



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Члены арифм. прогрессии \Rightarrow можно обозначить
соответственно за $a, a+2d, a+6d$, где d - разность прогрессии,
 a - второй член

$$\Rightarrow a+2d - a = x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 12 + 12x = 2d$$

$$a+6d - (a+2d) = -x^4 - 8x^3 - 16x^2 - 6x^2 = 4d$$

$$\Rightarrow -x^4 - 8x^3 - 16x^2 - 6x^2 = 2x^4 + 16x^3 - 32x^2 - 24 + 24x$$

$$3x^4 + 24x^3 + 48x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4) = 0$$

$$(x+2)(x+2)(x^2 + 4x - 2) = 0$$

$$(x+2)^2((x+2)^2 - 6) = 0$$

$$\Rightarrow x = -2 \text{ или } x = \sqrt{6} - 2 \text{ или } x = -\sqrt{6} - 2$$

$$a+6d - a = -6x^2 + 12x - 12 = 6d$$

$$\Rightarrow d = -x^2 + 2x - 2$$

$$\Rightarrow d \text{ соответственно } -2, 6\sqrt{6} - 16, -6\sqrt{6} - 16$$

$$a \text{ соответственно } 36, 36 - 12\sqrt{6}, 36 + 12\sqrt{6}$$

$$\text{Ответ: } -2; \sqrt{6} - 2; -\sqrt{6} - 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} |-14x + 21y| \leq 6 \cdot 7 = 42 \Rightarrow -14x + 21y \geq -42 \\ |24x - 16y| \leq 4 \cdot 8 = 32 \Rightarrow 24x - 16y \geq -32 \end{cases}$$

$$\underbrace{(-14x + 21y)}_{\geq -42} + \underbrace{(24x - 16y)}_{\geq -32} = 10x + 5y$$

$$\Rightarrow 10x + 5y \geq -42 - 32 = -74$$

Сумма мин $x = -\frac{24}{5}, y = -\frac{26}{5}$; (когда $-14x + 21y = -42$)

$$24x - 16y = -32$$

Ответ: -74



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2m^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

$$\text{Пусть } A = \underbrace{(m-2n)}_t \underbrace{(m-2n+13)}_{t+13} = 17p^2$$

~~$$B = mn(t-2) > 0, m, n > 0 \Rightarrow$$~~

$$B = mn(t-2) > 0, m, n > 0 \Rightarrow t > 2$$

$\Rightarrow 17p^2$ разлагается на 2 множителя с разностью 13, наименьшие из которых > 2

$$\Rightarrow 17 - p^2 = t - 13$$

$$17p - p = 13, m \cdot n = p^2$$

$$\Rightarrow 16p = 13 \text{ или } p^2 = 4 \text{ или } p^2 = 30$$

\Rightarrow ед. вариант $p = 2$; тогда сумма 4 и 12 совпадает

$$\Rightarrow t - 2 = 2 \Rightarrow 2mn = 15q^2, q \text{ — простое и } 15q^2 : 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q \geq 2 \Rightarrow mn = 30, m - 2n = 4$$

$$\Rightarrow (2n+4)n = 30$$

$$(n+2)n = 15, n \text{ — чётное}$$

$$\Rightarrow n = 3 \Rightarrow m = 10.$$

Если же $B = 17p^2$,

$$mn(m-2n-2) = 17p^2$$

$$m-2n-2 > 0 \Rightarrow m > 2n+2 > n, m > 2m-2n-2, p \text{ — простое}$$

~~$$\Rightarrow \begin{cases} m = p \\ \text{или } m = 17, n = m-2n-3 = p, \text{ или } m = 17p^2, \\ \text{или } m = 17, n = p^2 \end{cases}$$~~

$$\text{Если } n = 1, m(m-3) = 17p^2$$

$$\Rightarrow 17p - p = 3$$

$$p^2 - 17 = t - 3$$

$$\text{или } 17p^2 - 3 = 1$$

\Rightarrow вариантов не получается

$$\text{Если } m-2n-2 = 1, \text{ то } m = 2n+3 \Rightarrow (2n+3)n = 17p^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 2n+3=17p, n=p, \text{ проверка } (15p=3)$$

$$\text{или } 2n+3=17p^2, n=1, \text{ проверка } (17p^2=5)$$

$$\text{или } 2n+3=p^2, n=17, \text{ проверка } (p^2=37)$$

$$\text{или } 2n+3=17, n=p^2, \text{ проверка } (2p^2=14)$$

\Rightarrow м.н. м-канд. проверить, но все ~~не~~ ~~интересно~~
 проверить \Rightarrow найти $p, p, 17$ в разном порядке;
 в разном порядке $\Rightarrow m=17, n=p, m-2n-2=p$

