



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q - простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_3 = 3x+3 \quad a_5 = (x^2+2x)^2 \quad a_7 = 3x^2 \quad x-?$$

Свойство арифм прогрессии: $a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{k}, n, k \in \mathbb{N}$

$$\frac{a_5 + a_9}{2} = a_7, \quad \frac{a_7 + a_3}{2} = a_5 \Rightarrow \frac{a_5 + a_9}{2} + a_3 = a_7 \Leftrightarrow 3a_5 = a_9 + 2a_3$$

$$3 \cdot (x^2+2x)^2 = 3x^2 + 2(3x+3)$$

$$3(x^4+4x^3+4x^2) = 3x^2 + 6x + 6 \quad | :3$$

$$3x^4 \neq$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

Если известно, что если есть ур-ние целые корни, то они обязательно будут делителями свободного члена.

делители -2: $\pm 1, \pm 2$

$$x = -1: (-1)^4 + 4 \cdot (-1)^3 + 3(-1)^2 - 2 \cdot (-1) - 2 = 0$$

0 = 0 - верно, $x = -1$ - корень ур-ния

$$x^4 + x^3 + 3x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^3(x+1) + 3x^2(x+1) - 2(x+1) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+1)(x^3 + x^2 + 2x^2 + 2x - 2x - 2) = 0$$

$$(x+1)(x^2(x+1) + 2x(x+1) - 2(x+1)) = 0$$

$$(x+1)^2(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$x+1=0 \quad \text{или} \quad x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$x = -1$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

Ответ: $-1, -1-\sqrt{3}, -1+\sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 & (1) \\ |3x-y| \leq 1 & (2) \end{cases} \quad (1) \quad \begin{cases} |x-3y| \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3y+3 \\ x \geq 3y-3 \end{cases} \end{cases}$$

$$x = 3y + a, \text{ где } a \in [-3; 3].$$

$$(2) \quad |3x-y| \leq 1, \text{ где } a \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 3x-1 \\ y \leq 3x+1 \end{cases}$$

$$y = 3x + b, \text{ где } b \in [-1; 1].$$

$$\begin{cases} x = 3y + a \\ y = 3x + b \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3(3x+b) + a \\ x = 9x + 3b + a \end{cases} \Leftrightarrow 8x = -(3b+a)$$

$$y = 3(3y+a) + b \Leftrightarrow y = 9y + 3a + b \Leftrightarrow 4y = -\frac{3a+b}{2}$$

$$4y + 8x = -\left(3b+a + \frac{3a+b}{2}\right) = -\frac{7}{2}(a+b)$$

чем меньше $(a+b)$, тем больше значение $-\frac{7}{2}(a+b)$,
поэтому берём минимальные значения a и b
 $a = -3 \quad b = -1$

$$4y + 8x = -\frac{7}{2}(-3-1) = 4 \cdot \frac{7}{2} = 14$$

Ответ: 14.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

1) Пусть $A = (m+n)(m+n-9) = 13p^2$, тогда $B = mn(m+n-3) = 45q^2$
 Пусть $m+n = k$, $mn = b$, при этом $k > 0$, $b > 0$
 $k, b \in \mathbb{N}$

$k(k-9) = 13p^2$, если k - нечет, то $k+1, k+3, k+5, \dots, k+9$ - чет. \Rightarrow
 $\Rightarrow k(k-9) = \text{нечет} \cdot \text{чет} = \text{чет} \Rightarrow 13p^2 : 2 \Rightarrow p^2 : 2 \Rightarrow p : 2$

Какое простое число может делиться нацело на 2? Только „2“ \Rightarrow
 $\Rightarrow p = 2$:

$$k(k-9) = 13 \cdot 2^2$$

$k^2 - 9k - 13 \cdot 4 = 0$, по Т. Виета: $k = 13$ $k = -4$ - не
 удовл. условию $k > 0$

Посмотрим на 2 уравн:

$(k-3) \cdot b = 45q^2$, $k = 13$, $10b = 45q^2$, $2b = 15q^2$
 $2b : 2 \Rightarrow 15q^2 : 2 \Rightarrow q^2 : 2 \Rightarrow q : 2$ q - простое и делится
 нацело на 2 \Rightarrow

