



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

~~Проверка этого задания.~~

$$3 \cdot (-1) + 3 = 0$$

$$((-1)^2 + 2 \cdot (-1))^2 = (-1)^2 = 1$$

$$3 \cdot (-1)^2 = 3$$

$$x = -1, \text{ тогда}$$

$$a_3 = 3x + 3 = 0$$

$$a_5 = (2x + x^2)^2 = 1$$

$$a_7 = 3x^2 = 3$$

$$d = 0,5$$

$$a_5 - a_3 = 2d = 1$$

$$a_7 - a_5 = 4d = 2$$

верно.

Ответ: $x = -1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

точке наибольшие.

Тогда найдём эту точку и, соответственно, значение:

$$\begin{cases} y = 3x - 1; \\ y = \frac{1}{3}x + 1; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 1 = \frac{1}{3}x + 1; \\ y = \frac{1}{3}x + 1; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{8}{3}x - 2 = 0; \\ y = \frac{1}{3}x + 1; \end{cases}$$
$$\Downarrow$$
$$\begin{cases} x = \frac{3}{4}; \\ y = \frac{5}{4}; \end{cases}$$

Проверим эти значения:

$$\left| \frac{3}{4} - \frac{15}{4} \right| = |-3| = 3 \leq 8;$$

$$\left| \frac{9}{4} - \frac{5}{4} \right| = |1| = 1 \leq 1;$$

Верно.

$$4 \cdot \frac{3}{4} + 8 \cdot \frac{5}{4} = 4 \cdot \frac{3}{4} + 8 \cdot \frac{5}{4} = 3 + 10 = 13$$

Ответ: 13



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N² ~~Задача~~ Нарисуй график, чтобы найти область, где условие выполняется:

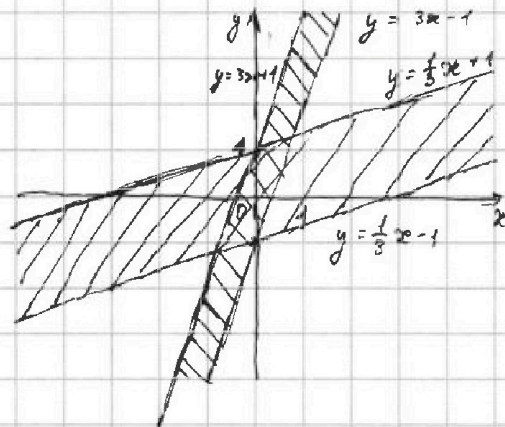
$|x - 3y| \leq 3$ это часть плоскости, ограниченная прямыми

$$y = \frac{1}{3}x + 1 \quad \text{и} \quad y = \frac{1}{3}x - 1$$

$|3x - y| \leq 1$ это часть плоскости, ограниченной прямыми

$$y = 3x + 1 \quad \text{и} \quad y = 3x - 1$$

Заметим, что эти части плоскости на самом деле представляют собой угловидные прямые, а значит более одного пересечения иметь не могут



По графику получаем, что точка с наибольшим y и $x + 8y$ это пересечение $y = 3x - 1$ с $y = \frac{1}{3}x + 1$, так как эта точка обладает наибольшими положительными координатами как по x , так и по y , а значит и x и $8y$, между которыми плюс

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n-9)(m+n)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

$$\exists A = 13p^2$$

Так как 13 и p простые, то ~~так~~ у нас есть 6 ^{натуральные} способов распределить $13p^2$ на множителях $(m+n-9)$ и $(m+n)$, так как $m+n > 0$, так как $n, m > 0$, а $m+n-9 > 0$, так как иначе $A \leq 0$, а $13p^2 > 0$, тогда

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n-9 = p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+n = 1; \\ m+n-9 = p^2 \end{cases} \begin{matrix} \text{решений} \\ \text{нет} \end{matrix} \quad \begin{cases} m+n-9 = 1; \\ m+n = 13p^2; \end{cases} \Rightarrow 13p^2 = 10 \text{ - решений нет}$$

$$\begin{cases} m+n = 13; \\ m+n-9 = p^2; \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} p^2 = 4 \\ p = 2 \end{matrix} \quad \begin{cases} m+n-9 = 13; \\ m+n = p^2; \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} p^2 = 21 \\ \text{решений нет} \end{matrix}$$

$$\begin{cases} m+n = 13p; \\ m+n-9 = p; \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 12p = 9 \\ \text{решений нет} \end{matrix} \quad \begin{cases} m+n-9 = 13p; \\ m+n = p; \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 12p = -9 \\ \text{решений нет} \end{matrix}$$

