



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен  $6x + 18$ , седьмой член равен  $(x^2 - 4x)^2$ , а одиннадцатый равен  $(-3x^2)$ . Найдите  $x$ .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $14x + 7y$  при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$  и  $B = m^2n - mn^2 + 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $3q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 12$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $9 \times 9$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 26$ ,  $AN = 20$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.

Пусть  $a$ - первый член прогрессии,  $d$ - её разность. Перенесем условие задачи:

$$\begin{cases} a + 4d = 6x + 18 \quad (1) \\ a + 6d = (x^2 - 4x)^2 \quad (2) \\ a + 10d = -3x^2 \quad (3) \end{cases}$$

Вычтем из 2-ого ур-я 1-ое и из 3-его 2-ое:

$$\begin{cases} 2d = (x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 \\ 4d = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2 \end{cases}$$

(3)-(2)

Домножим (2)-(1) на два и приравняем правые части обеих ур-й системы:

$$\begin{aligned} 2(x^2 - 4x)^2 - 12x - 36 &= -3x^2 - (x^2 - 4x)^2 \\ 3(x^2 - 4x)^2 &= -3x^2 + 12x + 36 \quad | : 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x^2 - 4x)^2 &= -x^2 + 4x + 12 \\ (x^2 - 4x)^2 + (x^2 - 4x) - 12 &= 0 \end{aligned}$$

Пусть  $t = x^2 - 4x$ :

$$\begin{aligned} t^2 + t - 12 &= 0 \\ t &= -4; 3 \end{aligned}$$

Вернёмся к  $x$ :

$$\begin{cases} x^2 - 4x = -4 \\ x^2 - 4x = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 4x + 4 = 0 \quad (1) \\ x^2 - 4x - 3 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Корни 1-ого ур-я      Корень 1-ого ур-я:

$$x = 2, \text{ корни 2-ого ур-я: } x = 2 \pm \sqrt{7}$$

Ответ:  $2; 2 - \sqrt{7}; 2 + \sqrt{7}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \quad (1) \\ -8 \leq 3x - 4y \leq 8 \quad (2) \end{cases}$$

~~Столкнулся 1-ое нер-во, движение на 4, со 2-ым нер-вом, движение на 3, и 1-ое нер-во, движение на (-3), со 2-ым нер-вом, движение на (-4):~~

$$\begin{cases} -48 \leq 7x \leq 48 \quad 4 \cdot (1) + 2 \cdot 3 \cdot (2) \\ -50 \leq 7y \leq 50 \quad (-3) \cdot 1 + 4 \cdot (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -48 \leq 7x \leq 48 \quad 4 \cdot (1) - 3 \cdot (2) \quad | \cdot 2 \\ -50 \leq 7y \leq 50 \quad 3 \cdot (1) - 4 \cdot (2) \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -96 \leq 14x \leq 96 \\ -50 \leq 7y \leq 50 \\ \hline -146 \leq 14x + 7y \leq 146 \end{array}$$

Наименьшее значение выражения  $14x + 7y$  равно (-146) и достигается, к примеру, при

$$x = -\frac{48}{7}, y = -\frac{50}{7}$$

Ответ: -146.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \text{d) } & \begin{cases} A = 3q^2 \\ B = 13n^2 \end{cases} : \text{ если } q \geq 3, \text{ то } q \equiv \pm 1 \pmod{6}, \\ & \text{ тогда } q^2 \equiv 1 \pmod{6}, 3q^2 \equiv 3 \pmod{6} \end{aligned}$$

Из п. а) мы выяснили, что  $A \equiv 0 \pmod{6}$  или  $A \equiv 4 \pmod{6}$ . Это противоречит  $(*) \Rightarrow$  искаемых  $m, n$  нет.

$$q=2 : A = 3q^2 = 12$$

Обозначим  $(m-n)$  за  $t$ .

