



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12 - 12x$ , четвёртый член равен  $(x^2 + 4x)^2$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x + 5y$  при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Члены арифм. прогрессии  $\Rightarrow$  можно обозначить  
соответственно за  $a, a+2d, a+6d$ , где  $d$  - разность прогрессии,  
 $a$  - второй член

$$\Rightarrow a+2d - a = x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 12 + 12x = 2d$$

$$a+6d - (a+2d) = -x^4 - 8x^3 - 16x^2 - 6x^2 = 4d$$

$$\Rightarrow -x^4 - 8x^3 - 16x^2 - 6x^2 = 2x^4 + 16x^3 - 32x^2 - 24 + 24x$$

$$3x^4 + 24x^3 + 48x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4) = 0$$

$$(x+2)(x+2)(x^2 + 4x - 2) = 0$$

$$(x+2)^2((x+2)^2 - 6) = 0$$

$$\Rightarrow x = -2 \text{ или } x = \sqrt{6} - 2 \text{ или } x = -\sqrt{6} - 2$$

$$a+6d - a = -6x^2 + 12x - 12 = 6d$$

$$\Rightarrow d = -x^2 + 2x - 2$$

$$\Rightarrow d \text{ соответственно } -2, 6\sqrt{6} - 14, -6\sqrt{6} - 14$$

$$a \text{ соответственно } 36, 36 - 12\sqrt{6}, 36 + 12\sqrt{6}$$

$$\text{Ответ: } -2; \sqrt{6} - 2; -\sqrt{6} - 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} |-14x + 21y| \leq 6 \cdot 7 = 42 \Rightarrow -14x + 21y \geq -42 \\ |24x - 16y| \leq 4 \cdot 8 = 32 \Rightarrow 24x - 16y \geq -32 \end{cases}$$

$$\underbrace{(-14x + 21y)}_{\geq -42} + \underbrace{(24x - 16y)}_{\geq -32} = 10x + 5y$$

$$\Rightarrow 10x + 5y \geq -42 - 32 = -74$$

Сумма мин  $x = -\frac{24}{5}, y = -\frac{26}{5}$ ; (когда  $-14x + 21y = -42$ )

$$24x - 16y = -32$$

Ответ:  $-74$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2m^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

$$\text{Пусть } A = \underset{t}{(m-2n)} \underset{t+13}{(m-2n+13)} = 17p^2$$

~~$$B = mn(t-2) > 0, m, n > 0 \Rightarrow$$~~

$$B = mn(t-2) > 0, m, n > 0 \Rightarrow t > 2$$

$\Rightarrow 17p^2$  разлагается на 2 множителя с разностью 13, наименьшие из которых  $> 2$

$$\Rightarrow 17 - p^2 = t - 13$$

$$17p - p = 13, m \cdot n = p^2$$

$$\Rightarrow 16p = 13 \text{ или } p^2 = 4 \text{ или } p^2 = 30$$

$\Rightarrow$  ед. вариант  $p = 2$ ; тогда сумма 4 и 12 совпадает

$$\Rightarrow t - 2 = 2 \Rightarrow 2mn = 15q^2, q \text{ — простое и } 15q^2 : 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q \geq 2 \Rightarrow mn = 30, m - 2n = 4$$

$$\Rightarrow (2n+4)n = 30$$

$$(n+2)n = 15, n \text{ — чётное}$$

$$\Rightarrow n = 3 \Rightarrow m = 10.$$

Если же  $B = 17p^2$ ,

$$mn(m-2n-2) = 17p^2$$

$$m-2n-2 > 0 \Rightarrow m > 2n+2 > n, m > 2m-2n-2, p \text{ — простое}$$

~~$$\Rightarrow \begin{cases} m = p \\ \text{или } m = 17, n = m-2n-3 = p, \text{ или } m = 17p^2, \\ \text{или } m = 17, n = p^2 \end{cases}$$~~