$\Rightarrow q = 2$, $2b = 15 \cdot 2^2$, $2b = 60$, $b = 30$

$$\begin{cases} m+n = k = 13 \\ m \cdot n = b = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} m = 13-n \\ (13-n)n = 30 \Rightarrow n^2 - 13n + 30 = 0 \end{cases}$$

по Т. Виета $n = 10$ $n = 3$
 $m = 13 - 10 = 3$ $m = 13 - 3 = 10$

2) Но если $A = k(k-9) = 45q^2$, а $B = (k-3)b = 13p^2$

По той же идее, что и в пункте 1 $q = 2$, решим ур-ние.
 $k(k-9) = 45 \cdot 4$, $k^2 - 9k - 225 \cdot 300 = 0$, $D = 81 + 1200 = 1281$
 $k = \frac{9 \pm \sqrt{1281}}{2}$, $k \in \mathbb{N} \Rightarrow$ нет (m, n) таких m и n (и натуральных),
 что $(m+n)(m+n-9) = 45q^2$

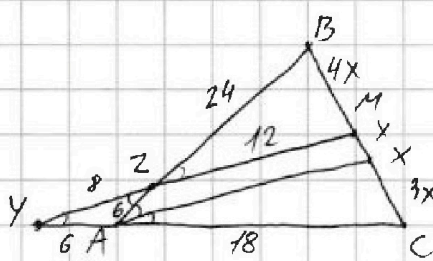
Ответ: (10; 3); (3; 10)



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AC = 18, AZ = 6, YZ = 8 \quad BC = ?$$

Решение:

$$AX - \text{биссектриса } A \Rightarrow \angle BAX = \angle CAX$$

$$MZ \parallel AX \text{ (по условию)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle BAX = \angle BZM \text{ (как мажорант ^{одностор.} ~~смеж.~~)}$$

$$\angle BZM = \angle AZM \text{ (как вертикальные)}$$

$$\angle ZYA = \angle XAC \text{ (как односторонние пр } YM \parallel AX) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle YZA = \angle ZYA \Rightarrow \triangle AZY - \text{равнобедр} \Rightarrow AZ = YA = 6$$

$$\triangle ABC \text{ и секущая } YM: \frac{AC}{BM} \cdot \frac{CM}{AZ} \cdot \frac{AY}{YC} = 1 \text{ (по Т. Менелая)}$$

$$CM = MB \text{ (M - середина по усл.)}$$

$$YC = YA + AC = 6 + 18 = 24$$

$$\frac{BZ}{6} \cdot \frac{6}{24} = 1 \Rightarrow BZ = 24$$

По свойству биссектрисы: $\frac{AC}{AB} = \frac{CX}{BX} \Rightarrow \frac{18}{30} = \frac{CX}{BX} = \frac{3}{5}$
если $CX = 3x$, то, $BX = 5x$, $BC = 5x + 3x = 8x$, $BM = \frac{BC}{2} = 4x$,
 $MC = BX - CX = 5x - 3x = 2x$

По Т. Менелая для $\triangle CYX$ и сек AB :

$$\frac{AC}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{BM}{BC} = 1; \quad \frac{18}{6} \cdot \frac{8}{ZM} \cdot \frac{4x}{8x} = 1, \quad ZM = 12$$

$$\triangle ACX \sim \triangle YMC \text{ (}\angle C \text{ - общий, } \angle XAC = \angle YXC) \Rightarrow \frac{AX}{YC} = \frac{18}{24} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AX = \frac{20 \cdot 18}{24} = 15$$

По Т. косинусов для $\triangle BZM$ и $\triangle CAX$:

$$16x^2 = 24^2 + 12^2 - 2 \cdot 12 \cdot 24 \cdot \cos \alpha$$

$$9x^2 = 15^2 + 18^2 - 2 \cdot 15 \cdot 18 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{16x^2 - 24^2 - 12^2}{-24^2}$$

$$9x^2 = 225 + 324 + 2 \cdot 15 \cdot 18 \cdot \frac{16x^2 - 24^2 - 12^2}{24^2}$$

$$16 \cdot 9x^2 = 16 \cdot 549 + 15 \cdot 16x^2 - 15 \cdot 720$$

$$6 \cdot 16x^2 = 15 \cdot 720 - 549 \cdot 16$$

$$x^2 = 21$$

$$x = \sqrt{21} \quad BC = 8x = 8\sqrt{21}$$

Ответ: $8\sqrt{21}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases} \quad \text{ОДЗ: } y \in [0; 6] \quad x \geq 0$$

$$6 + 5x - y^2 \geq 0$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$$f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$$

