



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Найдите арифм. прогр. сумма $a_n = a + k(n-1)$, члены

$$a_5^2 + 4k = 6x + 18 \quad | \quad a_7 = a + 6k = (x^2 - 4x)^2, a_{11} = a + 10k = (3x^2)$$

2) Найди

$$a + 6k - (a + 4k)^2 - 2k = (x^2 - 4x)^2 - (6x + 18)$$

$$a + 10k - (a + 6k) - 4k = (-3x^2) - (x^2 - 4x)^2$$

$$\Rightarrow 2((x^2 - 4x)^2 - 6x - 18) = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2$$

$$3x^2 + 3(x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = 0 \quad | : 3$$

$$x^2 - 4x + (x^2 - 4x)^2 - 12 = 0$$

Пусть $(x^2 - 4x) = t$

$$t^2 + t - 12 = 0$$

$$(t+4)(t-3) = 0$$

$$\Rightarrow t + 4 = 0 \quad \text{или} \quad t - 3 = 0$$

$$t = -4 \quad t = 3$$

Лин. зам:

$$x^2 - 4x = -4$$

$$x^2 - 4x = 3$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$(x - 2)^2 = 0$$

$$\Delta = 16 + 12 = 28$$

$$x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2}$$

$$(x = 2)$$

$$(x = 2 \pm \sqrt{7})$$

3) Так как члены уравнения были искажены, надо решить исходное уравнение, а все с нуля не получится (если их подставим, в левую часть уравнения), то есть это уравнение - некий ответ.

$$\text{Ответ: } x = \sqrt{7}, 2, -\sqrt{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 14x - 3y \leq 6 \\ 3x + 4y \leq 8 \end{cases} \quad \begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \quad | \cdot 3 \\ -8 \leq 3x + 4y \leq 8 \quad | \cdot (-4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -18 \leq 12x - 9y \leq 18 \\ -32 \leq -12x - 16y \leq 32 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -50 \leq (12x - 9y) + (-12x - 16y) \leq 32 + 18$$

$$-50 \leq 7y \leq 50$$

$$-\frac{50}{7} \leq y \leq \frac{50}{7}$$

(также находим допустимое y)

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \quad | \cdot 4 \\ -8 \leq 3x + 4y \leq 8 \quad | \cdot (-3) \end{cases} \quad \begin{cases} -24 \leq 16x - 12y \leq 24 \\ -24 \leq -9x + 12y \leq 24 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -24 + 24 \leq (16x - 12y) + (-9x + 12y) \leq 24 + 24$$

$$-48 \leq 7x \leq 48$$

$$-\frac{48}{7} \leq x \leq \frac{48}{7}$$

(также находим x)

1) Наименьшее значение $14x + 7y$ будем при наименьших x и y . Наим. x и y равны $-\frac{48}{7}$ и $-\frac{50}{7}$ выходят из ограничений выше.

$$2) \text{Наименьшее } 14x + 7y = -\frac{48}{7} \cdot 14 + \left(-\frac{50}{7}\right) \cdot 7 = -48 \cdot 2 + (-50) = -146$$

Ответ: -146

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) Глаукомат $m - n = -13$ или $m - n + 3 = 13$

$$m = n - 13 \quad m = n + 4$$

7) Тогда

$$(1) B = m \cdot n \quad (m - n + 3) = (n - 13) \cdot n \quad (n - 13 - n + 3) = (n^2 - 13n) \cdot (-12) = 3q^2$$

$$\text{Из } (2) B = (n+4)(n+4-n+3) \cdot n = (n^2+4n) \cdot 7 = 3q^2$$

8) 6) $n \in \mathbb{N} \Rightarrow (n^2 + 4n) \in \mathbb{N}$, т.к. $3q^2 = 7(n^2 + 4n)$ ибо 7 не делит все множители суммы $\frac{3q^2}{7} = n^2 + 4n \Rightarrow \frac{3q^2}{7} \in \mathbb{N}$, т.к. q^2 кратно 7 , т.к. q -кратно сумме получившихся $q \geq 7$

$$\Rightarrow (n^2 + 4n) \cdot 7 = 3 \cdot 7^2$$

$$n^2 + 4n = 21$$

$$n^2 + 4n - 21 = 0$$

$$(n+7)(n-3) = 0$$

$$\Rightarrow n \neq 0 \text{ или } n = 3$$

$$n = -7 \quad n = 3 \quad (n \in \mathbb{N}) \Rightarrow n = 3 \Rightarrow m = n + 4 = 7$$