$$\Rightarrow m=3p+2=17 \Rightarrow p=5, n=5$$

Сначала проверить, возможно ли 2 ед. возможные
 найти все возможные

$$10 \cdot 3 \cdot (10 - 2 \cdot 3 - 2) = 15 \cdot 4 = 15q^2, q=2$$

$$(17 - 2 \cdot 5)(17 - 2 \cdot 5 + 13) = 140 \neq 15q^2$$

$$\Rightarrow \text{возможно только } m=10, n=3$$

Ответ: (10, 3)

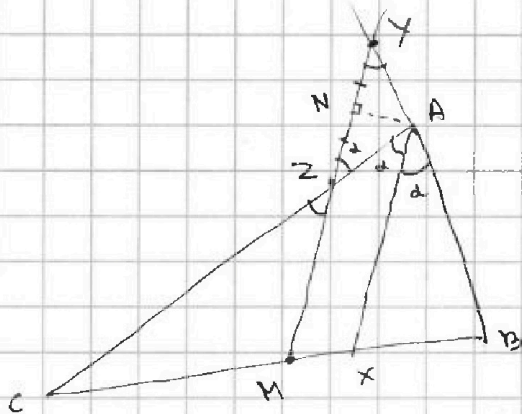


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle ZYA = \angle XAB, \text{ т.к. } YM \parallel AX$$

$$\angle YZA = \angle ZAX, \text{ т.к. } YM \parallel AX$$

$$\Rightarrow \angle YZA = \angle ZYA = \frac{1}{2} \angle BAC = \alpha$$

$$\Rightarrow \triangle YAZ - \text{МД}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{NA}{AZ} = \frac{\sqrt{6^2 - 4^2}}{6} =$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{т.к. } \cos \alpha = \frac{AZ}{AB} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{9}$$

$$ZM \parallel AX \Rightarrow \triangle ZCM \sim \triangle ACX$$

$$\Rightarrow \frac{CX}{CM} = \frac{AC}{CZ} = \frac{18}{18-6} = \frac{3}{2}$$

$$AX - \text{серединная} \Rightarrow CX = \frac{AC}{AC+AB} \cdot BC$$

$$\Rightarrow \frac{CX}{CM} = \frac{2AC}{AC+AB} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{18}{18+AB} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow AB = 6$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin 2\alpha = 6 \cdot 18 \cdot \frac{2\sqrt{5}}{9} = 24\sqrt{5}$$

$$S_{\triangle ABC} = BC = x$$

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{\frac{(24+x)(x-12)(x+12)(24-x)}{2}} =$$

$$= \sqrt{(24^2 - x^2)(x^2 - 12^2)} = 24\sqrt{5}$$

$$(x^2 - 12^2)^2 + 144 \cdot 5 \cdot x^2 - 144^2 \cdot 5 = 64 \cdot 5 \cdot 144$$

$$(x^2 - 72 \cdot 5)^2 = \frac{144^2 \cdot 5^2}{4} - 64 \cdot 5 \cdot 144 - 144^2 \cdot 5$$

$$\Rightarrow x^2 = 320 \pm 24$$

$$\text{Отв.: } x = \sqrt{344} \text{ или } x = \sqrt{296}$$



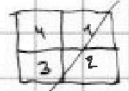
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Минимум разделим наш квадрат на 4 части-квадрата:



Сторона квадрата в два квадрата делится в центре центрированной линии другого 7×7 .

Квадрат 7×7 переодичен в себя только при вращении на $0^\circ, 90^\circ, -90^\circ$ и 180° по своей стороне, остальные два не описываются вращением (например, 90° и $90^\circ + 360^\circ \cdot 2$)

Если угол по вращению равен 90° по своей стороне в направлении сверху, он равен 90° по своей стороне, аналогично для -90° , но против часовой.

Следовательно, но когда при наименьшем вращении два своих угла не совпадают в себе.