либо $x = -y$ если ф-ция четная
у нас $\begin{matrix} \text{в } x=y \\ \text{ф-ция} \end{matrix}$ общего вида

(из-за ОДЗ)

$$x = y$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6-x} \cdot \sqrt{x+1}$$

Пусть $x = a - 3,5$, $x+1 = a - 2,5$

Пусть $x+1 = a - 3,5$, тогда $6-x = a - 3,5$ ~~$y = 6 - x = a - 3,5$~~ $x - 6 =$

$$\sqrt{a-3,5} - \sqrt{a-3,5} = 2\sqrt{a-3,5} \cdot \sqrt{a-3,5} - 5$$

$$a - 3,5 - a - 3,5 = 2(a^2 - 3,5^2) - 5$$

$$2\sqrt{a^2 - 3,5^2} = -4 - 25 - 4(a^2 - 3,5^2)$$

Решим ур квадратное ур-ние отн-но $\sqrt{a^2 - 3,5^2} = z$

$$4z^2 + 22z + 32 = 0 \quad | : 2 \quad 2z^2 + 11z + 16 = 0$$

$$D = 121 - 128 < 0 \Rightarrow z \in \emptyset \Rightarrow a \in \emptyset \Rightarrow x, y \in \emptyset$$

Ответ: $x, y \in \emptyset$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

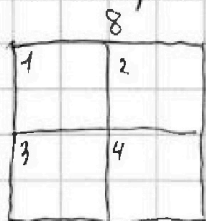
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим Разобьем квадрат на 4 квадрата 4×4 :



Рассмотрим 3 случая: когда

1) Когда точки закрашивают в 1 квадрате 4×4

Всего способов закрасить в 1 квадрате 4×4 : C_{16}^2

Всего таких квадратов 4, если начать закрашивать в другом квадрате 4×4 , то при повороте начнут совпадать точки, т.к. мы нашли все способы в 1 квадратике.

В этом случае C_{16}^2 способов.

2) Берём 2 соседних квадрата 4×4 (например "1 и 2").

В 1 квадрате можно выбрать 16 и 2-ом можно выбрать 16
Всего способов: $16 \cdot 16$

Если возьмём другую пару квадратов и начнём выбирать точки, то при повороте начнут совпадать точки (как в 1 пункте)

3) Берём точки из "2" и "3" или "1" и "4" квадратов.

Ситуация практически такая же как и в пункте 2
Всего способов $16 \cdot 16$

$$4) \text{ Всего способов: } C_{16}^2 + 16 \cdot 16 + 16 \cdot 16 = \frac{16!}{14! \cdot 2} + 256 + 256 =$$

$$= 8 \cdot 15 + 512 = 120 + 512 = 632 \text{ способов}$$

Ответ: 632 способов



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

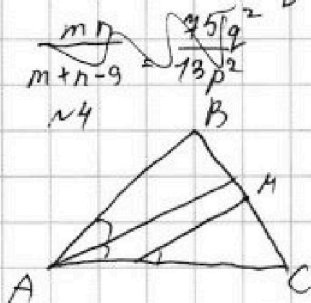
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2 \quad \text{или } p^2: (m+n) \text{ когда } p^2 = m+n \text{ или } p = m+n$$

$$(m+n) \cdot mn = 45q^2 \quad 13 \cdot p^2 \quad 13p \cdot p$$



$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$$6+5x-y^2 \quad \text{OD3: } x \geq -1 \quad x \geq 0 \quad 6+5x-y^2 \geq 0$$

$$y \leq 6 \quad y \geq 0 \quad y^2 \leq 6+5x$$

$$6+5x-y^2 = (x+t) \quad 5(x+t) + 1 - y^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2 \quad \text{или } (m+n) = 13, \text{ тогда } q^2: 13 \Rightarrow q = 13$$