9) (1) $(n^2 - 13n) \cdot (-12) = 3q^2$

$$-12n^2 + 156n = 3q^2$$

$$n^2 - 13n = -\frac{q^2}{4}$$

$$13n - n^2 = \left(\frac{q}{2}\right)^2 \Rightarrow 13n - n^2 \geq 0, \text{ значит, } n \in \mathbb{Z} \quad 13n - n^2 \in \mathbb{Z}$$

$\Rightarrow \left(\frac{q}{2}\right)^2 = \text{натуральное число, значит } q \text{- нечетное и кратное } 2$, а единственное нечетное кратное $2 \Rightarrow$

$$13n - n^2 = \left(\frac{q}{2}\right)^2$$

$$n^2 - 13n + 1 = 0$$

$$D = 13^2 + 4 = 177$$

$$n = \frac{13 \pm \sqrt{177}}{2}, \text{ но } n \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{при } n = n - 13 \text{ нечетное число.}$$

10) Давала параллограм четырех сторон, тогда $A = 3q^2$. ~~Параллограм~~
если стороны параллограма кратны 3 , то $A = 3q^2$, т.к. всегда кратно
6. Все стороны параллограм



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$11) (m-n)(m-n+9) = 3g^2$$

Одна из двух скобок $(m-n)$ или $(m-n+9)$ делится на 3, т.к. $3g^2$ делится на 3, а множитель - число чётное, но

если $m-n$ делится на 3, то $m-n+9$ также делится на 3, т.к. $9 \equiv 0 \pmod{3}$.

Если же $m-n+9$ делится на 3, то $m-n$ также делится на 3.

$$12) \text{ Значит } 3g^2 \text{ делится на 9, т.к. 2 множителя кратны 3.}$$

П.д.к. g - чётное и делится на 3, то единственный возможный вариант $g=3$
 $\Rightarrow 3g^2 = 27$

13) Если $m-n$ - чётное, то $m-n+9$ - нечётное, и наоборот, если $m-n+9$ - чётное, то $m-n$ - нечётное (т.к. 9 нечётное, а нечёт + чёт = чёт)

Значит либо разность - чётная, либо 27 - кратно 2,

$$\text{значит } A \neq 3g^2$$

$$14) \Rightarrow \text{Число } m \text{ чётное} \neq \text{число } n \text{, } m=7, n=3$$

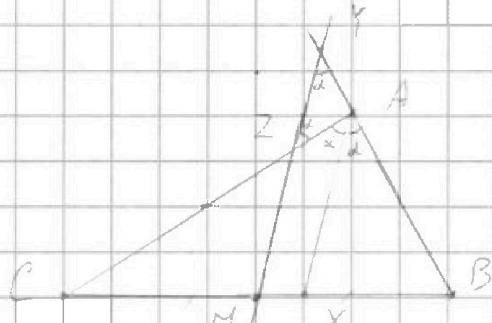
Ответ: 7; 3

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: AX -диагональ. M -средина BC

$MY \parallel AX$ ~~показать~~

$$AC = 12 \quad AZ = 3 \quad YZ = 4$$

Найти:

$$BC = ?$$

Решение:

1) Тогда $\angle CAZ = \alpha \Rightarrow \angle CAB = \alpha$, а $\angle BAC = 2\alpha$

2) $AX \parallel MY$, а AZ -секущая $\Rightarrow \angle CAX = \alpha$ и $\angle YZA = \text{найд.}$ Так как $\angle YZA = \angle CAZ = \alpha$

$$3) \angle YAC = 180^\circ - \angle CAB = 180^\circ - 2\alpha$$

$$4) \angle YAZ + \angle AYZ + \angle AZY = 180^\circ \Rightarrow \angle AYZ = 180^\circ - \alpha - (180^\circ - 2\alpha) = \alpha$$

5) Получаем, что угол AYZ -钝角. а $AY = AZ = 3$

$$6) По теореме косинусов $AY^2 + AZ^2 - 2 \cos \angle YAZ \cdot YZ \cdot AZ = YZ^2$$$

$$\begin{aligned} 3^2 + 3^2 - 2 \cos(180^\circ - 2\alpha) \cdot 3 \cdot 3 &= 4^2 \\ -2 \cos(180^\circ - 2\alpha) \cdot 9 &= -16 \cdot 9 = -81 \quad | : -9 \\ \cos(180^\circ - 2\alpha) &= 1 \\ \cos(180^\circ - 2\alpha) &= -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

