |2x - 3y| &\leq 6 \\ -6 \leq 2x - 3y &\leq 6 \quad | \times (-1) \\ -42 \leq -14x + 21y &\leq 42 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |3x - 2y| &\leq 4 \\ -4 \leq 3x - 2y &\leq 4 \quad | \times (8) \\ -32 \leq 24x - 16y &\leq 32 \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -42 \leq -14x + 21y \\ -32 \leq 24x - 16y \end{array} \right. \oplus \Rightarrow -74 \leq 10x + 5y$$

$$\text{Решение при } x = \frac{-24}{5}, y = \frac{-26}{5}; \quad -\frac{24 \cdot 10}{5} + \frac{-26 \cdot 5}{5} = -48 - 26 = -74$$

Ответ: -74.

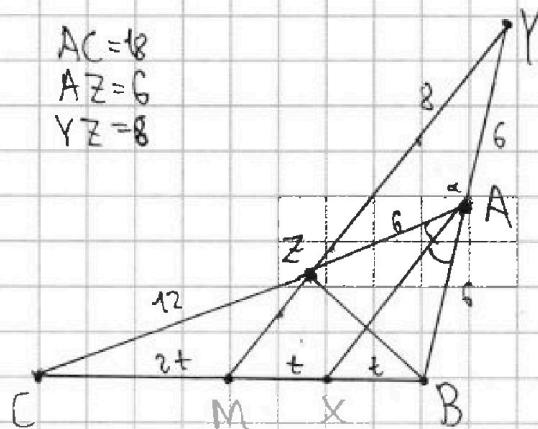


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Поскольку прямая, параллельная AX, проходящая через M пересекает сторону AC, то точка M находится между точками C и X.

$$CZ = AC - AZ = 18 - 6 = 12$$

$$\text{По т. Фалеса: } \frac{CM}{MX} = \frac{CZ}{ZA} = \frac{12}{6} = 2$$

$$(\text{т.к. } MZ \parallel AX) \text{ Тогда, } \text{чтобы } MX = t \Rightarrow CM = 2t$$

$$M\text{-середина } BC \Rightarrow MB = CM = 2t \Rightarrow BX = MB - MX = 2t - t = t$$

$$\text{Так как } AX\text{-биссектриса, то } \frac{AB}{AC} = \frac{BX}{CX} = \frac{t}{3t} = \frac{1}{3} \Rightarrow AB = \frac{AC}{3} = 6$$

AX - средняя линия в $\triangle MBY$ ($\text{т.к. } MX = BX = t \text{ и } AX \parallel MY$) $\Rightarrow YA = AB = 6$

$$\text{Таким образом } \angle YAZ = \alpha, \text{ тогда по т. косинусов в } \triangle YAZ: ZY^2 = AZ^2 + YA^2 - 2AZ \cdot YA \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow 8^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{36 + 36 - 64}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{8}{72} = \frac{1}{9}$$

$$\begin{aligned} \text{В } \triangle ABC \text{ по т. косинусов: } BC^2 &= AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos(180^\circ - \alpha) = \\ &= 6^2 + 18^2 + 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9} = 36 + 324 + 24 = 384 \end{aligned}$$

$$BC = \sqrt{384} = \sqrt{64 \cdot 6} = 8\sqrt{6}$$

Ответ: $8\sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3}y = 2y^5 - \sqrt[4]{3}x + 4y^2$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3}x = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3}y \quad - \text{это возрастающая функция} \Rightarrow \\ \text{так что } x = y \geq 0$$

$$\Rightarrow \text{значит } x = y$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(x+4)(3-x)} \quad | \text{ Возведём в квадрат}$$

$$x+4 + 3-x + 25 - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} = 10\sqrt{3-x} + 10\sqrt{x+4} = 4(x+4)(3-x)$$

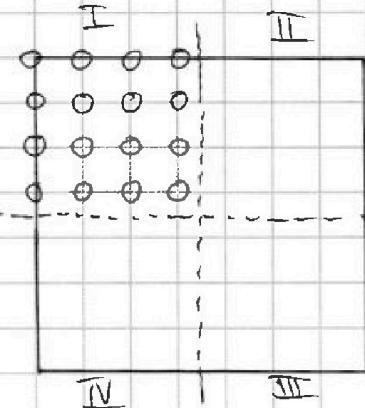
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Разделение квадрата на 4 четверти (в каждой 16 узлов сечки). Теперь будем рассматривать случаи по тому, сколько точек в каждой четверти было перекрашено. (первой)

1) во 1й точке в одной четверти: способов так выбрать $C_2^1 = \frac{16 \cdot 15}{2} = 120$. Понятно, что если мы выберем другую четверть, то она получится поворотом относительно центра квадрата, т.е. мы посчитаем все точки способом и не один не посчитаем дважды.