$$(m+n) \cdot mn = 45q^2$$

$$mn = 45 \cdot 13^2$$

$$m+n = 13 \quad \frac{m}{n} = \frac{45 \cdot 13^2}{n} + n = 13$$

$$n^2 - 13n + 45 \cdot 13^2 = 0 \quad D < 0$$

$$\text{или } m+n = 45; \text{ тогда } p^2: 45 \quad p = 75$$

$$m+n = 13 \quad p = 2 \quad k(k-9) = 13p^2$$

$$k = 13 \quad p^2 = 2 \quad k = 13t$$

$$k-9 = 13t \quad k = t \quad (m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$k-9 = 13 \quad p^2 = 22 \quad t = 13t-9$$

$$k \cdot m \cdot n = \frac{1}{2} \cdot 45q^2$$

$$\text{НОД}(13p^2, 45q^2) = m+n$$

$$\text{НОК}(13p^2, 45q^2) = (m+n) \cdot mn$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2 \quad \text{НОД}(13p^2, 45q^2) = m+n$$

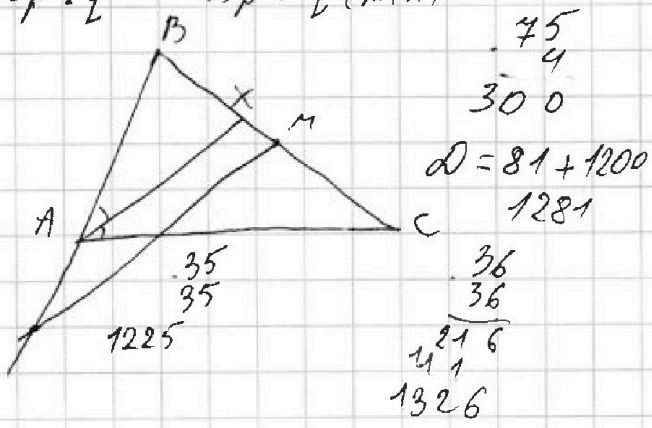
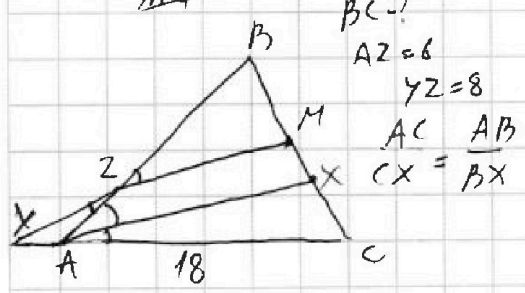
$$(m+n)(m+n-9) \cdot mn = 45q^2$$

$$m+n = 1 \quad m+n-9 = 1$$

$$13p^2 = q^2 \quad 13p^2 = q^2(m+n)$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$(m+n)(m+n-9) \cdot mn = 45q^2$$



$$75$$

$$4$$

$$300$$

$$D = 81 + 1200$$

$$1281$$

$$36$$

$$36$$

$$216$$

$$21$$

$$1326$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$a_3 = 3x+3 \quad a_5 = (x^2+2x)^2 \quad a_7 = 3x^2$$

$$\frac{a_5+a_7}{2} = a_6 \quad \frac{a_3+a_5}{2} = a_4 \Rightarrow \frac{a_5+a_7+a_3}{2} = a_6$$

$$\frac{a_5+a_7+2a_3}{4} = a_6$$

$$4a_6 = a_5 + a_7 + 2a_3 \Rightarrow 3a_6 = a_5 + a_7 + 2a_3$$

$$3(x^4+4x^3+4x^2) = 3x^2+6x+6; \quad 3x^4+12x^3+12x^2-3x^2-6x-6=0$$

$$3x^4+12x^3+9x^2-6x-6=0 \quad | :3 \quad x^4+4x^3+3x^2-2x-2=0$$

$$(x+1)(x^3+3x^2+2x-2)=0$$

$$x^3+3x^2+2=0 \quad \begin{cases} x_1+x_2+x_3 = -3 \\ x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1 = 0 \\ x_1x_2x_3 = -2 \end{cases}$$

$$a_1+2d = 3x+3 \quad a_1 = 3x+3-2d \quad (a_1 = -x^2+4x+4) \quad \begin{cases} x_1+x_2+x_3 = -3 \\ x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1 = 0 \\ x_1x_2x_3 = -2 \end{cases}$$