7) По теореме (если 2 ил. 3 смежные углы) $\frac{BM}{MC} = \frac{CZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{AB} = 1$

$$\frac{BM}{MC} = 1, \text{ т.к. } M\text{-средина } BC, \quad CZ = AC - AZ = 12 - 3 = 9 \Rightarrow \frac{CZ}{AZ} = \frac{9}{3} = 3$$

$$\Rightarrow 1 \cdot 3 \cdot \frac{AY}{AB} = 3 \quad 3AY = AB \quad AB = 9$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

8) По теореме косинусов $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cos \angle BAC \cdot AB \cdot AC$

$$BC^2 = 9^2 + 12^2 - 2 \cdot \cos 2d \cdot 9 \cdot 12$$

$$(\cos 2d = -\frac{1}{9}, \text{диagramm 6})$$

$$BC^2 = 81 + 144 + 2 \cdot \frac{2 \cdot 12}{9}$$

$$BC^2 = 81 + 144 + 24 = 249$$

$$BC = \sqrt{249}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{249}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x^2} \\ 4x^2 + x - 5\sqrt{y} = 4y^2 - 5\sqrt{x} - y \end{cases}$$

023 ($x \geq 0$)

$x \geq -6$

$y \leq 5$

Пусть функция

$$f(x) = 4x^2 + x + 5\sqrt{x},$$

найдем $f(x) = f(y)$

функция может принимать значения ~~меньше~~ Кейс

значит, $x \geq 0$ и $y \geq 0$

Функция монотонно возрастает $\Rightarrow x = y$. Тогда

$$\Rightarrow \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x^2}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{4x^2(5-x)} \quad |^2 \quad (\text{из числа плюс плюс})$$

$$4(x-6)(5-x) = 25 + 10(\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x}) + 4x^2 - 2\sqrt{x+6} \cdot \sqrt{5-x} - 5$$

$$4(x-6)(5-x) = 25 + 10\sqrt{x+6} \cdot \sqrt{5-x} + 11 - \sqrt{x+6} \cdot \sqrt{5-x} - 5$$

$$4(x-6)(5-x) = 31 + 9\sqrt{x+6} \cdot \sqrt{5-x}$$

$$120 - 4x - 4x^2 = 31 + 9(\sqrt{x+6} \cdot \sqrt{5-x})$$

$$(30-x-x^2)4 = 31 + 9(2\sqrt{30-x-x^2-5})$$

$$\sqrt{30-x-x^2} = t \quad |^2$$

$$4t^2 = 31 + 9(2t-5)$$

$$4t^2 = 31 + 18t - 45$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4t^2 = 18t - 14$$

$$t^2 - \frac{18}{4}t + \frac{14}{4}$$

$$t^2 - 4,5t + 3,5$$

$$(t-1)(t-3,5)=0$$

$$t=1 \text{ или } t=3,5$$

Буд. зам.

$$\sqrt{30-x-x^2} = 1 \text{ или } \sqrt{30-x-x^2} = 3,5$$

$$\begin{cases} 30-x-x^2 = 1 \\ 30-x-x^2 = 3,5^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 30-x-x^2 = 1 \\ 30-x-x^2 = 12,25 \end{cases}$$

$$29-x-x^2=0$$

$$x^2+x-29=0$$

$$x^2+x+29=0$$

$$x^2+x-29=0$$

$$D=1+29 \cdot 4=117$$

$$D=4+8 \cdot 53=428$$

$$x_2 = \frac{-1 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-2 \pm \sqrt{107}}{4}$$

$$x_2 = \frac{-1 \pm \sqrt{107}}{2}$$

Мы можем сказать что полученные x в $D \geq 0$.