$$\text{Если } n = 1, m(m-3) = 17p^2$$

$$\Rightarrow 17p - p = 3$$

$$p^2 - 17 = t - 3$$

$$\text{или } 17p^2 - 3 = 1$$

$\Rightarrow$  вариантов не получается

$$\text{Если } m-2n-2 = 1, \text{ то } m = 2n+3 \Rightarrow (2n+3)n = 17p^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 2n+3=17p, n=p, \text{ проверяем } (15p=3)$$

$$\text{или } 2n+3=17p^2, n=1, \text{ проверяем } (17p^2=5)$$

$$\text{или } 2n+3=p^2, n=17, \text{ проверяем } (p^2=37)$$

$$\text{или } 2n+3=17, n=p^2, \text{ проверяем } (2p^2=14)$$

$\Rightarrow$  м.н. м-канд. проверить, но все ~~не~~ ~~интересно~~  
 проверяем  $\Rightarrow$  равны  $p, p, 17$  в разном - по порядку;  
 в сумме  $m$  и  $n$   $m=17, n=p, m-2n-2=p$

$$\Rightarrow m=3p+2=17 \Rightarrow p=5, n=5$$

Сматривая модуль, разность и 2 ед. возможные  
 формы разности  $m$  и  $n$ .

$$10 \cdot 3 \cdot (10 - 2 \cdot 3 - 2) = 15 \cdot 4 = 15q^2, q=2$$

$$(17 - 2 \cdot 5)(17 - 2 \cdot 5 + 13) = 140 \neq 15q^2$$

$$\Rightarrow \text{разность } m=10, n=3$$

Ответ: (10, 3)

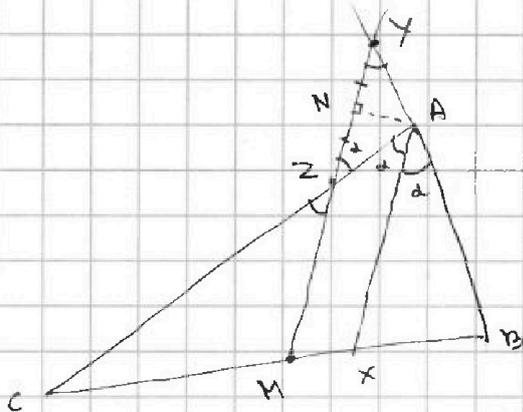


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle ZYA = \angle XAB, \text{ т.к. } YM \parallel AX$$

$$\angle YZA = \angle ZAX, \text{ т.к. } YM \parallel AX$$

$$\Rightarrow \angle YZA = \angle ZYA = \frac{1}{2} \angle BAC = \alpha$$

$$\Rightarrow \triangle YAZ - \text{МД}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{NA}{AZ} = \frac{\sqrt{6^2 - 4^2}}{6} =$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{т.к. } \cos \alpha = \frac{AZ}{AB} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{9}$$

$$ZM \parallel AX \Rightarrow \triangle ZCM \sim \triangle ACX$$

$$\Rightarrow \frac{CX}{CM} = \frac{AC}{CZ} = \frac{18}{18-6} = \frac{3}{2}$$

$$AX - \text{серединная} \Rightarrow CX = \frac{AC}{AC+AB} \cdot BC$$

$$\Rightarrow \frac{CX}{CM} = \frac{2AC}{AC+AB} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{18}{18+AB} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow AB = 6$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin 2\alpha = 6 \cdot 18 \cdot \frac{2\sqrt{5}}{9} = 24\sqrt{5}$$

$$S_{\triangle ABC} = BC = x$$

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{\frac{(24+x)(x-12)(x+12)(24-x)}{2}} =$$

$$= \sqrt{(24^2 - x^2)(x^2 - 12^2)} = 24\sqrt{5}$$

$$(x^2 - 12^2)^2 + 144 \cdot 5 \cdot x^2 - 144^2 \cdot 5 = 64 \cdot 5 \cdot 144$$

$$(x^2 - 72 \cdot 5)^2 = \frac{144^2 \cdot 5^2}{4} - 64 \cdot 5 \cdot 144 - 144^2 \cdot 5$$

$$\Rightarrow x^2 = 320 \pm 24$$

$$\text{Отв.: } x = \sqrt{344} \text{ или } x = \sqrt{296}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

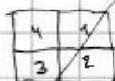
- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Минимум разделим наш квадрат на 4 части-квадрата:



Сторона квадрата в два квадрата расположена в центре центральной клетки другого  $7 \times 7$ .