$$A = t(t+2) = 12$$

$$t^2 + 2t - 12 = 0$$

Новых корней нет

$\downarrow$   
искаемых  $m, n$  нет

$$q=3 : A = 3q^2 = 27$$

Обозначим  $(m-n)$  за  $t$

$$A = t(t+3) = 27$$

$$t^2 + 3t - 27 = 0$$

Новых корней нет

$\downarrow$   
искаемых  $m, n$  нет

Ответ:  $(7, 3)$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + mn - mn = (m-n)(m-n+1)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$$

a)  $\begin{cases} A = 13n^2 \\ B = 3q^2 \end{cases}$ : если  $n > 3$ , то  $n \equiv \pm 1 \pmod{6}$ , тогда  $n^2 \equiv 1 \pmod{6}$ ,  $13n^2 \equiv 7 \pmod{6}$ . Рассмотрим остаток от деления A на 6: (\*)

$m-n \pmod{6}$	$A \pmod{6}$
0	0
1	4
2	4
3	0
4	4
5	4

Получаем, что  $A \equiv 0 \pmod{6}$  или  $A \equiv 4 \pmod{6}$ , что противоречит (\*). Таким образом, при  $n > 3$  исключим  $n$  и  $n+1$ .

$$n=2: A = 13n^2 = 52$$

Обозначим  $(m-n)$  за  $t$ .

$$A = t(t+1) = 52$$

$$t^2 + t - 52 = 0$$

$$t = -13, 4$$

Вернемся к  $(m-n)$ :

$$\begin{cases} m-n = -13 \\ m-n = 4 \end{cases}$$

$$m-n = -13:$$

$$B = mn(m-n+3) =$$

$$3q^2 = -10mn$$

$$q^2 = -\frac{10}{3}mn$$

или

$$\begin{matrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$$

Противоречие!

$$\begin{aligned} m-n &= 4: B = mn(m-n+3) = \\ &= 7mn = 3q^2 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Подставим вместо  $m$   $(n+4)$ :

$$7n(n+4) = 3g^2$$

$$7n^2 + 28n + 3g^2 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 196 + 21g^2 \geq 0$$

$$g^2 \leq \frac{196}{21} \Rightarrow g^2 \leq 2 \quad \text{Квадрат, меньший, чем, например, } 2,37$$

$\frac{D}{4}$  должно быть  
целым

квадратом, тогда  $n \in \mathbb{N}$ , что противоречит

условию

$$g = 2: \frac{D}{4} = 196 - 21 \cdot 4 = 196 - 84 = 112 \text{ не является}$$

$$n = \frac{-14 \pm \sqrt{196 + 21g^2}}{7}$$

Числитель дроби должен делиться на

$$7 \Rightarrow 3 \sqrt{196 + 21g^2} : 7 = 196 + 21g^2 : 49$$

$$g = 7 \leftarrow g^2 : 49 \leftarrow 21g^2 : 49$$

$$g = 7: \frac{D}{4} = 1225 = 35^2$$

$$n = \frac{-14 \pm 35}{7} = -7; 3 \Rightarrow n = n+4 = 2$$

$$(m, n) = (7, 3) \quad \mathbb{N}$$

$$n = 3: A = 13n^2 = 117$$

Обозначим  $(m-n)$  за  $t$

$$A = t(t+9) = 117$$

$$t^2 + 9t - 117 = 0 \quad D = 81$$

Четверт корней нет  $\Rightarrow$  искали  $x$   $m, n$  нет.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4.  $\angle BAX = \angle BYM, \angle CAZ = \angle CZM$   
 $(\text{т.к. } AX \parallel YM \text{ и } BY \parallel AC \text{ соотв-ко секущие})$

$\angle AXB = \angle ZMB, \angle AXC = \angle ZMC$

$\triangle YMB \sim \triangle AXB, (\text{по 2 угла})$

$\triangle AXC \sim \triangle ZMC$  (угла)

$\frac{YM}{AX} = \frac{MB}{XB} = \frac{PB}{AB}$

$\frac{AX}{ZM} = \frac{XC}{MC} = \frac{AC}{ZC}$

По условию  $AC = 12, AZ = 3, YZ = 4$

$CZ = ?$

Из  $(*)$   $\triangle ZAY$  равнобедренный  $\Rightarrow AY = AZ = 3$

Поставим числа в полученные рав-ва:

(1)  $\frac{MY}{AX} = \frac{BM}{BX} = \frac{BY}{AB}, \frac{AX}{ZM} = \frac{CX}{CM} = \frac{12}{6} = \frac{4}{3} (2)$

