



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 10 КЛАСС. Вариант 5

1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_3 = 3x + 3 \quad a_5 = (x^2 + 2x)^2 \quad a_9 = 3x^2 \quad x - ?$$

Свойство арифметической прогрессии:  $a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}$ ,  $n, k \in \mathbb{N}$

$$\frac{a_5 + a_9}{2} = a_7, \quad \frac{a_7 + a_3}{2} = a_5 \quad \Leftrightarrow \frac{\frac{a_5 + a_9}{2} + a_3}{2} = a_7 \Leftrightarrow 3a_7 = a_9 + 2a_3$$

$$3 \cdot (x^2 + 2x)^2 = 3x^2 + 2(3x + 3)$$

$$3(x^4 + 4x^3 + 4x^2) = 3x^2 + 6x + 6 \quad | :3$$

$$\cancel{3x^4} + x^4 + 4x^3 + 4x^2 - x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

Известно, что если есть у ур-ния целые корни, то они обязательно делятся на свободного члена.

делители -2:  $\pm 1, \pm 2$

$$x = -1: (-1)^4 + 4 \cdot (-1)^3 + 3(-1)^2 - 2 \cdot (-1) - 2 = 0$$

$0 = 0$  - верно,  $x = -1$  - корень ур-ния

$$x^4 + x^3 + 3x^2 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(x^3(x+1) + 3x^2(x+1) - 2(x+1)) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+1)(x^3 + x^2 + 2x^2 + 2x - 2x - 2) = 0$$

$$(x+1)(x^2(x+1) + 2x(x+1) - 2(x+1)) = 0$$

$$(x+1)^2(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$x+1=0 \quad \text{или} \quad x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$x = -1 \quad D = 4 + 8 = 12$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

Ответ:  $-1$ ,  $-1 - \sqrt{3}$ ,  $-1 + \sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$(1) \quad |x-3y| \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \end{cases} \quad (2) \quad |3x-y| \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 3x-1 \\ y \leq 3x+1 \end{cases}$$

$$x = 3y + a, \text{ где } a \in [-3; 3].$$

$$(2) \quad |3x-y| \leq 1, \text{ где } a \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 3x-1 \\ y \leq 3x+1 \end{cases}$$

$$y = 3x + b, \text{ где } b \in [-1; 1].$$

$$\begin{cases} x = 3y + a \\ y = 3x + b \end{cases} \quad \begin{aligned} x &= 3(3y + a) + a \\ &= 9y + 3a + a \end{aligned} \Leftrightarrow 8x = -(3b + a)$$

$$y = 3(3y + a) + b \Leftrightarrow y = 9y + 3a + b \Leftrightarrow 4y = -\frac{3a+b}{2}$$

$$4y + 8x = -\left(3b + a + \frac{3a+b}{2}\right) = -\frac{7}{2}(a+b)$$

Чем меньше  $(a+b)$ , тем большее значение  $-\frac{7}{2}(a+b)$ ,  
поэтому берём минимальные значения  $a$  и  $b$   
 $a = -3, b = -1$

$$4y + 8x = -\frac{7}{2}(-3-1) = 4 \cdot \frac{7}{2} = 14$$

Ответ: 14.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

1) Пусть  $A = (m+n)(m+n-9) = 13p^2$ , тогда  $B = mn(m+n-3) = 75q^2$

Пусть  $m+n = k$ ,  $mn = b$ , при этом  $k \geq 0$ ,  $b \geq 0$

$k, b \in \mathbb{N}$

$$k(k-9) = 13p^2, \text{ если } k \text{-нечет}, \text{ то } k+1, k+3, k+5, \dots, k+s \text{ -чет} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k(k-9) = \text{нечет} \cdot \text{чет} = \text{чет} \Leftrightarrow 13p^2 \div 2 \Rightarrow p^2 \div 2 \Rightarrow p \div 2$$

Какое простое число может делиться нацело на 2? Только „2“  
 $\Rightarrow p = 2$ :

$$k(k-9) = 13 \cdot 2^2$$

$$k^2 - 9k - 13 \cdot 4 = 0, \text{ но Т. Виета: } k = 13 \quad k = -4 \text{ -не}$$