2) во 1й точке в двух соседних четвертях: способов выбрать одну точку в каждой из двух точек четвертей 16, значит всего способов выбрать две точки $16 \cdot 16 = 256$. Понятно, что поворотами мы можем получить только 2 соседние четверти, т.е. все способы мы учли. И не один способ не посчитали дважды, так как поворотами нельзя получить ≥ 2 углов в I и II четверти.

3) во 1й точке в двух противоположных четвертях: способов выбрать 2 точки $16 \cdot 16 = 256$ из I и III четверти.
3.1) если эти выбранные точки симметричны относительно центра (точки способов 16), то поворотами на 180° мы приведём к индексу же способа, а значит эти способы мы не посчитали дважды.
3.2) если эти выбранные точки не симметричны относительно центра (точки способов $256 - 16 = 240$), то поворотами на 180° мы приведём к другой ситуации, а значит такие способы мы посчитали дважды.
Итого способов $16 + \frac{240}{2} = 16 + 120 = 136$ и поэтому, что II и IV четверти мы дважды можно повернуть другим, когда точки I и III четверти.

Получаем всего способов $120 + 256 + 136 = 512$

Ответ: 512.

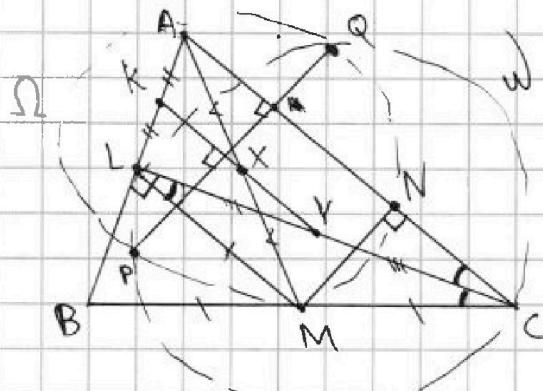


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

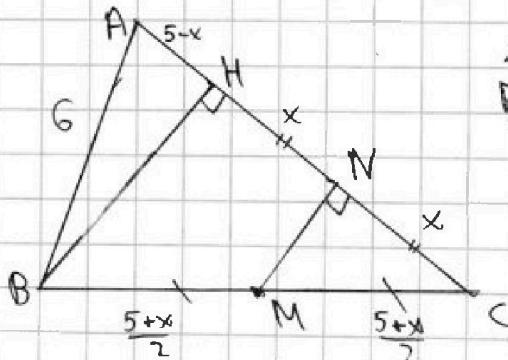


Пусть X -середина AM ,
 Y -середина CL , тогда X и Y -
 центры Ω и W соответственно \Rightarrow
 $XY \perp PQ$ (н.к. XY -медианы центров),
 и PQ -радикальный ось Ω и W)
 BH -высота $\triangle ABC$ ($BH \perp AC$)
 Из условий $BH \parallel PQ \Rightarrow PQ \perp AC$
 $PQ \perp AC \Rightarrow AC \parallel XY$
 $PQ \perp XY \Rightarrow AC \parallel XY$

Пусть $XY \cap AL = K$, тогда YK -серединная линия $\triangle ACL$ (н.к. $YK \parallel AC$ и
 Y -середина CL) $\Rightarrow K$ -середина $AL \Rightarrow KX$ -серединная линия $\triangle ALM$
 (н.к. K -середина AL , X -середина AM) $\Rightarrow KX \parallel LM \Rightarrow AC \parallel LM$
 (н.к. $KX \parallel AC$)

Умнож, $AC \parallel LM \Rightarrow \angle MLC = \angle LCA = \angle LCM \Rightarrow LM = MC$
 (из параллельности) (н.к. CL -бисс.)

Но LM -медиана в $\triangle BLC$ и $LM = MC = MB \Rightarrow \triangle BLC$ -правильный ($\angle L = 90^\circ$) $\Rightarrow \triangle ABC$ -равнобедренный ($AC = BC$), н.к. CL -биссектриса и высота.