$CM = BM \Rightarrow CX = \frac{4}{3} BM$

$\frac{12}{CX} = \frac{6}{BX}$

$\frac{BX}{CX} = \frac{1}{2} (I)$

$\frac{12}{CX} = \frac{6}{BX}$

$BX = 2CX$

$2CX = 12$

$CX = 6$

$BX = 12$

$BY = 6 \Rightarrow AB = 6$

$\text{т.к. } AY = 3$

$\text{бисс-ка } \triangle ABC$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$M_3 (1) \frac{MY}{AX} = \frac{BY}{AB} = \frac{3}{2}, MY = MZ + ZY = MZ +$$

$$M_3 (2) \frac{AX}{2M} = \frac{4}{3}. \text{ Переизложим полученные}$$

$$\text{рав-ва: } \frac{MY}{2M} = 2 \cdot M_3 = MZ + ZY = MZ + 4.$$

$$MZ + 4 = 2 MZ$$

$$MZ = 4, MY = 8$$

$$AX = \frac{16}{3}$$

По формуле квадрата длины бисс-cke 8

$$\Delta ABC \quad AX^2 = AB \cdot AC - BX \cdot CX = 72 - BX \cdot CX$$

$$\frac{256}{9}$$

$$BX \cdot CX = \frac{392}{9} \quad (\text{II})$$

Из (I) и (II) получаем систему:

$$\begin{cases} \frac{BX}{CX} = \frac{1}{2} \quad (\text{I}) \\ BX \cdot CX = \frac{392}{9} \quad (\text{II}) \end{cases} \Rightarrow BX = \frac{14}{3}, CX = \frac{28}{3}$$

$$BC = BX + CX = 14$$

Ответ: 14.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$[-6; 5]$ . Решение симметричности:  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{117}}{2}$ .

$$\frac{-1 \pm \sqrt{117}}{2}.$$

$$1) \frac{-1 - \sqrt{117}}{2} < -6$$

$-\sqrt{117} < -11$   
„ $v$  “есть”  $>$ “

$$\frac{-1 - \sqrt{117}}{2} < 5$$

$-\sqrt{117} < 11$   
„ $v$  “есть”  $<$ “

$$2) \frac{-1 + \sqrt{117}}{2} < -6$$

$\sqrt{117} < -11$   
„ $v$  “есть”  $<$ “

~~$\frac{-1 + \sqrt{117}}{2} \text{ не ответ}$~~

$$\frac{-1 + \sqrt{117}}{2} < 5$$

$\sqrt{117} < 11$   
„ $v$  “есть”  $<$ “

$$3) \frac{-1 - \sqrt{117}}{2} < -6$$

$-\sqrt{117} < -11$   
„ $v$  “есть”  $>$ “

$$\frac{-1 - \sqrt{117}}{2} < 5$$

$-\sqrt{117} < 11$   
„ $v$  “есть”  $<$ “

$$4) \frac{-1 + \sqrt{117}}{2} < -6$$

$\sqrt{117} < -11$   
„ $v$  “есть”  $>$ “

$$\frac{-1 + \sqrt{117}}{2} < 5$$

$\sqrt{117} < 11$   
„ $v$  “есть”  $<$ “

Ответ:  $\left( \frac{-1 - \sqrt{117}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{117}}{2} \right)$ ,  
 ~~$\left( \frac{-1 + \sqrt{117}}{2}, -11 \right)$~~

Не забудем, что из 2-ого ур-я  $x \geq 0$ ,  
 поэтому остаются  $\frac{-1 + \sqrt{117}}{2}$  и  $\frac{-1 + \sqrt{117}}{2}$ ,  $\frac{-1 + \sqrt{117}}{2}$

Ответ:  $\left( \frac{-1 + \sqrt{117}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{117}}{2} \right), \left( \frac{-1 + \sqrt{117}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{117}}{2} \right)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2} & (1) \\ 4x^4 + x - 5\sqrt{y} = 4y^4 - 5\sqrt{x} + y & (2) \end{cases}$$

Рассмотрим переписанное 2-ое ур-е:

$$4x^4 + 5\sqrt{x} + x = 4y^4 + 5\sqrt{y} + y$$

Введём функцию  $F(t) = 4t^4 + 5\sqrt{t} + t$ .