удовл. условию  $k > 0$

Посмотрим на 2 урнине:

$$(k-3) \cdot b = 75q^2, \quad k=13, \quad 10b = 75q^2, \quad 2b = 15q^2$$

$$2b \div 2 \Rightarrow 15q^2 \div 2 \Rightarrow q^2 \div 2, \Rightarrow q \div 2 \quad q \text{-простое и делится нацело на 2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = 2, \quad 2b = 15 \cdot 2^2, \quad 2b = 60, \quad b = 30$$

$$\begin{cases} m+n = k = 13 \\ m \cdot n = b = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} m = 13-n \\ (13-n)n = 30 \Rightarrow n^2 - 13n + 30 = 0 \end{cases}$$

$$\text{по Т. Виета } n = 10 \quad n = 3$$

$$m = 13-10 = 3 \quad m = 13-3 = 10$$

2) Но если  $A = k(k-9) = 75q^2$ , а  $B = (k-3)b = 13p^2$

По той же аргументации, что и в пункте 1,  $q = 2$ , решим ур-ние.  
 $k(k-9) = 75 \cdot 4, \quad k^2 - 9k - 300 = 0, \quad D = 81 + 1200 = 1281$   
 $k = \frac{9 \pm \sqrt{1281}}{2}, \quad k \notin \mathbb{N} \Rightarrow \text{нет таких } m \text{ и } n \text{ (в натуральных),}$   
 $\text{что } (m+n)(m+n-9) = 75q^2$

Ответ:  $(10; 3); (3; 10)$

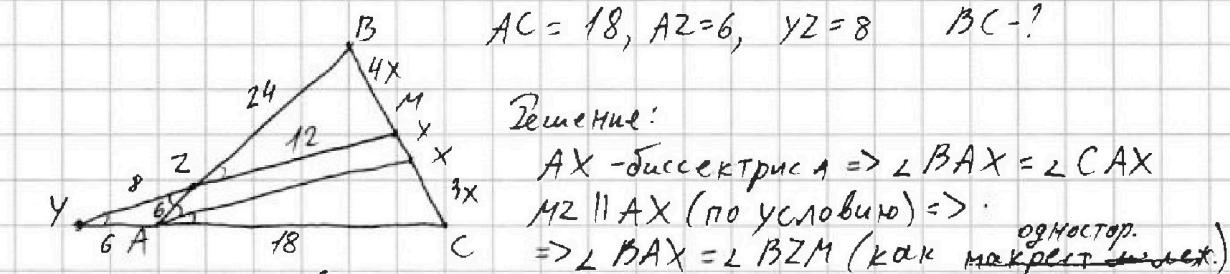
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle BZY = \angle AZM$  (как вертикальные)

$\angle CYA = \angle XAC$  (как односторонние пр.  $YM \parallel AX$ )  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CYA = \angle CYA \Rightarrow \triangle AZY$  - равнобедр  $\Rightarrow AZ = YA = 6$

$\triangle ABC$  и секущая  $YM$ :  $\frac{AC}{BM} \cdot \frac{BZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{YC} = 1$  (по Т. Менелая)

$CY = MB$  (М - середина по усл.)

$$CY = YA + AC = 6 + 18 = 24 \quad \frac{BZ}{6} \cdot \frac{6}{24} = 1 \Rightarrow BZ = 24$$

По свойству биссектрисы:  $\frac{AC}{AB} = \frac{CX}{BX} \quad \frac{18}{30} = \frac{CX}{BX} = \frac{3}{5}$   
 если  $CX = 3x$ , то,  $BX = 5x$ ,  $BC = 5x + 3x = 8x$ ,  $BM = \frac{BC}{2} = 4x$ ,  
 $AC - CX - MX = 4x - 3x = x$

По Т. Менелая для  $\triangle CYX$  и сек  $AB$ :

$$\frac{AC}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{BM}{BC} = 1; \quad \frac{18}{6} \cdot \frac{8}{12} \cdot \frac{4x}{8x} = 1, \quad ZM = 12$$

$\triangle ACX \sim \triangle YMZ$  ( $\angle C$ -общий,  $\angle XAC = \angle YMZ$ )  $\Rightarrow \frac{AX}{YX} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow AX = \frac{20 \cdot 18}{24} = 15$