$\angle ANM = 90^\circ$, н.к. N -на Ω с диаметром AM .
 BH -высота, $BH \parallel MN$ и M -середина $BC \Rightarrow$
 MN -серединная линия $\triangle BHC \Rightarrow N$ -середина CH
 $AB = 6$ и $AN = 5$ из условия
 Пусть $NC = x \Rightarrow NH = NC = x$
 и $AH = AN - NH = 5 - x$
 $BC = AC = 5 + x$

Пусть по т. Гиппократа $\triangle ABH \sim \triangle CBH$: $\begin{cases} BH^2 = BC^2 - HC^2 = (5+x)^2 - (2x)^2 \\ BH^2 = AB^2 - HA^2 = 6^2 - (5-x)^2 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow (5+x)^2 - (2x)^2 = 6^2 - (5-x)^2 \Rightarrow 25 + 10x + x^2 - 4x^2 = 36 - 25 + 10x - x^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 25 - 36 + 25 = 4x^2 - x^2 - x^2 \Rightarrow 14 = 2x^2 \Rightarrow x^2 = 7 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = \sqrt{7} \Rightarrow AC = BC = 5 + \sqrt{7}$
 Ответ: $5 + \sqrt{7}$; $5 + \sqrt{7}$



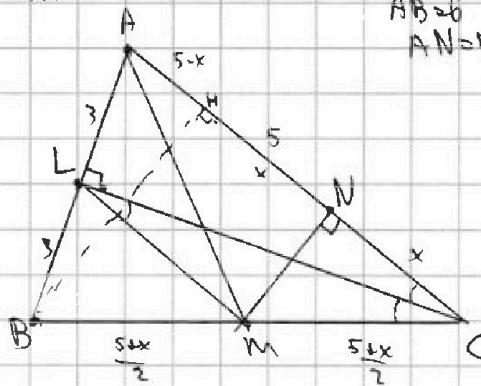
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$$AB = 6$$
$$AN = 5$$

$$\begin{aligned}6^2 - (5-x)^2 &= (5+x)^2 - (2x)^2 \\36 - 25 + 10x - x^2 &= 25 + 10x + x^2 - 4x^2 \\2x^2 &= 50 - 36 = 14 \\x^2 &= 7 \\x &= \sqrt{7}\end{aligned}$$

$$5 + \sqrt{7}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

64 квадрата

28. $\rightarrow 62 \text{ кв.}$

$$1) C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{2} = 8 \cdot 15 = 4 \cdot 30 = 120$$

$$2) C_{16}^2 = \frac{64 \cdot 63}{2} = 2) \text{ В результате}$$

$$2.1) 8 \cos. 16^2 = 256$$

$$2.2) \frac{16^2}{2} = \frac{256}{2} = 128$$

$$16^2 = 256$$

$$16 + 120 = 136$$

$$35$$

$$48 \cdot 64$$

$$512$$

$$\frac{256}{2} = 128$$

$$256 - 16$$

$$240 / 2 = 120$$

$$104$$

$$116$$

$$256 + 16 = \frac{256 + 16}{2}$$

ΩAM

ωCL

$AB = 6$

$AN = 5$

$PQ \perp AC \Rightarrow O_1 O_2 \parallel AC$

$\Rightarrow LM \parallel AC$

$L(M = M_C = BM)$

$(BLNC)$

$AC \cdot AB = AN \cdot AC$

$\frac{6x}{5} \cdot 6 = 5 \cdot 6$

$\frac{6x}{5} = 5$

$x = \frac{25}{6}$

$\frac{6x}{5}(6 - 5x) = 6x$

$\frac{36}{5} - 6x = 6x$

$12x = \frac{36}{5}$

$x = \frac{3}{5}$

$O_1 C = \frac{48}{5} = AC$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$2x^5 + \sqrt[3]{3}x + 4x^2 = 2y^5 + \sqrt[3]{3}y + 4y^2 = f(x) = f(y)$$

$$(x,y) \rightarrow (y,x) \Rightarrow \sqrt{y+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-y-x^2}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \quad x = y$$

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$2x-3y \leq 6$$

$$-6 \leq 2x-3y \leq 6 \quad -6 \leq 2x \leq 6+3y$$

$$-4 \leq 3x-2y \leq 4 \quad -3+\frac{2}{3}y \leq x \leq 3+\frac{2}{3}y$$

$$-4+2y \leq 2y \leq 4+2y$$

$$\frac{-4}{3} + \frac{2}{3}y \leq x \leq \frac{4}{3} + \frac{2}{3}y$$

$$(1) \quad (2 \quad -3) \rightarrow (2 \quad 1)$$

$$-4 \leq 3x-2y \leq 4 \quad -3(24x-16y) \leq 32$$

$$(2) \quad (3 \quad -2) \quad \text{unn} \quad (10 \quad 5)$$

$$-6 \leq 3y-2x \leq 6 \quad -42 \leq 21y-14x \leq 42$$

$$(1 \quad 1) = (2 \quad -1)$$

$$-10 \leq x+y \leq 10 \quad -74 \leq 10x+5y \leq 74$$

$$(10 \quad 5) = (2) + 5(1) = 8(2) - 5(-1)$$

$$2x-3y = 6 \quad x = \frac{6+3y}{2}$$

$$10x+5y = -2 \cdot 24 - 26 = -48 - 26 = -74$$

$$3x-2y = -4 \quad x = \frac{6+3y}{2} = \frac{15-3y}{5}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$3(6+3y) - 4y = -8$$