Получая, что при $A = 13p^2$ выходя, что $m+n = 13, p = 2$, тогда $B = mn(13-3) = mn \cdot 10 = 45q^2$, а так как $10mn : 2$, но и $45q^2 : 2 \Rightarrow q^2 : 2 \Rightarrow q = 2$, тогда получается, что

$$\text{при } A = 13p^2 \Rightarrow \begin{cases} p = 2; \\ q = 2 \\ m+n = 13 \\ mn = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 10; \\ n = 3; \\ m = 3; \\ n = 10; \end{cases}$$

Хорошо, теперь $\exists A = 45q^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $m+n \equiv m+n-9 \pmod{3}$, то есть если одно из чисел делится на 3, то и другое тоже, а раз $A:3$, то получается $m+n:3$ и $m+n-9:3$, а значит $A:9$, а раз $A = 45q^2:9$, то $q=3$, так как $45:3$, но $45 \neq 9 \Rightarrow q^2:3 \Rightarrow q=3$, верно.

$$B = mn(m+n-3) = 13p^2$$

так как $m+n:3$, то и $m+n-3:3$, тогда $13p^2:3 \Rightarrow p=3$, заметим тогда, что раз $m+n-3:p^3$, то и $m+n:3$, то $m:3$ и $n:3$ иначе и n , и m делятся бы на 3, а тогда $13p^2:27$, что не верно, тогда у нас 3 варианта распределить $13p^2$ на m и n , $m+n-3$

$$\begin{cases} m+n-3=13p^2; \\ m=1; \\ n=1; \end{cases} \Rightarrow 13p^2=-1 \text{ решений нет}$$

Из чего следует, что при $A=45q^2$ таких пар

$$\begin{cases} m+n-3=p^2; \\ m=13; \\ n=1; \end{cases} \text{ тогда } m+n \neq 3, \text{ это неверно}$$

натуральных m и n нет.

$$\begin{cases} m+n-3=p^2; \\ m=1; \\ n=1; \end{cases} \text{ } m+n \neq 3 \text{ неверно}$$

Ответ: $(m=10, n=3); (m=3, n=10);$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

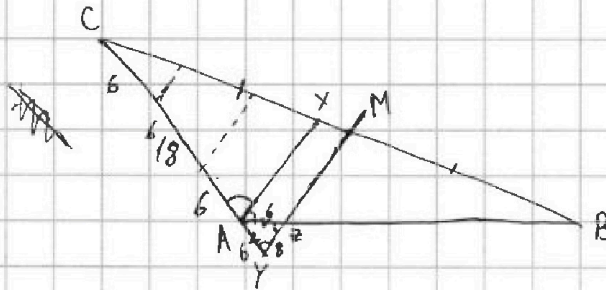
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4



Заметим, что $\angle AZY = \angle XAZ$, как накрест-лежащие, а $\angle AYZ = \angle CAX$, как соответственные, а раз $\angle XAZ = \angle XAC$, то $\angle AZY = \angle AYZ$, а это значит, что $\triangle AZY$ равнобедренный, $AZ = AY = 6$. Тогда возьмем, и начная от A в сторону C будем проводить каждые 6 по $\parallel AX$ прямой, тогда, так как все прямые параллельны, то по теореме Талеса следует, что раз $CY = 4AY$, то $CM = 4XM$, а раз $CM = BM$ по условию, то $BM = 4XM$, а значит, если начная от M в сторону B проведем $\parallel AX$ каждый отрезок, равный по длине XM, то раз $BX = 5XM$, то $AB = 5AZ = 5 \cdot 6 = 30$

$$\text{Тогда } BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos \angle CAB$$

$$\cos \angle CAB = -\cos \angle ZAY$$

$$-\cos \angle ZAY = \frac{ZY^2 - AY^2 - AZ^2}{2AY \cdot AZ} = \frac{6^2 - 36 - 36}{2 \cdot 36} = \frac{-8}{72} = -\frac{1}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos \angle CAB = -\frac{1}{9}$$

$$BC^2 = 18^2 + 30^2 + 2 \cdot 18 \cdot 30 \cdot \frac{1}{9} =$$

$$= 18^2 + 900 + 2 \cdot 2 \cdot 30 = 324 + 900 + 120 = 1344$$

$$BC = \sqrt{1344} = 8\sqrt{21}$$

$$\text{Ответ: } 8\sqrt{21}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{4v^4 - 4v^3 - 26v^2 + 18v + 18}{4v^2 - 4v + 1} = 0$$