По Т. косинусов для  $\triangle BZA$  и  $\triangle CAX$ :

$$16x^2 = 24^2 + 12^2 - 2 \cdot 12 \cdot 24 \cdot \cos \alpha \quad 9x^2 = 15^2 + 18^2 - 2 \cdot 15 \cdot 18 \cdot \cos \beta$$

$$\cos \alpha = \frac{16x^2 - 24^2 - 12^2}{-24^2} \quad 9x^2 = 225 + 324 + 2 \cdot 15 \cdot 18 \cdot \frac{16x^2 - 24^2 - 12^2}{24^2}$$

$$16 \cdot 9x^2 = 16 \cdot 549 + 15 \cdot 16x^2 - 15 \cdot 720$$

$$6 \cdot 16x^2 = 15 \cdot 720 - 549 \cdot 16 \quad x^2 = 21 \quad x = \sqrt{21} \quad BC = 8x = 8\sqrt{21}$$

Ответ:  $8\sqrt{21}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases} \quad \text{ОДЗ: } y \in [0; 6] \quad x \geq 0$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y} \quad f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$$

либо  $x = -y$  если  $\frac{x+y}{2}$  четная  
у нас  $\frac{x+y}{2}$  общего вида

$$y = g \quad (\text{из-за ОДЗ})$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6-x} - \sqrt{x+1} \quad \text{Пусть } x = a - 3,5, \quad x+1 = a + 2,5$$

$$\text{Пусть } x+1 = a - 3,5, \text{ тогда } 6-x = a - 3,5 \quad y = \sqrt{a-3,5}$$

$$\sqrt{a-3,5} - \sqrt{a-3,5} + 5 = 2\sqrt{(a-3,5)(a-3,5)} - 5$$

$$a-3,5 - a-3,5 + 2\sqrt{a^2 - 3,5^2} = 4(a^2 - 3,5^2) + 25 + 20\sqrt{a^2 - 3,5^2}$$

$$2\sqrt{a^2 - 3,5^2} = -4 - 25 - 4(a^2 - 3,5^2)$$

Решим ур. квадратное ур-ние относительно  $\sqrt{a^2 - 3,5^2} = z$

$$4z^2 + 22z + 32 = 0 \quad | : 2 \quad 2z^2 + 11z + 16 = 0$$

$$D = 121 - 128 < 0 \Rightarrow z \in \emptyset \Rightarrow a \neq 0 \Rightarrow x, y \in \emptyset$$

Ответ:  $x, y \in \emptyset$



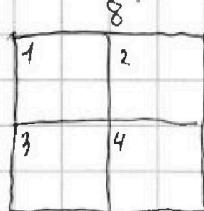
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим Разобьём квадрат на 4 квадрата  $4 \times 4$ :



8

Рассмотрим 3 случая: когда

1) Когда точки закрашиваются в 1 квадрате  $4 \times 4$

Всего способов закрасить в 1 квадрате  $4 \times 4$ :  $C_{16}^2$

Всего таких квадратов 4, если начать закрашивать в другом квадрате  $4 \times 4$ , то при повороте начнут совпадать точки, т.к. мы нашли все способы в 1 квадратике.

В этом случае  $C_{16}^2$  способов.

2) берём 2 соседних квадрата  $4 \times 4$  (например, "1 и 2").

В 1 квадрате можно выбрать 16 и 2-ому можно выбрать 16  
Всего способов:  $16 \cdot 16$

Если возьмём другую пару квадратов и начнём выбирать точки, то при повороте начнут совпадать точки (также в 1 пункте)

3) берём точки из "2" и "3" или "1" и "4" квадратов.