$$\frac{-1 \pm \sqrt{117}}{2} < 0 \Rightarrow x_2 = \frac{-1 \pm \sqrt{117}}{2} > 0 \Rightarrow x_2 = \frac{-1 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$100' < \sqrt{107} < \sqrt{117} < \sqrt{121} \Rightarrow 10 < \sqrt{107} < \sqrt{117} < 11 \Rightarrow 4,5 < x_2 < 5$$

$$9 < -1 \pm \sqrt{107} < -1 \pm \sqrt{117} < 10$$

$$4,5 < \frac{-1 \pm \sqrt{107}}{2} < 5 \quad \text{то есть} \quad -6 < x \leq 5$$

$$-1 \pm \sqrt{107} < 0 \quad \text{и} \quad -1 \pm \sqrt{117} < 0$$

$$\text{Ответ: } \frac{-1 \pm \sqrt{107}}{2}, \frac{-1 \pm \sqrt{117}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Для начала нарисуйте схему всех рисунков (без учёта с поворотом), какими они могли бы получиться помимо схемы данной

$$C_{100}^2 = \frac{100!}{2!98!} = \frac{100 \cdot 99}{2 \cdot 1} = 50 \cdot 99 = 4950$$

(2-е пологие 200 в углу, 100 - между теми самими же углами)

2) Теперь можно было бы просто назвать это число на 3, но я заметил, что есть такие изображения (изображение их симметрично ~~поворотом~~), которые при повертии на 180° образуют ту же самый рисунок, например ~~если~~ для этого случая 100×100 и 100×100 - симметричные углы.

3) Если из 4950 изображений выбрать те, для которых сама схема имеет 1, либо нечетный 3° прямой вращения, а остальные имеют 100 (~~и 100~~), то оставшиеся - это 750, 750 и симметричные им 100, а таких пар 4950.

4) Из четырех среди 4950 рисунков 4900 имеют 3, остальные при повороте на 90° , 180° и 270° , и 50 рисунков являются симметричными относительно центра симметрии и меняют свойство при повороте

$$\text{Нд } 45^\circ. \text{ Значит общее количество рисунков } 4900 - \frac{4900}{4} + \frac{50}{2} = 49 \cdot \frac{100}{4} - \frac{50}{2} = 49 \cdot 25 - 25 = 50 \cdot 25 = 750$$

Ответ: 750 изображений

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1203 41524

$EZ = 89$ $BC = a = ?$

$MC = t$ $MX = \frac{t}{3}$ $XC = \frac{2}{3}t$

$\frac{AB}{BX} = \frac{AC}{CX}$

$\frac{AB}{BX} = \frac{AY}{MX}$ $\frac{AB}{BX} = \frac{AC}{CX}$

$\frac{AC}{CX} = \frac{LC}{MC}$ $\frac{AY}{YB} = \frac{MX}{MB}$

$\cos(180 - \alpha) = -\cos(\alpha)$

$16 = 9 + 4 - 2 \cdot 3 \cdot \cos(\alpha)$
 $-2 = -2 \cdot 3 \cdot \cos(\alpha)$

$\frac{1}{3} = \cos(\alpha)$

$\frac{AY}{AC} = \frac{MX}{CX}$ 201^2

$\frac{AY}{AC} = \frac{MX}{CX}$ $= 99 + 99 + 3^2$
 $= (33 + 3 + 3)^2$

$\frac{3}{12} =$ $= 67 \cdot 3$

$BX \cdot XC$

$\frac{BM}{AC} \cdot \frac{CZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YB} = 1$

$\frac{MX}{MC} \cdot \frac{AY}{YB} = 1$

$\frac{MX}{MB} = \frac{AY}{YB}$

$x^2 + y^2 - 3x = 0$
 $(x+3)(x-3) = 0$

$x = -3$ $x = 3$

$y^2 + 4y + 5 = 0$
 $(y+5)(y+1) = 0$

$y = -5$ $y = -1$

$4x^2 + 4x + 5 = 0$
 $4(x^2 + x + 1) = 0$

$x^2 + x + 1 = 0$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2}$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$