$$a_1+8d = 3x^2 \quad 3x+3+6d = 3x^2 \quad 2d = x^2-x-1 \quad x^3+3x^2-2=0$$

$$a_1+4d = a_5 \Rightarrow -x^2+4x+4+2x^2-2x-2 = (x^2+2x)^2 \quad x = -1 \quad 1 \quad 3 \quad 1 \quad 0 \quad -2$$

$$(x^2+2x+2) = (x^2+2x)^2 \quad x^4+4x^3+3x^2-2x-2 \quad \begin{matrix} 1 & 2 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 & -2 \end{matrix}$$

$$(x+1)^2(x^2+2x-2) = 0 \quad d = 4+8 = 12 \quad x = \frac{-2 \pm \sqrt{24}}{2}$$

$$4y+8x \text{ наиб.} \quad \begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x-3y \leq 3 \\ 2x-3y \geq -3 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 3+3y \\ x \geq 3y-3 \\ y \geq 3x-1 \\ y \leq 3x+1 \end{cases}$$

$$x^3+3x^2+2=0 \quad x^3+x^2+2 \quad x^3+x^2+2x^2+2=0 \quad x^2(x+1)+2(x^2+1)=0$$

$$x^2(x+1)+2(x^2+1-2x)=0 \quad 3x^2+6x=0 \quad x+1=a \quad x=6$$

$$b^2 \cdot a + 2a^2 - 4b = 0 \quad a^2 - 4b + 4$$

$$x = -1 \quad x^2(x+1) < 0 \quad x^2(x+1)+2x^2+2$$

$$(x+1)^2(x^2+2x-2) = 0 \quad x^2+2x-2=0 \quad d = 4+8 = 4 \cdot 3 \quad \boxed{x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}}$$

$$a_1 = -1-4+4 = -1 \quad d = \frac{1}{2} \quad a_3 = 0 \quad a_5 = 1 \quad a_7 = 3$$

$$a_1 = -2x^2 + (x+2)^2 = d = -2(-1-\sqrt{3})^2 + (1-\sqrt{3})^2 \quad d = (1+\sqrt{3})^2 = \frac{1}{2} \cdot (-3-1)$$

$$a_3 = -x^2 + (x+2)^2 - (-\sqrt{3}) =$$

$$N2) \quad \begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x-3y \leq 3 \\ 2x-3y \geq -3 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 3+3y \\ x \geq 3y-3 \\ y \geq 3x-1 \\ y \leq 3x+1 \end{cases} \quad \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y \geq \frac{x}{3} \\ x \leq 3+3y \leq 3x-1 \end{cases}$$

$$4y+8x = 12x+k+24y+c \quad 3x-1 \leq y \leq 3x+1 \quad 6x-2 \leq 2y \leq 6x+2$$

$$4y+8x = 12x+k+24y+c \quad x = 3c+k \quad c \in [-3; 3]$$

$$y = 9y+3c+k \quad y = 3c+k \quad k \in [-1; 1]$$

$$8x = -3k-c \quad 4y+8x = -3(k+c) - \frac{3}{2}(c+k)$$

$$y = 9y+3c+k \quad 48y = -3c+k \quad = 4 \cdot \frac{3}{2} = (k+c) \cdot (-\frac{9}{2}) = 13 \cdot p^2$$

$$1/3 = A = m^2 + 2mn + n^2 \quad \frac{1}{3} \quad \begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 13p^2 \\ (m+n) \cdot mn = 45q^2 \end{cases}$$

$$m+n-9=13 \quad m=22-n \quad \beta = mn(m-n) \quad \begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 13p^2 \\ (m+n) \cdot mn = 45q^2 \end{cases}$$

$$mn = 45 \quad 22n - n^2 = 45 \quad n^2 - 22n + 70 = 0 \quad p^2 = 9^2 \quad 5^2 \cdot 3 \cdot 9^2$$

$$n = 25 \quad n = 3 \quad 484 - 360 = 184$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{y+1} + \sqrt{a} = \sqrt{y+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{y+1} - \sqrt{6-y}$$

$$a = y + 2,5 \quad y+1 = a - 2,5 \quad a$$

$$6 - ay = f(y) =$$

$$y+1 = a \quad \frac{y+1 + 6-y}{2} = 3,5 \quad a \rightarrow \sqrt{a-2,5} - \sqrt{2,5-a} + 5 = 2\sqrt{6,25-a^2}$$