~~F~~ ~~функция~~  $f$  от  $t$  ~~функция~~  $F$  с ~~функцией~~ возрастает на

$D(F) = \mathbb{R}_0^+$  как сумма возраст. ф-ий  $4t^4$ ,  $5\sqrt{t}$  и  $t$ . 2-ое ур-е ~~но~~ суммы зна-  
чим, что  $F(x) = F(y)$ . Из доказанного

следует, что  $x = y$ . Подставим  $y$  вле-  
мо  $x$  в 1-ое ур-е:

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{30-x-x^2} - 5 \quad |^2$$

Область определения  
ур-я:  $[-6; 5]$

$$x+6 - 2\sqrt{(x+6)(5-x)} + 5-x = 4(30-x-x^2) - 20\sqrt{30-x-x^2} + 25$$

$$\text{Пусть } t = \sqrt{30-x-x^2}$$

$$|1-2 \quad t = 4t^2 - 20t + 25$$

$$4t^2 - 18t + 14 = 0 \quad | : 2$$

$$2t^2 - 9t + 7 = 0$$

$$t = 1; \frac{7}{2}$$

$$\Delta_1 = 117 > 0$$

Вернемся к  $x$ :

$$\sqrt{30-x-x^2} = 1$$

$$\sqrt{30-x-x^2} = \frac{7}{2}$$

$$x^2 + x - 29 = 0 \quad | \leftarrow$$

$$x^2 + x - \frac{71}{4} = 0 \quad | \leftarrow \Delta_2 = 72 > 0$$

Среди всех решений соблюдается  
принадлежание области определения ур-я, т.е.

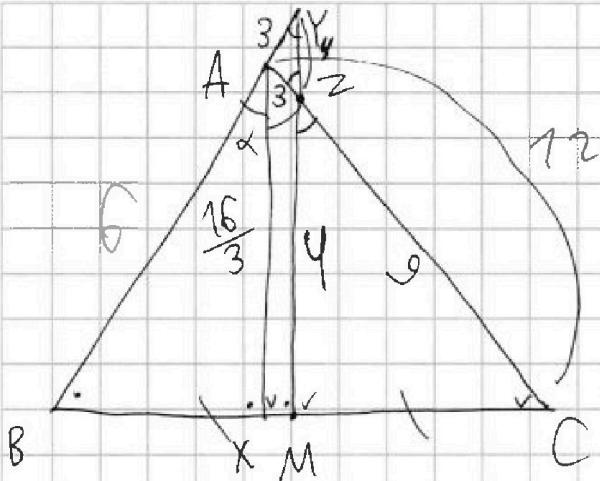
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AB}{12} = \frac{BX}{CX}$$

$$12 = 18 + 18 \cos 2\alpha$$

$$-\frac{1}{9} = \cos 2\alpha =$$

$$= 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$1 = 1 - 18 \sin^2 \alpha$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{10}{18}} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$3 + AB = 4 + 2M \\ AB = 2M + 1$$

$$\Delta AXC \sim \Delta ZMC \quad \Delta BYM \sim \Delta BAX \\ \frac{CX}{CM} = \frac{4}{3} \quad \frac{BM}{BX} = \frac{BY}{BA} = 1 + \frac{3}{BA} = 1 + \frac{3}{6} = 4 \\ \frac{6}{BX} = \frac{BY}{BM}$$

$$72 \cdot \frac{6}{9} = \frac{256}{9} = 72 - BX \cdot CX \quad AX = \frac{4}{3} \\ \frac{256}{9} = 72 - BX \cdot CX \quad BX = \frac{72 \cdot 9 - 256}{9} = \frac{122}{9}$$

C<sup>2</sup>  
100

X<sup>2</sup>  
Y<sup>2</sup>

Y<sup>2</sup>-X<sup>2</sup>  
Y<sup>2</sup>-Y<sup>2</sup>=0

Y<sup>2</sup>-Y<sup>2</sup>=0

X<sup>2</sup>-Y<sup>2</sup>

$$AX = \frac{4}{3}$$

$$BY = \frac{3}{2} \quad MY = \frac{3}{2}$$

$$\frac{MY}{ZM} = 2$$

$$BX = \frac{\sqrt{61}}{3} \quad CX = \frac{2\sqrt{61}}{3}$$

$$BX = \frac{\sqrt{61}}{3}$$

$$CX = \frac{2\sqrt{61}}{3}$$

$$\sqrt{61} \\ 34 \cdot C^2 \\ 25$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Так же укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (n - \lambda)(n - \lambda + \varrho), B = n\lambda(n - \lambda + \varrho)$$