$x = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$

$x = -0.5 \pm 0.866i$

$x_1 = -0.5 + 0.866i$
 $x_2 = -0.5 - 0.866i$

$y_1 = -1 + 1.732i$
 $y_2 = -1 - 1.732i$

$y_3 = -5$

$y_4 = -1$

$y_5 = -5$

$y_6 = -1$

$y_7 = -5$

$y_8 = -1$

$y_9 = -5$

$y_{10} = -1$

$y_{11} = -5$

$y_{12} = -1$

$y_{13} = -5$

$y_{14} = -1$

$y_{15} = -5$

$y_{16} = -1$

$y_{17} = -5$

$y_{18} = -1$

$y_{19} = -5$

$y_{20} = -1$

$y_{21} = -5$

$y_{22} = -1$

$y_{23} = -5$

$y_{24} = -1$

$y_{25} = -5$

$y_{26} = -1$

$y_{27} = -5$

$y_{28} = -1$

$y_{29} = -5$

$y_{30} = -1$

$y_{31} = -5$

$y_{32} = -1$

$y_{33} = -5$

$y_{34} = -1$

$y_{35} = -5$

$y_{36} = -1$

$y_{37} = -5$

$y_{38} = -1$

$y_{39} = -5$

$y_{40} = -1$

$y_{41} = -5$

$y_{42} = -1$

$y_{43} = -5$

$y_{44} = -1$

$y_{45} = -5$

$y_{46} = -1$

$y_{47} = -5$

$y_{48} = -1$

$y_{49} = -5$

$y_{50} = -1$

$y_{51} = -5$

$y_{52} = -1$

$y_{53} = -5$

$y_{54} = -1$

$y_{55} = -5$

$y_{56} = -1$

$y_{57} = -5$

$y_{58} = -1$

$y_{59} = -5$

$y_{60} = -1$

$y_{61} = -5$

$y_{62} = -1$

$y_{63} = -5$

$y_{64} = -1$

$y_{65} = -5$

$y_{66} = -1$

$y_{67} = -5$

$y_{68} = -1$

$y_{69} = -5$

$y_{70} = -1$

$y_{71} = -5$

$y_{72} = -1$

$y_{73} = -5$

$y_{74} = -1$

$y_{75} = -5$

$y_{76} = -1$

$y_{77} = -5$

$y_{78} = -1$

$y_{79} = -5$

$y_{80} = -1$

$y_{81} = -5$

$y_{82} = -1$

$y_{83} = -5$

$y_{84} = -1$

$y_{85} = -5$

$y_{86} = -1$

$y_{87} = -5$

$y_{88} = -1$

$y_{89} = -5$

$y_{90} = -1$

$y_{91} = -5$

$y_{92} = -1$

$y_{93} = -5$

$y_{94} = -1$

$y_{95} = -5$

$y_{96} = -1$

$y_{97} = -5$

$y_{98} = -1$

$y_{99} = -5$

$y_{100} = -1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$48 \cdot 2 = 96$$

$$5 \cdot 6 \cdot 8$$

$$-6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$-8 \leq 3x - 4y \leq 8$$

$$\min(14x + 7y) ?$$



101

$$\begin{cases} 6x + 3y \leq 6 \\ 3x - 4y \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x - 4y \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -18 \leq 12x - 9y \leq 18 \\ -32 \leq 12x - 9y \leq 32 \end{cases}$$

$$-9y \geq$$

$$32 - 18 = 14$$

11

$$\frac{2\pi}{3} \sin \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{окраин}$$

$$\text{окраин}$$

$$\text{окраин}$$

$$\text{окраин}$$

$$\text{окраин}$$

$$\text{окраин}$$

$$\text{окраин}$$

$$\begin{cases} -18 \leq 12x - 9y \leq 18 \\ -32 \leq 12x - 9y \leq 32 \end{cases}$$

$$\text{окраин}$$

$$\text{окраин}$$

$$\text{окраин}$$

$$\text{окраин}$$

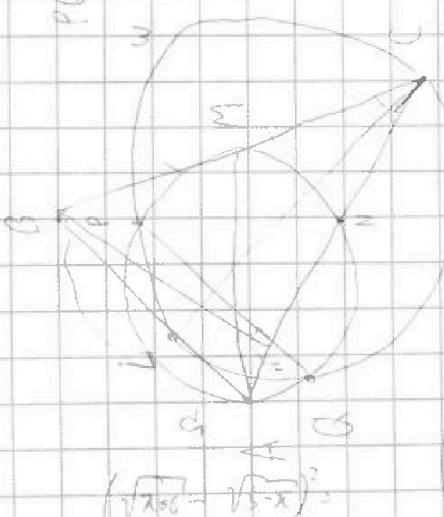
$$(\sqrt{x+6} - \sqrt{8-x})^2 = (\sqrt{5x+12} + 10(x^2 - \sqrt{5x+12}) + 25) =$$

$$4t^2 + 68t - 74$$

$$4 + 2534 = 1024$$

$$\begin{aligned} & 48 \cdot 2 = 96 \\ & 96 - 56 = 40 \\ & 40 \cdot 2 = 80 \\ & 80 - 11 = 69 \\ & 69 > 0 \end{aligned}$$