Квадрат  $7 \times 7$  перевернуть в себя можно при повороте на  $0^\circ, 90^\circ, -90^\circ$  и  $180^\circ$  по своей стороне, остальные два не считаем вращением (например,  $90^\circ$  и  $90^\circ + 360^\circ = 2$ )

Если угол поворота равен на  $90^\circ$  по своей стороне вправо по часовой, он перевернет в соседней по своей стороне, аналогично для  $-90^\circ$ , но против часовой.

Следовательно, но когда при наименьшем повороте два своих угла не смогут встать в себя.

Если же при повороте на  $180^\circ$  встанет в себя, но они  $\frac{1}{2}$  центральной клетки, то аналогично центр  $7 \times 7$ . Для большего угла  $7 \times 7$  есть всего 1, ~~аналогично~~ аналогично центр  $7 \times 7$ .

~~$$\sqrt{13y} \leq \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b} - a + 5}{a + 2a - a + 4} \sqrt{7a - a^2}$$~~

~~$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$~~

~~$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{16-a-(b-3)^2}$$~~

~~х функция y ↑ ⇒ √b ↓~~

~~y функция, x ↑; √x+4 ↑~~

~~$$\sqrt{12-x-y^2} ↓$$~~

~~⇒ макс. это равенство~~

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 =$$

$$= 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$= 2\sqrt{(3-y)(x+4)}$$

$$\sqrt{12-x-y^2} = 2$$

$$x = 9 - y^2$$

$$x = 9 - y^2$$

~~$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab}$$~~

~~$$a + b + 25 + 10\sqrt{a} - 10\sqrt{b} = 2\sqrt{ab} = 4ab$$~~

~~$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = 2\sqrt{ab} - 5$$~~

~~$$2\sqrt{ab} - \sqrt{a} - \sqrt{b} = 5$$~~

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{(3-y)(x+4)} = 0$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 - 2\sqrt{ab} = 0$$

~~$$\left(\frac{\sqrt{a}}{2} - \frac{\sqrt{b}}{2}\right)^2 + 1 = 0$$~~

$$\sqrt{a}(\sqrt{a} - 2\sqrt{b}) + 5 = 0$$

$$(x+2)(x^2 + 4x - 2)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Очевидно, что для любой из центрально-симметричной раскладки будет ровно 3 группы не центрально-симметричные, в которые она переходит поворотом (на  $90^\circ$ ,  $-90^\circ$  и  $180^\circ$ ), т.е. 2 другие точки не смогут перейти в себя (если  $90^\circ$  и  $-90^\circ$  односторонне, то раскладка центрально-симметрична, т.е. поворачиваясь на  $180^\circ$ ). Если же она центрально-симметрична (соединяя в одну группу углы  $7 \times 7$  на чертавлении всей решетки), то будет 1 такая раскладка ( $90^\circ$  или же  $-90^\circ$ , одно и то же).

Всего узлов  $8 \times 8 = 64$ ; для каждого узла есть 1, симметричной ему относительно центра  $7 \times 7 \Rightarrow$  центрально-симметричной раскладкой  $\frac{64}{2} = 32$ . Всего же на  $\frac{64 \times 63}{2}$ .

Раскладки, отличающиеся поворотом-односторонне  $\Rightarrow$  всего "различных способов"

$$= \frac{\left( \frac{64 \times 63}{2} - \frac{64}{2} \right)}{4} + \frac{\frac{64}{2}}{2} =$$

$$= 16 \cdot 31 + 16 = 16 \cdot 32 = 512$$

(не центрально-симметричные разбиваются на группы по 4 "односторонних", не есть раскладка, она же, но  $\pm 90^\circ$ ,  $-90^\circ$  и  $180^\circ$ , центрально-симметричные на группы по 2 "односторонних").