Если же при вращении на 180° равен в себе, но они $\frac{1}{2}$ центрированы относительно стороны 7×7 . Для большего угла 7×7 есть всего 1, ~~иначе~~ относительно центра 7×7 .

$$\sqrt{13y} \leq \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b} - a + 5 + 2\sqrt{7a - a^2}}{a + 7a - a + 4}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{16 - a - (b-3)^2}$$

x функция y ↑ = √b ↓

y функция x ↑; √x+4 ↑

√12-x-y^2 ↓

⇒ макс. это равенство

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 =$$

$$= 2\sqrt{12-x-x^2} =$$

$$= 2\sqrt{(3-x)(x+4)}$$

$$\sqrt{12-x-y^2} = 2$$

$$x = 9 \text{ и } y^2 = 9$$

$$x = 9 - y^2$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab}$$

$$a + b + 25 + 10\sqrt{a} - 10\sqrt{b} = 4ab$$

$$2\sqrt{ab} = 4ab$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = 2\sqrt{ab}$$

$$2\sqrt{ab} = \sqrt{a} + \sqrt{b} = 5$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(3-x)(x+4)} = 0$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 - 2\sqrt{ab} = 0$$

$$\left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{2}\right)^2 = 0$$

$$\sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{b}) (x+2)(x^2 + 6x^2 + 6x - 4)$$

$$(x+2)(x^2 + 4x - 2)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Очевидно, что для любой из центрально-симметричной раскладки будет ровно 3 группы не центрально-симметричные, в которые она переходит поворотом (на 90° , -90° и 180°), т.е. 2 другие точки не смогут перейти в себя (если 90° и -90° односторонне, то раскладка центрально-симметрична, т.е. поворачиваясь на 180°). Если же она центрально-симметрична (соединяя в одну группу углы 7×7 на чертавлении всей решетки), то будет 1 такая раскладка (90° или же -90° , одно и то же).

Всего узлов $8 \times 8 = 64$; для каждого узла есть 1, симметричной ему относительно центра $7 \times 7 \Rightarrow$ центрально-симметричной раскладкой $\frac{64}{2} = 32$. Всего же на $\frac{64 \times 63}{2}$.

Раскладки, отличающиеся поворотом-односторонне \Rightarrow всего "различных способов"

$$= \frac{\left(\frac{64 \times 63}{2} - \frac{64}{2} \right)}{4} + \frac{\frac{64}{2}}{2} = 16 \cdot 31 + 16 = 16 \cdot 32 = 512$$

(не центрально-симметричные разбиваются на группы по 4 "односторонних", не есть раскладка, она же, но $\pm 90^\circ$, -90° и 180° центрально-симметричные на группы по 2 "односторонних").

Ответ: 512



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq \frac{3}{2}y \\ x \geq \frac{2}{3}y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-3y \leq 6 \\ 3x-2y \leq 4 \end{cases}$$

$$a \cdot k = 2x-3y \quad b = 3x-2y$$

$$2a+3b=10, \quad -3a-2b=5$$

$$2a=10-3b$$

$$3a=-2b-5$$

$$3(10-3b)=-2b-5$$

$$40=5b$$

$$b=8, \quad a=-7$$

$$2x^5+4x^2+\sqrt{3x} = 2y^5+4y^2+\sqrt{3y}$$

$$\text{т.к. } x, y \geq \frac{1}{3} \quad x=y$$

$$\text{или } x < \frac{1}{3}$$

$$2x^5+4x^2-2y^5-4y^2 = \sqrt{3y}-\sqrt{3x}$$

$$2(x^5-y^5) + 4(x^2-y^2)$$

$$\sqrt{x+4} - 2\sqrt{4-x-y^2} \leq$$

$$\leq \sqrt{\frac{13}{3}} - 2\sqrt{\frac{35}{3}-y^2}$$

$$\sqrt{3-y} + \sqrt{\frac{13}{3}} - 2\sqrt{\frac{35}{3}-y^2} \geq \sqrt{3y}-5$$

360

$$144 \cdot \frac{9}{4} - 144 \cdot 320$$

$$144 \cdot 324$$

$$144 \cdot 4$$

$$\begin{cases} 2x-3y = -6 \\ 3x+2y = -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x-y = -2$$

$$\Rightarrow y=2 \Rightarrow x=0$$

$$-2x+3y = -6$$

$$3x-2y = -4$$

$$\Rightarrow x+y = -10$$

$$\Rightarrow y = -\frac{26}{5}$$

$$x = -\frac{24}{5}$$

$$2a^2 +$$

$$2a^{10} + 4a^8 + \sqrt{3} \cdot a$$

$$2a^{19} + 4a^7 + \sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a_0, a_0 + d, a_0 + 2d, \dots$$