Ситуация практически такая же как и в пункте 2  
Всего способов  $16 \cdot 16$

4) Всего способов:  $C_{16}^2 + 16 \cdot 16 + 16 \cdot 16 = \frac{16!}{14! \cdot 2} + 256 + 256 =$

$$= 8 \cdot 15 + 512 = 120 + 512 = 632 \text{ способов}$$

Ответ: 632 способов

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2 \quad \text{если } p^2 \leq m+n \text{ или } p = m+n$$

$$(m+n) \cdot mn = 75q^2 \quad 13 \cdot p^2 = 13p \cdot p$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$$6+5x-y^2 \quad \text{если } x \geq 1 \quad x \geq 30 \quad 6+5x-y^2 \geq 0$$

$$y^2 \leq 36 \quad y^2 \leq 6+5x$$

$$y^2 \leq 36 \quad x \geq 0$$

$$6+5x-y^2 = (x+1) + 5(x+1) + 1 - y^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2 \quad \text{если } (m+n) = 13, \text{ тогда } q^2 \leq 13 \Rightarrow q = 13$$

$$(m+n) \cdot mn = 75q^2 \quad \frac{75 \cdot 13^2}{mn}$$

$$mn = 75 \cdot 13^2 \quad m = \frac{75 \cdot 13^2}{n}$$

$$m+n = 13 \quad \frac{75 \cdot 13^2}{n} + n = 13$$

$$n^2 - 13n + 75 \cdot 13^2 = 0 \quad D < 0$$

$$-16 \quad \frac{16}{8}$$

$$\text{если } m+n = 75; \text{ то } p^2 \leq 75 \quad p = 75$$

$$m+n=p \quad p^2 \quad m+n = 13 \quad p=2 \quad k(k-9) = 13p^2$$

$$k-9 = 13t \quad k=t \quad (m+n)(m+n-9) = 13p^2 \quad k-9 = 13 \quad p^2 = 2^2 \quad t = 13t-9$$

$$k = k^2 p^2 \quad (m+n) \cdot mn = 75q^2 \quad m+n = k$$

$$k(k-9) = 13^2 \cdot 13p^2 \quad \text{запись 3 десятичн.} \quad mn \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$k \cdot m \cdot n = 75q^2 \quad t \text{ запись} \quad 6 \quad 9$$

$$mn \quad 3.2 \cdot 3$$

$$HOD(13p^2, 75q^2) = m+n$$

$$(m+n)^2(m+n-9) = 0 \quad HOD(13p^2, 75q^2) = (m+n) \cdot mn \cdot (m+n-9)$$

$$m+n = 1 \quad m+n-9 = 1 \quad 13p^2 : q^2 \quad 13p^2 = q^2(m+n)$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$(m+n)(m+n-9) \cdot mn = 75q^2$$

$$m+n = 18 \quad BC = ? \quad A2 = 6 \quad YZ = 8 \quad AC = \frac{AB}{BX}$$

$$BC = ? \quad A2 = 6 \quad YZ = 8 \quad AC = \frac{AB}{BX}$$

$$X \quad 2 \quad 18 \quad C$$

$$B \quad X \quad M \quad A \quad C$$

$$75 \quad 300$$

$$D = 81 + 1200$$

$$1281$$

$$36 \quad 36$$

$$216 \quad 216$$

$$1326$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$a_3 = 3x+3 \quad a_5 = (x^2+2x)^2 \quad a_3 = 3x^2$$

$$\frac{a_5+a_3}{2} = a_7 \quad \frac{a_7+a_3}{2} \Rightarrow \frac{a_5+a_3+a_3}{2} = a_5$$

$$\frac{a_5+a_3+2a_3}{4} = a_5$$

$$4a_5 = a_5 + a_3 + 2a_3 \Rightarrow 3a_5 = a_5 + a_3 + 2a_3$$

$$3(x^4+4x^3+4x^2) = 3x^2+6x+6; \quad 3x^4+12x^3+12x^2-3x^2-6x-6=0$$

$$3x^4+12x^3+9x^2-6x-6=0 \quad | :3 \quad x^4+4x^3+3x^2-2x-2=0$$

$$\begin{array}{ccccccccc} -1 & 1 & 4 & 3 & -2 & -2 & (x+1)(x^3+3x^2+2)=0 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & -2 & 0 & x^3+3x^2+2=0 & \begin{cases} x_1+x_2+x_3=-3 \\ x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=0 \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a_1+2d=3x+3 \quad a_1=3x+3-2d \quad (a_1=-x^2+4x+4) \\ a_1+8d=3x^2 \quad 3x+3+6d=3x^2 \quad 2d=x^2-x-1 \\ a_1+4d=a_5 \Rightarrow -x^2+4(x+4+2x^2-2x-2)=(x^2+2x)^2 \quad x=-1 \end{array}$$