Ответ: 512



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq \frac{3}{2}y \\ x \geq \frac{2}{3}y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-3y \leq 6 \\ 3x-2y \leq 4 \end{cases}$$

$$a \cdot k = 2x-3y \quad b = 3x-2y$$

$$2a+3b=10, \quad -3a-2b=5$$

$$2a=10-3b$$

$$3a=-2b-5$$

$$3(10-3b)=-2b-5$$

$$40=5b$$

$$b=8, \quad a=-7$$

$$2x^5+4x^2+\sqrt{3x} = 2y^5+4y^2+\sqrt{3y}$$

$$\begin{cases} x, y \geq \frac{1}{3} \\ \text{или } x < \frac{1}{3} \end{cases} \quad x=y$$

$$2x^5+4x^2-2y^5-4y^2 = \sqrt{3y}-\sqrt{3x}$$

$$2(x^5-y^5) + 4(x^2-y^2)$$

$$\sqrt{x+4} - 2\sqrt{4-x-y^2} \leq$$

$$\leq \sqrt{\frac{13}{3}} - 2\sqrt{\frac{35}{3}-y^2}$$

$$\sqrt{3-y} + \sqrt{\frac{13}{3}} - 2\sqrt{\frac{35}{3}-y^2} \geq \sqrt{3y}-5$$

360

$$144 \cdot \frac{9}{4} - 144 \cdot 320$$

$$144 \cdot 324$$

$$144 \cdot 4$$

$$\begin{cases} 2x-3y = -6 \\ 3x-2y = -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x-y = -2$$

$$\Rightarrow y=2 \Rightarrow x=0$$

$$-2x+3y = -6$$

$$3x-2y = -4$$

$$\Rightarrow x+y = -10$$

$$\Rightarrow y = -\frac{26}{5}$$

$$x = -\frac{24}{5}$$

$$2a^2 +$$

$$2a^{10} + 4a^8 + \sqrt{3} \cdot a$$

$$2a^{19} + 4a^7 + \sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a_0, a_0+d, a_0+2d, \dots$$

~~$$a_0+d$$~~

$$a_0+d = 12 - 12x$$

$$a_0+3d = (x^2+4x)^2$$

$$a_0+7d = (-6x^2)$$

$$6d = -6x^2 + 12x - 12$$

~~$$d = -x^2 + 2x - 2$$~~

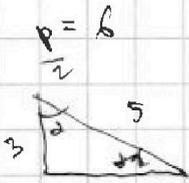
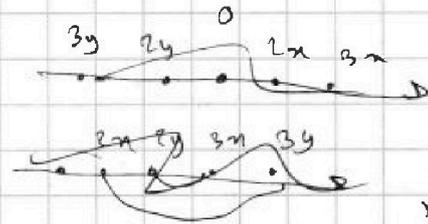
$$d = -x^2 + 6x - 6$$

~~$$|9x - 8y| \leq 12$$~~
~~$$|4x - 6y| \leq 40$$~~

$$2x - 3y$$

$$3x - 2y$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

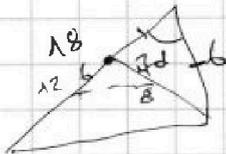


$$S = 6$$

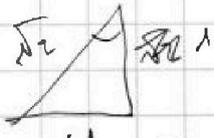
$$\sin d = \frac{4}{5}$$

$$\frac{4}{5} \cdot 3 \cdot 5 =$$

$$\frac{\sin d \cdot ab}{2}$$



$$p = \frac{2+\sqrt{2}}{2} = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