$$18+9y-4y+8=0$$

$$5y = -26 \quad y = -\frac{26}{5}$$

$$a-B+5=2 ab$$

$$-4x \leq 3$$

$$ab$$

$$\sqrt{x+4} + 5 \leq (2\sqrt{x+4} + 1)\sqrt{2-x}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

24

5

-6

$$x^2(x^2+4x+4) + 4x(x^2+4x+4) - 2(x^2+4x+4)$$

$$2x^3 + 2x^2 = 9$$

$$2x^3 + 9x^2 = -15$$

$$-2x^3 = -8,5$$

$$\begin{array}{r} 12 - 12x \\ \underline{-12 - 12x} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (x^2+4x)^2 \\ \underline{(x^2+4x)^2} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (-6x^2) \\ \underline{(-6x^2)} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2k \\ \underline{2k} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4k \\ \underline{4k} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$x=1 : \quad 0,25, -6$$

$$x=0 : \quad 12, 0, -6$$

$$x=-1 : \quad 24, -9, -6$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \underline{15} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$k=5$$

$$x=-2 : \quad 36, 16, -24$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \underline{36} \\ \hline 0 \end{array} \quad k=-10$$

~~2x^2+4x+4=0~~

$$12 - 12x + 2k = (x^2+4x)^2$$

$$24 - 24x + 4k = 2x^4 + 16x^3 + 32x^2$$

$$(x^2+4x)^2 + 4k = -6x^2$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 6x^2 + 2x^4 + 16x^3 + 32x^2 + 24x - 24 = 0 \\ \hline k = -x^2 + 2x - 2 \end{array}$$

$$12 - 12x + 6k = -6x^2$$

$$x^2 - 2x + 2x + k = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-2-k}}{2} = 1 - \sqrt{1-2-k} = 1 - \sqrt{-1-k} = -2$$

$$9 > 1+3\sqrt{6}$$

$$81 > 1+54+6\sqrt{6}$$

$$26 > 6\sqrt{6}$$

$$13 > 3\sqrt{6}$$

$$169 > 34$$

$$x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$(x^2+4x)^2 - 4x^2 + 8x - 8 = -6x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 4x^2 + 6x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 2 \cdot 2 \cdot x + 4 - 12 \\ (x+4x)^2 + (2x+2)^2 = 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 \\ \hline x^4 + 2x^3 \\ \hline 6x^3 + 18x^2 + 8x - 8 \end{array}$$

$$1 - 8 + 18 - 8 - 8 =$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 \\ \hline x^3 + 6x^2 + 6x - 8 = 0 \end{array}$$

$$-8 + 24 - 12 - 4 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 6x^2 + 6x - 8 \\ \hline x^3 + 2x^2 \\ \hline 4x^2 + 6x - 8 \\ \hline -4x^2 - 8x \\ \hline -2x - 8 \\ \hline -2x - 8 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$6x^3 + 18x^2 + 8x - 8$$

$$6x^3 + 12x^2$$

$$6x^3 + 8x - 8$$

$$6x^3 + 12x$$

$$-4x - 8$$

$$-4x - 8 \\ \hline 0$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 6x^2 + 6x - 8 \\ \hline x^3 + 2x^2 \\ \hline 4x^2 + 6x - 8 \\ \hline -4x^2 - 8x \\ \hline -2x - 8 \\ \hline -2x - 8 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$2 < \sqrt{18} < 3$$

$$0 < 2\sqrt{6} < 1$$

$$\begin{array}{r} 17 \frac{1}{2} \\ \times 12 \\ \hline 17 \frac{1}{2} \\ 17 \frac{1}{2} \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 - 4\sqrt{6} \\ \times 12 \\ \hline 120 - 48\sqrt{6} \\ - 24 - 12\sqrt{6} \\ \hline 76 - 12\sqrt{6} \end{array}$$

$$4 + 6 - 4\sqrt{6} - 8 + 4\sqrt{6} - 2 = 0$$

$$36 - 12\sqrt{6} > 196 - 80\sqrt{6}$$

$$68\sqrt{6} > 160$$

$$39\sqrt{6} > 80$$

$$17\sqrt{6} > 40$$

$$289 - 6 > 4600$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$D = 16 + 4 - 2 = 24$$