$$(x^2+2x+2)^2=(x^2+2x)^2 \quad x^4+4x^3+3x^2-2x-2 \quad \begin{array}{ccccccccc} -1 & 1 & 2 & 0 & -2 & 0 & (x+1)^2(x^2+2x-2)=0 & D=4+8=12 \\ & & & & & & & x=\frac{-2\pm\sqrt{12}}{2} \end{array}$$

$$4y+8x \text{ иском} \quad \begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases} \quad (x+1)^2(x^2+2x+1)=0$$

$$x^3+3x^2+2=0 \quad x^3+x^2+2 \quad x^3+x^2+2x^2+2=0 \quad x^2(x+1)+2(x^2+1)=0$$

$$x^2(x+1)+2((x+1)^2-2x)=0 \quad 3x^2+6x=0 \quad x+1 \text{ и } x=0$$

$$6^2 \cdot a + 2a^2 - 46 = 0 \quad a^2 = \frac{46-36}{2} = 5$$

$$x=-1 \quad x^2(x+1) < 0 \quad x^2(x+1)+2x^2+2$$

$$(x+1)^2(x^2+2x-2)=0 \quad x^2+2x-2=0 \quad D=4+8=4 \cdot 3 \quad \begin{cases} x=-1 \\ x=\frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} a_5 = a_1 = -1-4+4=-1 \quad d = \frac{1}{2} \quad a_3 = 0 \quad a_5 = 1 \quad a_9 = 3 \\ -1-53 \quad a_1 = -2x^2+(x+2)^2 = -2(-1-\sqrt{3})^2+(1-\sqrt{3})^2 \quad d = (1+\sqrt{3})^2 - (-\frac{1}{2}) \cdot (-3-1) \end{array}$$

$$a_3 = -x^2+(x+2)^2 = (-\sqrt{3})^2 = 3$$

$$\begin{array}{ll} \text{№2} & \begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |x-3y| \geq -3 \\ |3x-y| \leq 1 \\ |3x-y| \geq -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 3+y \\ x \geq 3y-3 \\ x \geq 3y-3 \\ y \geq 3x-1 \\ y \leq 3x+1 \\ y \leq 3x+1 \end{cases} \quad x \in [3y-3, 3+y] \subseteq 3x-1 \end{array}$$

$$7y-62y \leq y+2x \leq 6-74 \quad x = 3y + c \quad c \in [-3; 3]$$

$$y+2x \leq \quad y = 3y + k \quad k \in [-1; 1]$$

$$4y+8x = 12x+k+24y+c$$

$$x = 9x + 3k + c \quad 8x = -3k - c \quad 4y+8x = -3(k+c) - \frac{3}{2}(c+k)$$

$$y = 9y + 3c + k \quad 48y = -3c - k \quad -4 \cdot \frac{5}{2} = (k+c) \cdot (-\frac{9}{2})$$

$$\begin{array}{ll} 1/3 = A = m^2 + mn + n^2 & \begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 13p^2 \\ (m+n) \cdot (68)mn = 75q^2 \end{cases} \\ -9(m+n) & \end{array}$$

$$m+n-9=13 \quad m=22-n \quad \begin{cases} (m+n) \cdot (68)mn = 75q^2 \\ 5^2 \cdot 3 \cdot 9^2 \end{cases}$$

$$mn=45 \quad 22n-n^2=45 \quad n^2-22n+45=0 \quad p^2=9^2$$

$$n=25 \quad n=-3 \quad 484-300=184$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