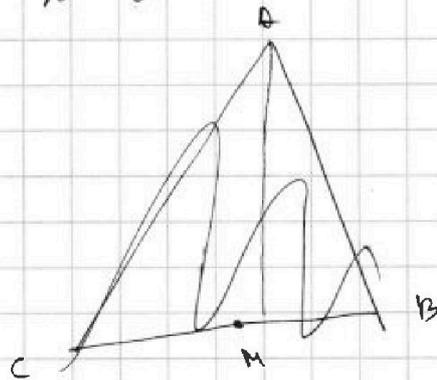


$$S = \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{2}$$

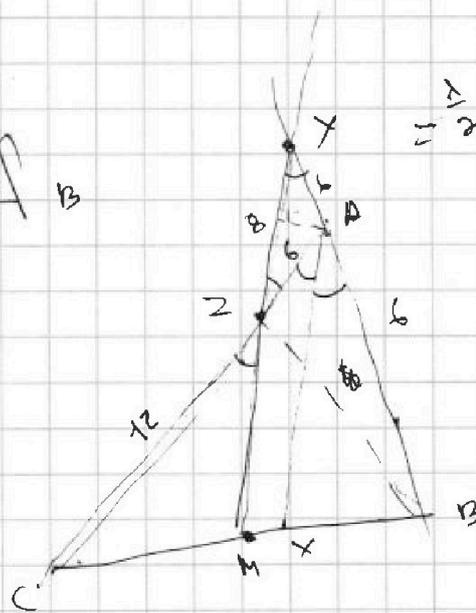
$$\Rightarrow AB = 6$$

$$\Rightarrow \frac{18}{\frac{1}{2} \cdot 18} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow (p-a)(p-b)(p-c) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \left(\frac{1+\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \left(\frac{1-\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{2}{4} \cdot \left(1 - \frac{2}{2}\right) = \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right) \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) =$$



$$\cos d = \frac{2}{3}$$



BC = ?

$$BA = CX = BC \cdot \frac{AC}{AB+AC}$$

$$CN = \frac{2}{3} \cdot BC \cdot \frac{AC}{AB+AC}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x} + 4y^2 \\ \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-xy} \end{cases}$$

$$\sqrt{2x^2 + 4x^2 + 3y} + 5 = 2\sqrt{12 - xy}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{2 - a - b^2 + 6b}$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt{3y}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-xy}$$

$$x \geq -4$$

$$y \leq 3$$

$$x + y^2 \leq 12$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$x \geq 0$$

$$x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x+4} \geq 2 \quad y^2 = (3-y)^2 - 6(3-y) + 9$$

$$\Rightarrow 7 - \sqrt{3-y} \leq 2\sqrt{12-xy} \leq 2\sqrt{12-y^2}$$

$$\Rightarrow 7 \leq \sqrt{3-y} + 2\sqrt{12-y^2} \leq \sqrt{3} + 2\sqrt{12} = 5\sqrt{3}$$

Перезапишем  $\sqrt{3-y}$  и  $\sqrt{12-y^2}$  в виде  $\sqrt{a}$  и  $\sqrt{b}$  (при  $y \geq 0$ )

$$\sqrt{a^4+4} - \sqrt{3-b^4} + 5 = 2\sqrt{12-a^4-b^8}$$

$$2a^{20} + 4a^8 - \sqrt{3}b = 2b^{20} - \sqrt{3}a - 4b^8$$

$$2a^{20} + 4a^8 + \sqrt{3} \cdot a = 2b^{20} + 4b^8 + \sqrt{3} \cdot b$$

$$f(p) = 2p^{20} + 4p^8$$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2m^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

$$(m-2n)(m-2n+13)$$

$$(m-2n-2)mn$$

$$(m-2n-2)mn = 17p^2$$

$$m > m-2n-2$$

$$m > n$$

$$\Rightarrow m = 17 \cdot \frac{p^2}{mn} \Rightarrow m = 17 \cdot \frac{p^2}{mn}$$

$$a(a+13) = 17p^2$$

$$\Rightarrow p^2 \mid 17p, p \mid 17p^2 \Rightarrow \emptyset$$

$$p \mid 17p^2$$

$$17p^2 \mid 17p^2 \Rightarrow \emptyset$$

$$17 \mid 17p^2$$

$$17 \mid p^2 \Rightarrow p=2, a=4$$