101



$$(\sqrt{2x+6} - \sqrt{5-x})^2$$

6

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

11

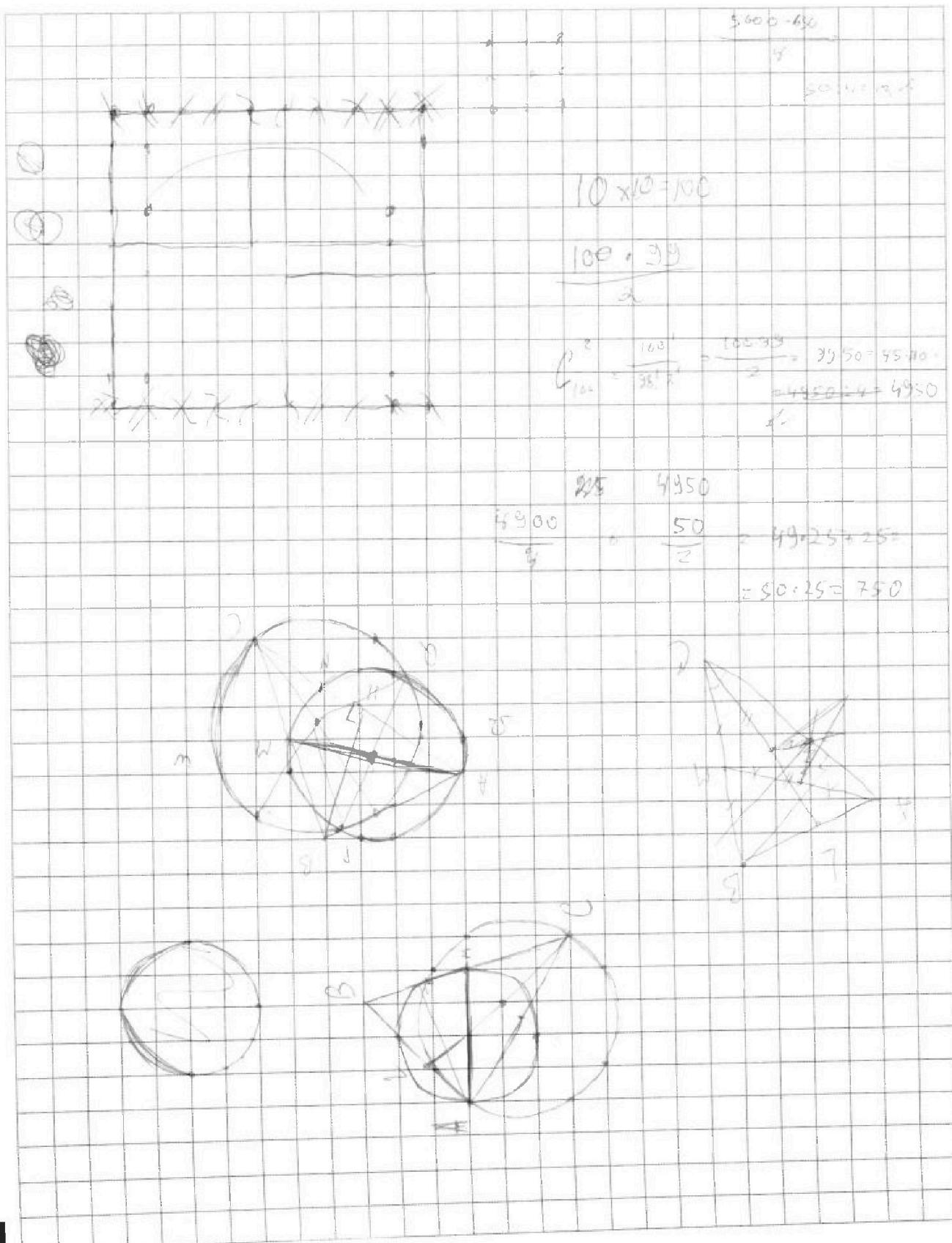


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

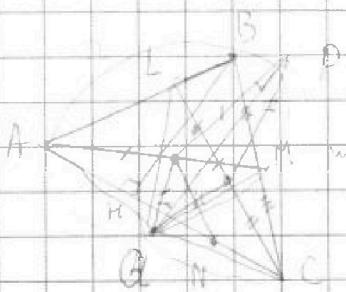
5

6

7

СТРАНИЦА
10 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

CL-диагональ MA-медиана PG||BI

AM-медиана ST

CL-диагональ W DABW = P+Q

BK-биссектриса TAB=26

AN=20

Найти:

Гипотезы:

AC=? BC=?