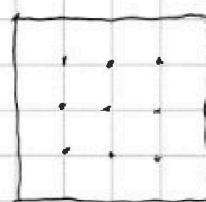
- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \sqrt{y+1} + \sqrt{6-y} &= 2 \quad | -2 \\ a = y+1,5 &= 3,5 \quad y+1 = a - 2,5 \quad a \\ \sqrt{6-a} = y &= f(y) = \frac{f(y)}{a} \\ y+1 = a & \Rightarrow \frac{y+1 + 6-a}{2} = 3,5 \quad \Rightarrow \sqrt{a-2,5} - \sqrt{2,5-a} + 5 = 2\sqrt{6,25-a^2} \\ a-2,5 + 2,5 = a & - 2\sqrt{6,25-a^2} = 42(6,25-a^2) + 25 - 420\sqrt{6,25-a^2} \\ 4(6,25-a^2) - 18\sqrt{6,25-a^2} + 25 &= 0 \quad g+1 = a-2,5 \\ D = 324 - 400 < 0 & \quad 6-y = 3,5-a \quad | -16 \\ m+n > k & \quad mn = b \quad | -13 \\ m+n &= 6 \quad | -16 \\ 16 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A = (m+n)^2 - 9(m+n) & \quad B = mn(m+n) - 3mn \\ A = (m+n)(m+n-9) & \quad B = mn(m+n-3) \\ A = k(k-9) & \quad B = (k-3)b \quad k = \frac{g+17}{2} = 13 \\ \text{либо } p \cdot \text{либо } q = 2 & \quad D = 81 + 16 \cdot 13 = 289 = 17 \\ k(k-9) = 13 \cdot 4 & \quad k^2 - 9k - 13 \cdot 4 = 0 \quad k = 13 \quad k = -4 \\ \begin{cases} m+n = 13 \\ m \cdot n = 13-n \end{cases} & \quad 106 = 78q^2 \quad 26 = 15q^2 \quad 26 = 60 \quad b = 30 \\ 13n - n^2 = 30 & \quad n^2 - 8n + 30 = 0 \quad n = 10 \quad n = 3 \\ K(k-3) = 75 \cdot 4 & \quad (k-3)b = 13 \cdot p^2 \quad | -34 \quad | 20 \\ K^2 - 9K - 225 = 0 & \quad | 34 \\ D = 81 + 1181 & \quad 5 \cdot 3 \cdot 83 \\ 9x^2 = 225 + 324 + 2 \cdot 15 \cdot 18 \cdot \frac{16x^2 - 576 - 144}{24 \cdot 208} & \quad | -15 \quad | 120 \\ 16 \cdot 9x^2 = 549 + 16 + 15 \cdot 16x^2 - 15 \cdot 120 & \quad | -15 \quad | 3600 \\ 15 \cdot 120 - 549 \cdot 16 = 6 \cdot 16x^2 & \quad | 420 \\ y+1 = a+3,5 & \quad y+1 = a+4,5 \quad | -10800 \\ C_{64}^2 = \frac{64}{62 \cdot 2} = 63 \cdot 32 & \quad | 8784 \\ C_{64}^2 = 63 \cdot 32 - y+6 = 9,25 & \quad | -2076 \quad | 196 \\ 256 \cdot 2 + 8 \cdot 15 & \quad | 21 \end{aligned}$$