$$1) A = 13\lambda^2, B = 3\varrho^2 : 13\lambda^2 \equiv 1 \\ (\lambda > 3)$$

$$t(t+\varrho) \equiv 0/4$$

$$\begin{array}{r} 1225 \sqrt[25]{4889} \\ -1000 \\ \hline 4889 \\ -4889 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$t \mid t(t+\varrho)$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ \hline 0 \\ 4 \\ 4 \\ 0 \\ 4 \\ 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\lambda = 2 : 13\lambda^2 = 52$$

$$t^2 + 9t - 52 = 0$$

$$t = -13, 4$$

$$\lambda = 3 : t^2 + 9t - 117 = 0$$

$$t \in \emptyset$$

$$49 \cdot 21 \times 21 = 1225$$

$$126 \sqrt[6]{33321029} \times 10^5 = 126 + 189 =$$

$$= 385$$

$$126 + 219^2$$

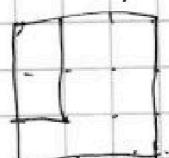
$$81 + 48 = 129$$

$$2) A = 3\varrho^2, B = 13\lambda^2$$

$$\varrho = 2 : t^2 + 9t - 12 = 0$$

$$\varrho = 3 : t^2 + 9t - 27 = 0 \quad | \times 35$$

2, 3, 5, 7



$$196 - 28 \cdot 39^2 = 81 + 68 = 149$$

$$= 196 - 39^2 = 7 + \lambda (n+9 = 7\lambda^2 + 28\lambda = 39^2)$$

$$\varrho^2 \leq \frac{196}{3} = 65, -$$

$$\varrho^2 \leq 65$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a+4d &= 6x+18 \\ a+6d &= (x^2-4x)^2 \\ a+10d &= -3x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x^2-4x)^2 + 6x+18 + \\ + 3x^2 = a \\ x^4 - 8x^3 + 19x^2 + 6x + \\ + 18 = a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2(x-4)^2 - 3x^2 = \\ = x^2(x-4)(x^2-8x+13) \quad \begin{matrix} \rightarrow (x^2-2x-6) \\ 4d = x^4 \end{matrix} \end{aligned}$$

$$30, 16, -12 \quad \begin{matrix} d = -7 \\ d = 7 \end{matrix}$$

$$4d = -(x^2-4x)^2 - 3x^2$$

$$\begin{aligned} a+10d &= (x^2-4x)^2 + 6x+18+3x^2+10 \cdot \frac{-(x^2-4x)^2}{-3x^2} \\ &= a=58 \quad 12-6\sqrt{7}+18=30-6\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$-3 \cdot (2-\sqrt{7})^2 = -42 \quad -3(21-4\sqrt{7}) = -33+12\sqrt{7}$$

$$\begin{aligned} -3x^2-6x-18 &= (x^2-4x)^2 - ((x^2-4x)^2 + \\ &- \cancel{x^2} + 3\sqrt{7} + \cancel{a} = 30 - 6\sqrt{7} \quad \begin{matrix} + 6x+18 \\ + 2\sqrt{7}-63+18 \end{matrix} \\ -42 + 12\sqrt{7} \quad \begin{matrix} a=22-18\sqrt{7} \\ a=22-18\sqrt{7} \end{matrix} &= (x^2-4x)^2 - 6x-18 \quad -105+30 \end{aligned}$$

$$t^2 - t - 12 = 0 \quad \begin{matrix} 4 \\ 4 \end{matrix} = -3x^2 - (x^2-4x)^2$$

$$t = -3, 4 \quad 2(x^2-4x)^2 - 12x - 36 =$$

$$(x^2-4x)^2 = 4 \quad = -3x^2 - (x^2-4x)^2$$

$$\begin{cases} x^2-4x-2=0 \\ x^2-4x+2=0 \end{cases} \quad \begin{matrix} 2 \pm \sqrt{26} \\ 2 \pm \sqrt{2} \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} 3(x^2-4x)^2 &= -8x^2 + nx^4 \\ (x^2-4x)^2 &= -x^2 + 4x + 12 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач шумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$14x + 7y \rightarrow \min \quad -1 \pm \sqrt{2}$$