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a+4k = 6x + 18$$

$$2k = (x^2 - 4x)^2 - 6x - 18$$

$$a+6k = (x^2 - 4x)^2$$

$$4k = (-3x^2) - (x^2 - 4x)^2$$

$$a+10k = (-3x^2)$$

$$(2x+7)(2x-7) = 4+2\sqrt{7}+2\sqrt{7}+7 = 11+4\sqrt{7}$$

$$\checkmark \quad 2((x^2 - 4x)^2 + 6x - 12) = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2$$

$$a+4k = 30$$

$$2(x^2 - 4x)^2 - 12x - 36 = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2$$

$$a+6k = 14-8\sqrt{7} = 16$$

$$a+10k = -12$$

$$2\sqrt{2}$$

$$a+12k = 30+6\sqrt{7}$$

$$a^2 - 4a = (11+4\sqrt{7} - 8+4\sqrt{7}) = 9$$

$$-3x^2 = -3x - 12\sqrt{7}$$

$$2k = 3+6\sqrt{7}$$

$$4k = 42+12\sqrt{7}$$

$$9+42+12\sqrt{7}$$

$$2\sqrt{7}$$

$$30+6\sqrt{7}$$

$$k = 6$$

$$(x-4)x = 0$$

$$11+4\sqrt{7} - 8+4\sqrt{7} = 9$$

$$-3x+12\sqrt{7}$$

$$2\sqrt{2}(x+3)(x-4) \quad (x^2 - 4x)^2 + (x^2 - 4x) - 9 = 0$$

$$t^2 + t - 12 = 0$$

$$t^2 + t - 9 = 0$$

$$(t-3)(t+4) = 0$$

$$D = 10+36 = 37$$

$$B$$

$$x^2 - 4x = 3 \quad x^2 - 4x = 4$$

$$x^2 - 4x - 3 = 0 \quad x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 16 \quad (x-2)^2 = 0$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = \frac{-1+2\sqrt{37}}{2}$$

$$x_3 = 2 \pm \sqrt{37}$$

$$x_4 = 2$$

~~$$(x^2 - 4x)^2 = 1+2\sqrt{37}$$~~

~~$$x^2 - 4x = (1+2\sqrt{37})^2$$~~

~~$$x^2 - 4x = (1+2\sqrt{37})^2$$~~

~~$$x^2 - 4x = (1+2\sqrt{37})^2$$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$$

$$2) m \in \mathbb{N} \text{ и } n \in \mathbb{N} \Rightarrow (m-n) \in \mathbb{Z} \text{ и } (m-n+9) \in \mathbb{Z}$$

3) Запишем все возможные разложения $13p^2$ и $3q^2$ на простые числа
и кратичности. Учитывая, что $p \neq 13, q \neq 3$ — простые числа:

$$A = 1 \cdot 13p^2 = (-1) \cdot (-13p^2) = 13 \cdot p^2 = (-13) \cdot (-p^2) = p \cdot 13p = (-p) \cdot (-13p)$$

4) Значит получаем, что $(m-n)$ есть 1 из выше перечисленных а $(m-n+9)$ — это либо, поделим на 3, либо, и остаток, который соизмерим

(также можно сократить $(m-n) = 13p^2; -1; 13p$ и $-13p$, т.к. $m-n > 0$ и $n \leq \frac{m}{2}$)

$$\begin{cases} m-n=1 \\ m-n+9=13p^2 \end{cases} \Rightarrow 13p^2=10 \quad p^2=\frac{10}{13} \quad p=\pm\sqrt{\frac{10}{13}}, \text{ но } p \in \mathbb{N} \Rightarrow (1; 13p) \text{ не подходит}$$

$$\begin{cases} m-n=-13p^2 \\ m-n+9=-1 \end{cases} \Rightarrow -13p^2=-10 \quad p^2=\frac{10}{13} \quad p=\pm\sqrt{\frac{10}{13}}, \text{ но } p \in \mathbb{N} \Rightarrow (-13p^2; -1) \text{ не подходит}$$