$$a_0 + 2d$$

$$a_0 + d = 12 - 12x$$

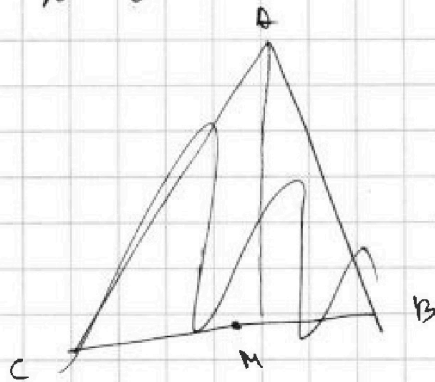
$$a_0 + 3d = (x^2 + 4x)^2$$

$$a_0 + 7d = (-6x^2)$$

$$6d = -6x^2 + 12x - 12$$

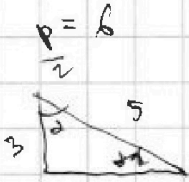
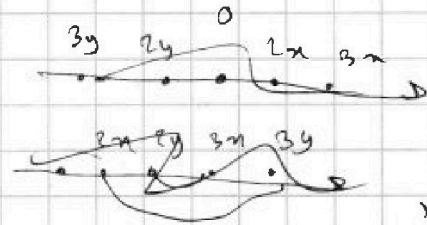
$$d = -x^2 + 2x - 2$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2$$



$$\begin{aligned} 9x - 8y &\leq 12 \\ 14x - 6y &\leq 42 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x - 3y & \\ 3x - 2y & \end{aligned}$$

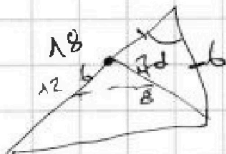


$$S = 6$$

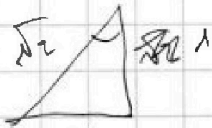
$$\sin d = \frac{4}{5}$$

$$\frac{4}{5} \cdot 3 \cdot 5 =$$

$$\frac{\sin d \cdot ab}{2}$$



$$p = \frac{2 + \sqrt{2}}{2} = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$S = \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{2}$$

$$\Rightarrow AB = 6$$

$$\Rightarrow \frac{18}{18 + 18} = \frac{3}{4}$$

BC = ?

$$BC = \frac{AC}{AB + AC}$$

$$CN = \frac{2}{3} \cdot BC = \frac{AC}{AB + AC}$$

$$\Rightarrow (p-a)(p-b)(p-c) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right) \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x} + 4y^2 \\ \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-xy} \end{cases}$$

$$\sqrt{2x^2 + 4x^2 + 3y} + 5 = 2\sqrt{12 - xy}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{2 - a - b^2 + 6b}$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt{3y}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-xy}$$

$$x \geq -4$$

$$y \leq 3$$

$$x + y^2 \leq 12$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$x \geq 0$$

$$x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x+4} \geq 2 \quad y^2 = (3-y)^2 - 6(3-y) + 9$$

$$\Rightarrow 7 - \sqrt{3-y} \leq 2\sqrt{12-xy} \leq 2\sqrt{12-y^2}$$

$$\Rightarrow 7 \leq \sqrt{3-y} + 2\sqrt{12-y^2} \leq \sqrt{3} + 2\sqrt{12} = 5\sqrt{3}$$

Перезапишем $\sqrt{3-y}$ и $\sqrt{12-y^2}$ в виде \sqrt{a} и \sqrt{b} (при $y \geq 0$)

$$\sqrt{a^4+4} - \sqrt{3-b^4} + 5 = 2\sqrt{12-a^4-b^8}$$

$$2a^{20} + 4a^8 - \sqrt{3}b = 2b^{20} - \sqrt{3}a + 4b^8$$

$$2a^{20} + 4a^8 + \sqrt{3} \cdot a = 2b^{20} + 4b^8 + \sqrt{3} \cdot b$$

$$f(p) = 2p^{20} + 4p^8$$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2m^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

$$(m-2n)(m-2n+13)$$

$$(m-2n-2)mn$$

$$(m-2n-2)mn = 17p^2$$

$$m > m-2n-2$$

$$m > n$$

$$\Rightarrow m = 17 \cdot \frac{p^2}{mn} \Rightarrow m = 17 \cdot \frac{p^2}{mn}$$

$$a(a+13) = 17p^2$$

$$\Rightarrow p^2 \mid 17p, p \mid \Rightarrow \emptyset$$

$$p \mid 17p$$

$$17p^2 \mid 17p^2$$

$$17 \mid 17p^2 \Rightarrow \emptyset$$

$$17 \mid 17p^2 \Rightarrow p=2, a=4$$