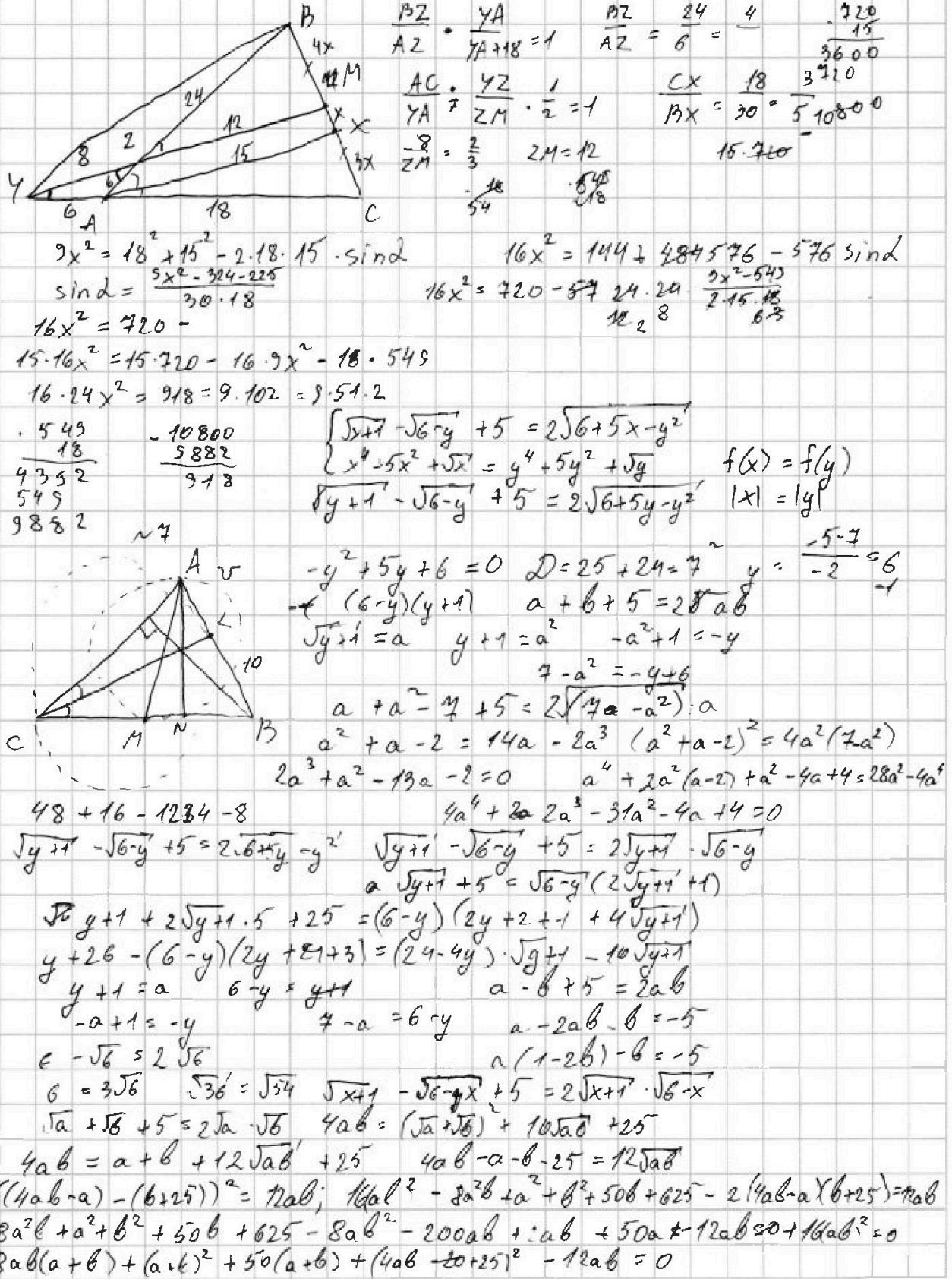


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



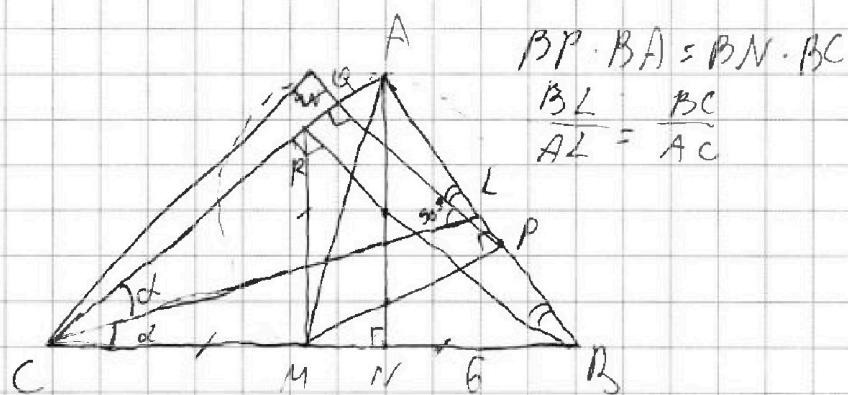
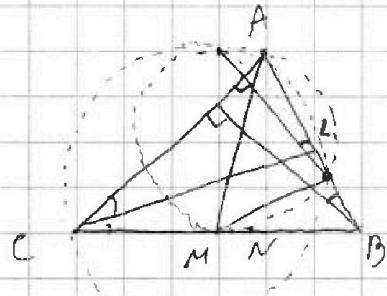


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!