$$0 = 16 + 4 - 2 = 24$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{-4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\begin{aligned} 12x - 3y \leq 6 \\ 13x - 2y \leq 4 \end{aligned}$$

$$\min(10x+5y)$$

$$(m,n) \in \mathbb{N}$$

$$\begin{aligned} 1) 2x > 3y \\ 3x > 2y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x > \frac{3}{2}y \\ x > \frac{2}{3}y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x \leq 6 + 3y \\ 3x \leq 4 + 2y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x \leq 3 + \frac{3}{2}y \\ x \leq \frac{4}{3} + \frac{2}{3}y \end{aligned}$$

$$\frac{3+4+5+5+4+9+6}{20} = \frac{39}{20}$$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = n^2m - 2mn^2 - 2m^2 = mn(m-2n-2)$$

$$72p^2, 15q^2$$

p, q - простые

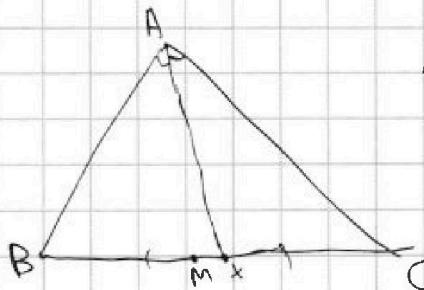
$$\begin{aligned} m-2n > 1 \\ m^2 - 4n^2 \\ m > 2n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n=1, A=(m-2)(m+11) \\ m>4, B=m(m-4) \end{aligned}$$

$$48$$

$$m=6, 4 \cdot 17, 6 \cdot 2$$

$$\begin{aligned} m=17, 17 \cdot 19 \\ m=19, 19 \cdot 21 \end{aligned}$$



$$AC = 18$$

$$AZ = 6$$

$$ZC = 12$$

$$BZ = ?$$

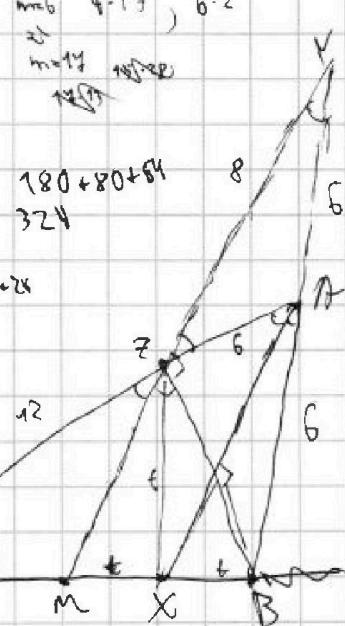
$$\begin{aligned} 384 = 4 \cdot 96 \\ 324 = 21 \cdot 48 \end{aligned}$$

$$4 \cdot 6 = 24$$

$$6 \cdot 64 = 360 + 24$$

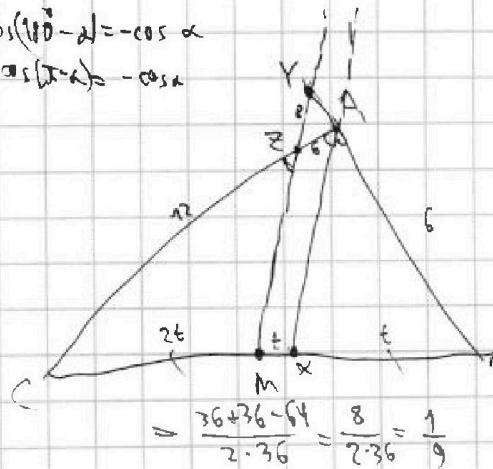
$$180 + 80 + 84$$

$$324$$



$$\cos((180^\circ - \alpha)) = -\cos \alpha$$

$$\cos(\beta - \alpha) = \cos \beta$$



$$\frac{36+36-64}{2 \cdot 36} = \frac{8}{2 \cdot 36} = \frac{1}{9}$$



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

$$6^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{6^2 + 6^2 - 6^2}{2 \cdot 6 \cdot 6}$$

$$\cos \alpha = \frac{6^2 + 6^2 - 6^2}{2 \cdot 6 \cdot 6}$$

$$BC^2 = 18^2 + 6^2 - 2 \cdot 18 \cdot 6 \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) = 324 - 2 \cdot 2 \cdot 6$$

$$324 + 36 + 24 = 360$$

$$\frac{360}{60} = 6$$

$$360 - 24 = 336$$

$$\frac{360}{360} = 1$$