



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть разность прогрессии равна  $a$ .

$$3x + 3 + 2a = (x^2 + 2x)^2 \Rightarrow 4a = 2(x^2 + 2x)^2 - 6x - 6$$

$$(x^2 + 2x)^2 + 4a = 3x^2 \Rightarrow 2x^2 = 4a = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2$$

$$\text{Значит } 2(x^2 + 2x)^2 - 6x - 6 = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2$$

$$3x^2(x+2)^2 - 6x - 6 - 3x^2 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

Заметим, что  $x = 1$  - корень. Разложим многочлен на скобки

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+1)(x^2(x+1) + 2(x^2-1)) = 0$$

$$(x+1)^2(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$(x+1)^2(x+1-\sqrt{3})(x+1+\sqrt{3}) = 0$$

У нас 3 решения:  $x = -1$ ,  $x = -1 - \sqrt{3}$ ;  $x = -1 + \sqrt{3}$ .

Сделаем проверку:

$$\begin{array}{ccccccc} 3 & - & 1 & - & - & - & 3 \\ 0 & \overline{+} & 1 & - & - & - & 3 \end{array} \quad \text{получим, что прогрессия с разностью } 2$$

$$\begin{array}{ccccccc} -3\sqrt{3} & - & 4 & - & - & 12+6\sqrt{3} \\ (-1-\sqrt{3})^2 & + & 2(-1-\sqrt{3}) & \end{array} \quad \text{получим, что прогрессия с разностью } 2 + \frac{3}{2}\sqrt{3}$$

$$(4+2\sqrt{3}-2-2\sqrt{3})^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3\sqrt{3} - 4 = \frac{1}{2} - 6\sqrt{3}$$

- подходит, это прогрессия с разностью

$$2 - \frac{3}{2}\sqrt{3}$$

$$\text{Объем: } \{-1 - \sqrt{3}; -1; -1 + \sqrt{3}\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x - 3y \leq 3 \\ -3 \leq x - 3y \end{cases} \\ \begin{cases} 3x - y \leq 1 \\ -1 \leq 3x - y \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3y \leq x + 3 \\ 3x \leq y + 1 \end{cases} \Rightarrow 2x + 2y \leq 4 \Rightarrow x + y \leq 2$$

$$\begin{matrix} \cancel{x} \\ 3y \leq x + 3 \\ 3x \leq y + 1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 3y \leq x + 3 & 3y \leq x + 3 \\ 3x \leq y + 1 & x \leq 6 - 6y \end{matrix} \Rightarrow 6x \leq 2 + 2y$$

||

$$3y + 6x \leq 2y + x + 5$$

||

$$y + 5x \leq 5$$

$$x + y \leq 2 \quad \text{и} \quad y + 5x \leq 5$$

||

$$3x + 3y \leq 6$$

||

$$4y + 8x \leq 11$$

Очко за 11.

Пример:  $x = \frac{3}{4}$ ;  $y = \frac{5}{4}$

Проверим условие:

$$\left| \frac{3}{4} - \frac{15}{4} \right| = |-3| \leq 3$$

верно

$$\left| \frac{9}{4} - \frac{5}{4} \right| = 1 \leq 1$$

$0 + 5 = 5$  — равенство тоже верно

Ответ: 11.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Пусть } A = 13p^2 \quad B = 25q^2$$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$m+n > m+n-9$$

Запишем все варианты

$$m+n = 13p^2 \quad m+n-9 = 1 \quad 13p^2 - 9 = 1 \quad 13p^2 = 10 - \text{нет}$$

$$13p \quad p \quad 13p - 9 = p \quad 12p = 9 - \text{нет}$$

$$p^2 \quad 13 \quad p^2 - 9 = 13 \quad p^2 = 22 - \text{нет}$$

$$13 \quad p^2 \quad 13 - 9 = p^2 \quad p = 2 - \text{OK}$$

$$p \quad 13p - \text{некоэйт} \quad p \neq 13p$$

$$1 \quad 13p^2 - 1 < 13p^2 \text{ ложь}$$

$$\text{Значим } p=2, \quad m+n = 13$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3) = 5^2 \cdot 3 \cdot 9^2$$

$$mn(13-3) = 5^2 \cdot 3 \cdot 9^2 \Rightarrow mn10 = 5^2 \cdot 3 \cdot 9^2 \Rightarrow q=2$$