$$a-2,5 + 2,5-a - 2\sqrt{6,25-a^2} = 42(6,25-a^2) + 25 = 420\sqrt{6,25-a^2}$$

$$4(6,25-a^2) - 18\sqrt{6,25-a^2} + 25 = 0 \quad \begin{matrix} y+1 = a-2,5 \\ 6-y = 3,5-a \end{matrix}$$

$$D = 324 - 400 < 0 \quad \begin{matrix} m+n = k \\ mn = b \end{matrix} \quad \begin{matrix} 16 \\ 13 \\ 48 \\ 16 \end{matrix}$$

$$A = (m+n)^2 - 9(m+n) \quad B = mn(m+n) - 3 \cdot 3mn$$

$$A = (m+n)(m+n-9) \quad B = mn(m+n-3)$$

$$A = k(k-9) \quad B = (k-3) \cdot b \quad k = \frac{9+17}{2} = 13$$

$$\text{либо } p \cdot \text{либо } q = 2 \quad D = 81 + 16 \cdot 13 = 289 = 17^2$$

$$k(k-9) = 13 \cdot 4 \quad k^2 - 9k - 13 \cdot 4 = 0 \quad k = 13 \quad k = -4$$

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ m \cdot n = 30 \end{cases} \quad 10b = 45q^2 \quad 2b = 15q^2 \quad 2b = 60 \quad b = 30$$

$$13n - n^2 = 30 \quad n^2 - 13n + 30 = 0 \quad n = 10 \quad n = 3$$

$$k(k-9) = 45 \cdot 4 \quad (k-3) \cdot 6 = 13 \cdot p^2$$

$$k^2 - 9k - 225 = 0 \quad \begin{matrix} 34 \\ 34 \end{matrix} \quad 720$$

$$D = 81 + 1181$$

$$9x^2 = 225 + 324 + 2 \cdot 15 \cdot 18 \cdot \frac{16x^2 - 576 - 144}{24 \cdot 208}$$

$$16 \cdot 9x^2 = 549 + 16 + 15 \cdot 16x^2 - 15 \cdot 216$$

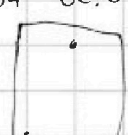
$$15 \cdot 420 - 549 \cdot 16 = 6 \cdot 16x^2$$

$$C_{64}^2 = \frac{64 \cdot 63}{2} = 63 \cdot 32$$

$$C_{46}^2 + 16 \cdot 16 + 16 \cdot 16$$

$$256 \cdot 2 + 8 \cdot 15$$

$$\begin{matrix} 16x^2 - 576 - 144 \\ 24 \cdot 208 \\ 420 \\ 3600 \\ 420 \\ -10800 \\ 8784 \\ -2016 \\ 192 \\ 96 \end{matrix}$$



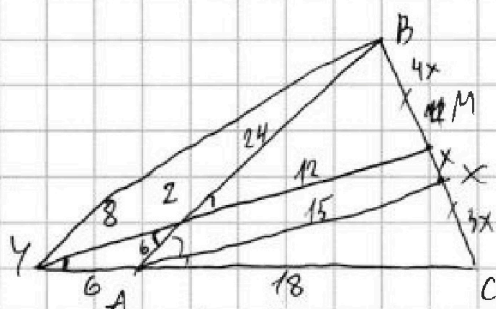
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{BZ}{AZ} \cdot \frac{YA}{YA+18} = 1 \quad \frac{BZ}{AZ} = \frac{24}{6} = 4$$

$$\frac{AC}{YA} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{1}{2} = 1 \quad \frac{CX}{BX} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{8}{ZM} = \frac{2}{3} \quad ZM = 12$$

$$9x^2 = 18^2 + 15^2 - 2 \cdot 18 \cdot 15 \cdot \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{5x^2 - 324 - 225}{30 \cdot 18}$$

$$16x^2 = 720 -$$

$$15 \cdot 16x^2 = 15 \cdot 720 - 16 \cdot 9x^2 - 18 \cdot 549$$

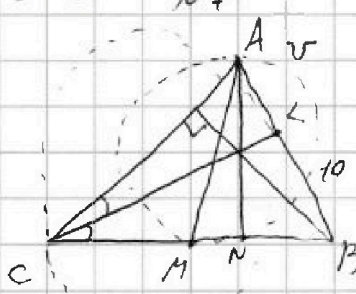
$$16 \cdot 24x^2 = 918 = 9 \cdot 102 = 9 \cdot 51 \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} 549 \\ -18 \\ \hline 4352 \\ 549 \\ \hline 9882 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -10800 \\ \hline 5882 \\ 918 \end{array}$$