$$\begin{cases} m-n=13 \\ m-n+9=p^2 \end{cases} \Rightarrow 13+9=p^2 \quad p^2=22 \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$\begin{cases} m-n=-13 \\ m-n+9=-p^2 \end{cases} \Rightarrow -13+9=-p^2 \quad p^2=4 \quad p=\pm 2 \quad (2-\text{простое число}) \Rightarrow (-13; p^2)$$

$$\begin{cases} m-n=p^2 \\ m-n+9=13 \end{cases} \Rightarrow p^2+9=13 \quad p=\pm 2 \Rightarrow (p^2-13) \text{ - подходит}$$

$$\begin{cases} m-n=13p \\ m-n+9=p^2 \end{cases} \Rightarrow -13p+9=p^2 \quad 12p=9 \quad p=\frac{3}{4}, \text{ но } p \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$\begin{cases} m-n=p \\ m-n+9=13p \end{cases} \Rightarrow p+9=13p \quad 12p=9 \quad p=0.75 \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$5) B \text{ имеет наименьшее значение } m-n=-13, m-n+9=p^2; \text{ т.к. } m-n=p^2, m-n \geq 13$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m+n+3)$$

$$(m-n)(m-n+9) = 13p \cdot p \quad p^2 \geq 13 \quad 3p \geq 13 \quad p \geq 3 \quad q = 3p; 13p$$

$$p = 13p \quad (13 \text{ есть } p) \quad 3p \geq 13 \quad p \geq 3 \quad q = 3p$$

$$q^2 \geq 13 \quad m+n > m-n-9 \Rightarrow m-n+9 = 13p$$

$$3p+2 = q^2 \quad m-n-9 = p$$

$$13p-9 = p$$

$$m-n+9 = p^2$$

$$m-n-9 = 13$$

$$m-n = 13$$

$$m-n-9 = p^2$$



$$p+9 > 13p$$

$$12p < 9$$

$$p = \frac{9}{12} \in N$$

$$\sqrt{3p+3+6-p^2} = 22 \neq p$$

$$3p+3$$

$$q^2-p^2=0$$

$$p^2+3 = 13$$

$$p^2 = 4$$

$$p = 2$$



$$m \cdot n = q^2$$

$$m+n+9$$

$$3p$$

$$m-n = 3$$

$$q^2-1+3$$

$$m-n-9 = 3$$

$$q^2+3-q^2$$

$$q^2 = 12 \notin N$$

$$1+9+3-q^2$$

$$4+2q^2$$

$$1-1+3 = 3p \quad 1+3 \cdot 4 = 3p$$

$$q^2-2 = 3p$$

$$2 = 1$$

$$\begin{array}{c} 13p^2 = m-n \\ 1 = m-n-9 \\ m-n = 10 \end{array}$$

$$3p^2 = m-n$$

$$1 = m-n-9$$

$$m-n = 10$$

$$\begin{array}{c} m+n+9 \\ -m-n-9 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$m \cdot n \cdot (m-n+3) = 9 \cdot 9 \cdot 2; 9 \cdot 3 \cdot 9; 3 \cdot 9 \cdot 9;$$

$$\begin{array}{l} m \cdot n = 1 \cdot 3 \quad q^2 = 13 \cdot 3 \cdot 9^2; 1 \cdot 9^2 \cdot 3; 9^2 \cdot 13, \\ m-n+3 = 3p^2 = 1^2 \cdot 3^2 \cdot 9^2 \quad 3 \cdot 9^2 \cdot 1; 3 \cdot 9 \cdot 9^2; 3^2 \cdot 9^2, \\ \hline 1^2 \cdot 3^2 \cdot 9^2 = 1 \cdot 27 \cdot 81 \end{array}$$

$$q = 9 \cdot 1 \cdot 1 \cdot -3 \cdot 0 \quad 9 \cdot 3 \cdot 1; 9 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 9; 3 \cdot 1 \cdot 9^2$$

$$3 \cdot 9^2 \cdot 1 = 27 \cdot 81 = 2187$$

$$3p^2 \cdot 1 = 1 \cdot 3p^2 \cdot 1 = 1 \cdot 1 \cdot 3p^2$$