$$mn = 5 \cdot 2 \cdot 3 = 30$$

$$m = 10 - n \quad (10-n)n = 30 \quad n^2 - 10n + 30 = 0$$

$$(n-10)(n-3) = 0$$

$$\begin{cases} n=10, \\ m=3 \\ m=3, \\ n=10 \end{cases}$$

Чтобы, если первое значение

~ симметричные варианты, поэтому одна из них (3, 10)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Темир разбредён снегай

$$A = 75\pi^2 \quad B = 13\pi^2$$

$$\text{ми}(\text{ми} + \text{ни} - 3) = 9\cdot 13\pi^2$$

Распишем аугаси:

$$m = 13\pi^2 \quad n = 1 \quad m+n-3=1$$

$$13\pi^2 + 1 - 3 = 1 \quad 13\pi^2 = 3 - \text{нек}$$

$$13\pi \quad \pi$$

$$14\pi - 3 = 1 \quad 14\pi = 4 - \text{нек}$$

$$13\pi \quad 1 \quad \pi$$

$$13\pi + 1 - 3 = \pi \quad 12\pi = 2 \text{ нек}$$

$$13 \quad \pi \quad \pi$$

$$13\pi - 3 = \pi \text{ нек}$$

$$13 \quad \pi^2 \quad 1$$

$$13 + \pi^2 - 3 = 1 \text{ нек}$$

$$13 \quad 1 \quad \pi^2$$

$$14 - 3 = \pi^2 \text{ нек}$$

$$\pi \quad 13\pi \quad 1$$

$$14\pi - 3 = 1 \text{ нек}$$

$$\pi \quad 13 \quad \pi$$

$$13 + \pi = 3 = \pi \text{ нек}$$

$$\pi \quad \pi \quad 13$$

$$2\pi - 3 = 13 \quad \pi = 8 \text{ нек}$$

$$\pi \quad 1 \quad 13\pi$$

$$14 + 1 - 3 = 13\pi \text{ нек}$$

$$1 \quad 13\pi^2 \quad 1$$

$$1 + 13\pi^2 - 3 = 1 \text{ нек}$$

$$1 \quad 13\pi \quad \pi$$

$$1 + 13\pi - 3 = \pi \quad 12\pi = 1 \text{ нек}$$

$$1 \quad 13 \quad \pi^2$$

$$1 + 13 - 3 = \pi^2 \quad 11 = \pi^2 \text{ нек}$$

$$1 \quad \pi^2 \quad 13$$

$$1 + \pi^2 - 3 = 13 \quad \pi^2 = 15 \text{ нек}$$

$$1 \quad \pi \quad 13\pi$$

$$1 + \pi = 13\pi + 3 \text{ нек}$$

$$1 \quad 1 \quad 13\pi^2$$

$$2 - 3 = 13\pi^2 \text{ нек}$$

Здесь нет правильного пер. Ответ: 1 пара

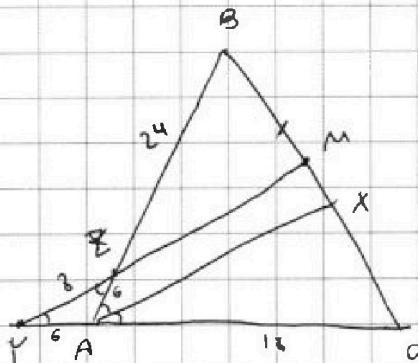
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$AX$ -биссектриса



$$\angle BAX = \angle XAC$$

$$YZ \parallel AX \Rightarrow \angle YZA = \angle ZAX \text{ как противолеж.}$$



$$\angle MYA = \angle XAC$$

$$\angle XAC = \angle ZAX = \angle YZA = \angle MYA \Rightarrow YAZ - \text{равноб.}$$

$$YA = ZA = 6.$$

По теореме Менелая для  $\triangle ABC$  и секущей  $MY$ :

$$\frac{AY}{YC} \cdot \frac{CM}{BA} \cdot \frac{BZ}{ZA} = 1$$

$$\frac{6}{24} \cdot \frac{BZ}{6} = 1$$

$$BZ = 24$$

Запишем теорему косинусов для  $\triangle YAZ$

$$8^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6^2 \cdot \cos \angle YAZ \quad \cos \angle YAZ = 1 - \frac{32}{2 \cdot 36} = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$$

Запишем теорему косинусов для  $\triangle ABC$

$$BC^2 = 30^2 + 18^2 - 2 \cdot 30 \cdot 18 \cdot \cos \angle BAC = 30^2 + 18^2 + 2 \cdot 30 \cdot 18 \cdot \cos \angle YAZ$$

""

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$900 + 324 + 120 = 900 + 444 = 1344$$

$$BC = \sqrt{1344} = 3\sqrt{21}$$

Ответ:  $3\sqrt{21}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $a = \sqrt{x}$ ,  $b = \sqrt{y}$ . Перезапишем второе уравнение.

$$a^3 + 5a^4 - b = b^3 - a + 5b^4$$

$$a^3 - b^3 + 5(a^4 - b^4) + a - b = 0$$

$$(a - b)(a^3 + a^2b + \dots + b^3 + 5(a^3 + a^2b + \dots + b^3) + 1) = 0$$

$a, b > 0 \Rightarrow$  число  $b$  это же свободное поле.