$$\sqrt{5y+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$\sqrt{y+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5y-y^2} \quad |x|=|y|$$



$$-y^2 + 5y + 6 = 0 \quad D = 25 + 24 = 49 \quad y = \frac{-5 \pm 7}{-2} = 6$$

$$(6-y)(y+1) \quad a+b+5 = 2ab$$

$$\sqrt{y+1} = a \quad y+1 = a^2 \quad -a^2 + 1 = -y$$

$$7 - a^2 = -y + 6$$

$$a + a^2 - 7 + 5 = 2\sqrt{4a - a^2} : a$$

$$a^2 + a - 2 = 14a - 2a^3 \quad (a^2 + a - 2)^2 = 4a^2(7a^2)$$

$$2a^3 + a^2 - 13a - 2 = 0 \quad a^4 + 2a^2(a-2) + a^2 - 4a + 4 = 28a^2 - 4a^4$$

$$48 + 16 - 1234 - 8$$

$$\sqrt{y+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5y-y^2} \quad \sqrt{y+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{y+1} \cdot \sqrt{6-y}$$

$$a\sqrt{y+1} + 5 = \sqrt{6-y}(2\sqrt{y+1} + 1)$$

$$\sqrt{y+1} + 2\sqrt{y+1} \cdot 5 + 25 = (6-y)(2y+2+1 + 4\sqrt{y+1})$$

$$y+26 - (6-y)(2y+2+3) = (24-4y) \cdot \sqrt{y+1} - 10\sqrt{y+1}$$

$$y+1 = a \quad 6-y = y+1 \quad a-b+5 = 2ab$$

$$-a+1 = -y \quad 7-a = 6-y \quad a-2ab-b = -5$$

$$6 - \sqrt{6} = 2\sqrt{6} \quad a(1-2b) - b = -5$$

$$6 = 3\sqrt{6} \quad \sqrt{36} = \sqrt{54} \quad \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{6-x}$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad 4ab = (\sqrt{a}\sqrt{b})^2 + 10\sqrt{a}\sqrt{b} + 25$$

$$4ab = a + b + 12\sqrt{ab} + 25 \quad 4ab - a - b - 25 = 12\sqrt{ab}$$

$$((4ab-a) - (b+25))^2 = 144ab; \quad 16a^2b^2 - 8a^2b + a^2 + b^2 + 50b + 625 - 2(4ab-a)(b+25) = 144ab$$

$$-8a^2b + a^2 + b^2 + 50b + 625 - 8ab^2 - 200ab + 10ab + 50a + 12ab^2 + 144ab = 0$$

$$-8ab(a+b) + (a+b)^2 + 50(a+b) + (4ab - 20 + 25)^2 - 12ab = 0$$

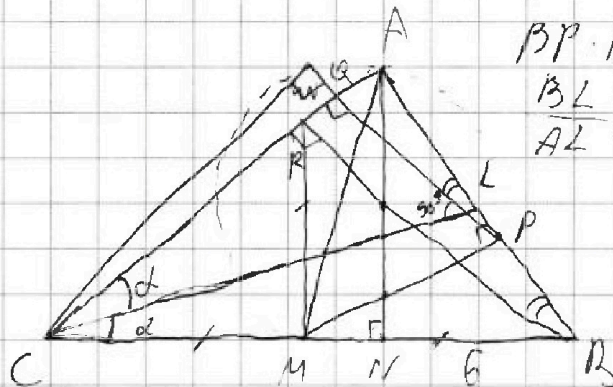
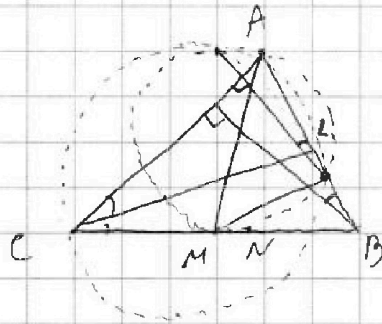


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BP \cdot BA = BN \cdot BC$$

$$\frac{BL}{AL} = \frac{BC}{AC}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