Ответ: $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}), (\frac{5}{5})$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$\begin{cases} \sqrt{2x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}; \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2; \end{cases}$$

Заметим, что на промежутке $[0; +\infty]$ функция $f(x) = x^4 + 5x^2 + \sqrt{x}$ является монотонной и возрастающей, так как x^4 , x^2 , \sqrt{x} , монотонны и возрастают, а это значит, что $f(x_1) = f(x_2) \Leftrightarrow x_1 = x_2, x_1, x_2 \geq 0$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$\begin{cases} x = y; \\ x, y \geq 0; \end{cases}$ как мы доказали ранее.

$$\begin{cases} \sqrt{2x+1} - \sqrt{6-\frac{x}{2}} + 5 = 2\sqrt{2x+1} \cdot \sqrt{6-x}; \\ x = y; \\ x \geq 0; \\ y \geq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} u = \sqrt{2x+1}, & v = \sqrt{6-x}, & u, v \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u^2 + v^2 = 7; \\ u - v + 5 = 2uv; \end{cases}$$

$$u - v + 5 = 2uv$$

$$u - 2uv = v - 5$$

$$u = \frac{v-5}{1-2v}$$

$$\frac{v^2 - 10v + 25}{1 - 4v + 4v^2} + v^2 = 7$$

$$\frac{v^2 - 10v + 25 + 4v^4 - 4v^3 + v^2}{4v^2 - 4v + 1} = 7$$

$$\frac{2v^2 - 10v + 25 + 4v^4 - 4v^3 - 28v^2 + 28v - 7}{4v^2 - 4v + 1} = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6
Так как квадрат 8 на 8 клеток, то узлов у него 9 на 9, далее заметим, что при повороте у нас всегда будет получаться раскраска отличная от предыдущей, а за 2 поворота - симметричная относительно центра, то есть если раскраска не симметрична, то из-за поворотов мы учтем её 4 раза, а у симметричных по 2 раза, тогда

Всего всего уникальных раскрасок

$$\frac{81 \cdot 80}{2} = 3240$$

Всего симметричных раскрасок из уникальных:

$$\frac{81-1}{2} = 40$$

Тогда ответ у нас:

$$\frac{(3240-40)}{4} + \frac{40}{2} = 800 + 20 = 820$$

Ответ: 820

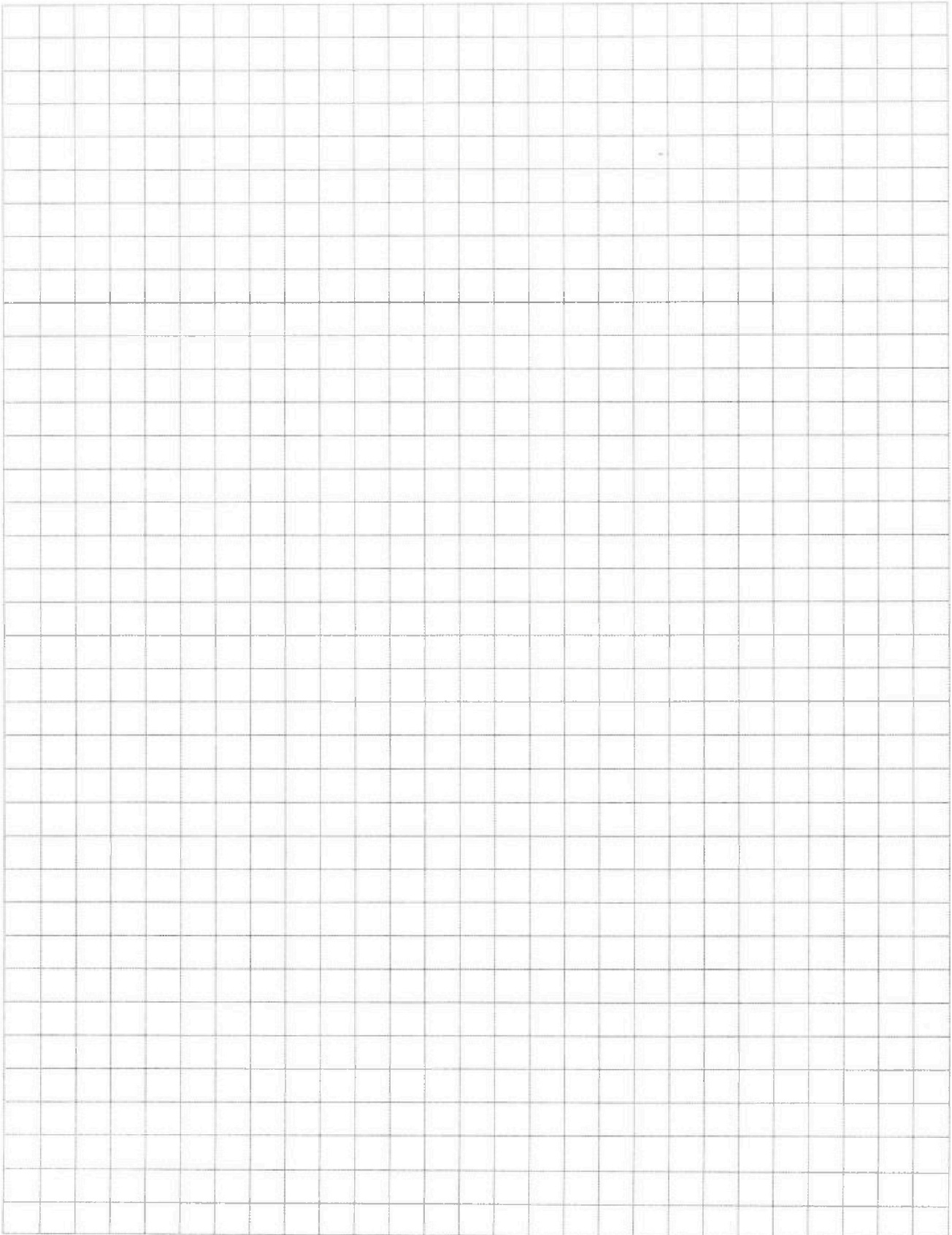


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

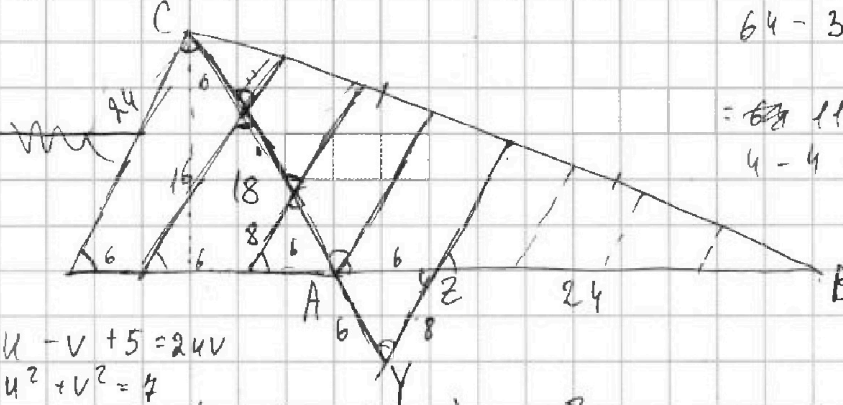
$$-(x+1)(x-6) = -(x^2 - 5x - 6)$$

2

$$64 - 32 - 26 \cdot 4 + 36 + 18 =$$

$$= 118 - 32 - 108 < 0$$

$$4 - 4 - 26 + 18 + 18 = 10 > 0$$



$$\frac{3}{2} \quad \frac{81}{4}$$

$$u - v + 5 = 2uv$$

$$u^2 + v^2 = 4$$

$$4v^2(v-1) + 18(v+1) - 26v^2$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$$(u+v)^2 = 4 + 4v + 5$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$81 + 18 =$$

$$99$$

$$13 \cdot 9 =$$

$$81 - 2 \cdot 27 \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$38^2$$

$$18v = +4v^3$$

$$9v = 2v^3$$

$$1344 \mid 4$$

$$9 = 2v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{9}{2}}$$

$$3\sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$21 \quad 3$$

$$1 < x < \frac{3}{2}$$

$$\frac{18 \cdot 4}{4} =$$

$$= \frac{261 - 54 - 234}{4} < 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} + \sqrt{x} - y^4 - 5y^2 = 0 \Rightarrow x=y \end{cases}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$(x^2 + y^2)(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + 5(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2)(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 5(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1 = 0$$

$$1 + 6 \quad 4 + 3$$

$$2 + 5$$

$$3 + 4$$

$$x + 1$$

$$6 - x$$

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 6 \\ 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 0 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^2 + 2x)^2 - 3x + 3 = 2d$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x + 3 = 2d$$

$$x^2(x+2)^2 - 3x + 3 = 2d$$

$$-x^4 - 4x^3 - 2x^2 = 2d$$

$$3x^2 - x^2(x+2)^2 = 4d$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x + 3 = -x^4 - 4x^3 - x^2$$