$$14x + 7y = -4: \quad \frac{\sqrt{2}}{82}$$

$$554x^2 + 4x - 28 = 0 \quad X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$X = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 554 \cdot (-28)}}{2 \cdot 554} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 2 \cdot 554 \cdot 28}}{2 \cdot 554} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 3104}}{2 \cdot 554} = \frac{-4 \pm \sqrt{3120}}{2 \cdot 554} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{780}}{2 \cdot 554} = \frac{-2 \pm \sqrt{780}}{554} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{195}}{554} = \frac{-1 \pm \sqrt{195}}{277}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x - 4y \leq 8 \end{cases}$$

$$1 \cdot 4 \quad (-3) \quad 1 \cdot 4 \quad 2 \cdot \sqrt{195} = 2\sqrt{195}$$

$$4x - 3y = -3: \quad X = \frac{4 + 3}{2} = \frac{7}{2}$$

$$3x - 4y = 8: \quad X = \frac{4 - 8}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$-8 \leq 4y - 3x \leq 8 \quad | \cdot 3 \quad 1 \cdot 4 \quad 2 \cdot \sqrt{195} = 2\sqrt{195}$$

$$-48 \leq 7x \leq 48 \quad | \cdot 2 \quad X = \frac{48 - (-48)}{2} = \frac{96}{2} = 48$$

$$-48 \leq 7y \leq 50 \quad Y = \frac{50 - (-48)}{2} = \frac{98}{2} = 49$$

$$-146 \leq 14x + 7y \leq 146 \quad -14 \cdot 48 - 50 \cdot 7 = -672 - 350 = -1022$$



$$\sqrt{m+s} \geq l \geq \sqrt{6} + 5 \quad R \neq \sqrt{6} \quad 0 \leq R \leq 2\sqrt{30+5} = 2\sqrt{35} = 2\sqrt{30} + \sqrt{6} = 2\sqrt{30} + \sqrt{36-6} = 2\sqrt{30} + \sqrt{30} = 3\sqrt{30}$$

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + mn - mn = (m-n)^2 + mn =$$

~~$$\sqrt{m+s} = (m-n)(m-n+1) \quad a - \frac{a}{\sqrt{30}+5} b = ab + b - s$$~~

~~$$B = m^2 - mn + 3mn = mn(m-n) + 3mn =$$~~

~~$$\sqrt{m+s} = a - \frac{a}{2(a+1)} b + 10 = \frac{ab}{2(a+1)} + 10 = mn(m-n+3)$$~~

~~$$1) \begin{cases} A = 13n^2 \\ B = 39^2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} n=2: \\ n=3: \\ n=4: \\ n=5: \\ n=6: \end{array} \quad \begin{array}{l} x=-6: \\ x=0: \\ x=-5: \\ x=6-\sqrt{10}: \\ x=2\sqrt{10}: \end{array}$$~~

~~$$yt^2 - 18t + 14 = 0 \quad 11 - 2\sqrt{5} = 4(-) - 20 + \sqrt{10} \quad t > 3: \quad (13n^2) = 1 \quad x = \frac{1+2\sqrt{10}}{2}$$~~

~~$$yt^2 - 18t + 14 = 0 \quad 11 - 2\sqrt{5} = 4(-) - 20 + \sqrt{10} \quad t > 3: \quad (13n^2) = 1 \quad x = \frac{1+2\sqrt{10}}{2}$$~~

~~$$81 - 56 = 4u^{16} + 5u^4 = 4\sqrt{10} + 5\sqrt{u^4} + u^4 \quad x = \frac{1+2\sqrt{10}}{2}$$~~

~~$$25u^{16} + 5u^4 = 4\sqrt{10} + 5\sqrt{u^4} + u^4 \quad -\sqrt{5-x} + 5 = \sqrt{30-x-x^2}$$~~

~~$$25u^{16} + 5u^4 = 4\sqrt{10} + 5\sqrt{u^4} + u^4 \quad a - b + s = ab \quad 30 - x - x^2 = x^2 + x - 29 = 0$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!