$$3x^2 - 3x + 3 = 4d$$

$$2x^4 + 8x^3 + 5x^2 - 3x + 3 = 0$$

$$3x^2 - 3x + 3 = 4$$

$$3x^2 - 3x - 6 > 0$$

$$3x^2 - 3x + 3 = 9$$

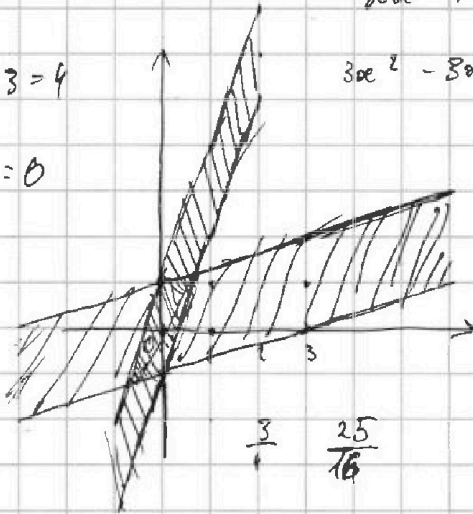
$$3x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$D = 9 + 12 = 9^2$$

$$D = 9 + 12 =$$

$$x = \frac{-3+9}{6} = 1$$

$$3x + 3 = 3x^2$$



$$x = \frac{-3-9}{6} = -2$$

$$y = \frac{1}{3}x + 1$$

$$4y + 8x = 5 + 6 = 11$$

$$\frac{108}{81} \quad \frac{49}{81} \quad \frac{9}{81}$$

$$y = 3x + 1$$

$$x = -2$$

$$\frac{1}{3} \quad \frac{12}{3} \quad \frac{49}{81} \quad \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x + 1 \\ y = 3x - 1 \end{cases}$$

$$3x + 3 = -3 \quad 3 \quad 6 \quad 9 \quad 12$$

$$(4 - 4)^2 = 0 \quad 0 \quad 9 \quad 64 \quad 225$$

$$\frac{1}{3}x + 1 = 3x - 1$$

$$3 \cdot 4 = 12 \quad 0 \quad 3 \quad 12 \quad 27$$

$$3x - \frac{1}{3}x - 2 = 0$$

$$0 \quad -3 \quad -6 \quad -9 \quad -12$$

$$\frac{8}{3}x - 2 = 0$$

$$1 \quad 0 \quad 9 \quad 64 \quad 225$$

$$x = \frac{2 \cdot 3}{8} = \frac{3}{4}$$

$$3 \quad 12 \quad 27 \quad 48 \quad 75$$

$$y = \frac{5}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 + 5y^2 - \sqrt{x}$$

$$169 = m^2 + n^2 + 60$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$109 = m^2 + n^2$$

$$(13-n)n = 30$$

$$D = 169 - 120 = 49 = 7^2$$

$$n = \frac{-13 \pm 7}{-2} = 10$$

$$n = \frac{13 \pm 7}{-2} = 3$$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n-9)(m+n)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3) \quad 5 \cdot 2$$

$$A : m+n$$

$$JA = 13p^2$$

$$q=2$$

$$A : m+n-9$$

$$B : m+n = 13$$

$$m+n-9 = p^2$$

$$mn = 13p^2$$

$$B : m$$

$$m+n = 13p$$

$$m+n-9 = p$$

$$B : n$$

$$\frac{75}{5 \cdot 9} = 16$$



$$B : m+n-3$$

$$m+n = 13p^2$$

$$mn = 2 \cdot 15$$

$$mn = 10 \cdot 3$$

$$A = 75q^2$$

$$m+n = 1$$

$$m+n-9 = 13p^2$$

$$\Downarrow$$

$$A = 75 \cdot 9$$

$$m+n = 13p^2$$

$$A : 3$$

$$m+n-9 = 1$$

$$\Downarrow$$

$$A : 3$$

$$m+n = 3$$

$$B : 3 = p = 3$$

$$m+n = 13$$

$$p=2 \quad m=10$$

$$m+n-9 = p^2$$

$$q=2 \quad n=3$$

$$\Downarrow$$

$$A : 9$$

$$B = 13 \cdot 9$$

$$m+n = p^2$$

$$p^2 = 21 \dots$$

$$m+n-9 = 13$$

$$\Downarrow$$

$$q = 3$$

$$m : 13$$

$$n : 13$$

~~$$m+n = 13p$$~~

$$m+n = 13p \quad 13p = 9 \dots$$

$$m+n-9 = p$$

$$m+n = p$$

$$m+n = 9 \neq 13p \dots$$