значит  $a = b$

ОДЗ:  $x > 0$ ,  $y > 0 \Rightarrow$  т.к.  $a = b$ , то  $x = y$

$b > y$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} = 2\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{6-x}$$

Пусть  $c = \sqrt{x+1}$ ,  $d = \sqrt{6-x}$

$$c^2 + d^2 = 2 \Rightarrow c = \sqrt{7-d^2}$$

$$c-d+5=2cd \Rightarrow \sqrt{7-d^2}-d+5=2\sqrt{7-d^2} \cdot d$$

$$\sqrt{7-d^2}(2d-1)=5-d$$

$$(7-d^2)(4d^2-4d+1)=25-10d+d^2$$

$$-4d^6 + 10d^5 - d^4 + 7 = 25 - 10d + d^2 \quad 26d^2 - 26d + 7 - 4d^6 + 4d^5 - d^4 = 25 - 10d + d^2$$

$$4d^4 - 4d^3 + cd^4 - 10d + 16 \quad 4d^4 - 4d^3 - 2d^2 + 18d + 16 = 0$$

$$(d-3)(4d^3 - d^2 - 29d)$$

$$4 \cdot 3^4 - 4 \cdot 3^3 - 26 \cdot 9 + 54 + 16 = 324 - 108 - 234$$

$$0 \leq d \leq \sqrt{6}$$

$$+ 54 + 16 = 524 - 342 = 72$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Возьмём первую производную этой функции

$$16d^3 - 12d^2 - 52d + 18$$

$$f'(2d^3 - 4d^2 - 26d + 9)$$

Возьмём вторую производную

$$24d^2 + 8d - 26 = 2(12d^2 + 4d + 13)$$

в 1 значении 10

в 2 значении -18

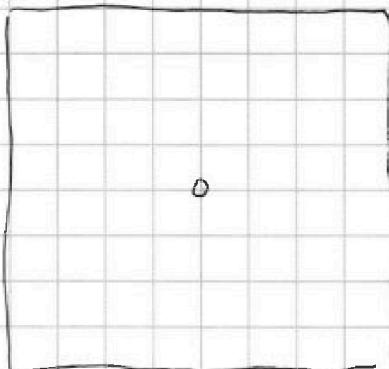
Значит есть корень между 1 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

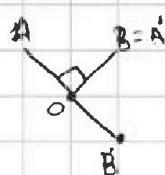
СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Есть несколько видов рассстановок.

Заметим, что при повороте на  $90^\circ$  рисунка, не может перейти сама в себя, т.к.



При повороте по часовой  
одинаково.

$\angle AOB = 90^\circ$ , где  $A$  и  $B$  - это  
единица

если  $A \rightarrow B$

Тогда  $B \rightarrow B' \neq A$ , т.к.  $\angle B'OA = 270^\circ$ .

Если  $A \rightarrow A$ , то  $A = O$ , но  $B$  в таком случае не может в себе не меняться.

т.е. рассстановки могут меняться в себе только при повороте на  $180^\circ$ . т.е. где есть симметричные относительно центра.

Теперь посчитаем. Всего 31

1) Рассстановки, где оба угла не центры, и они не симметричны

относительно центра  $\frac{C_{20}^1 \cdot C_{78}^1}{2}$

2) Рассстановки, где один белый угол - центр  $C_{80}^1$

3) Рассстановки, где оба угла симметричны  $C_{80}^1$

1-ый Рассстановки 1-ого вида дважды при повороте другие рассстановки.

2-ое вида тоже, 3-ое дважды другую только при повороте на  $90^\circ$ .

т.е. всего варианто  $\frac{C_{80}^1 \cdot C_{78}^1}{2 \cdot 4} + \frac{C_{80}^1}{4} + \frac{C_{80}^1}{2} = 10 \cdot 78 + 20 + 40 = 780 + 60 = 840$

Ответ: 850. 840

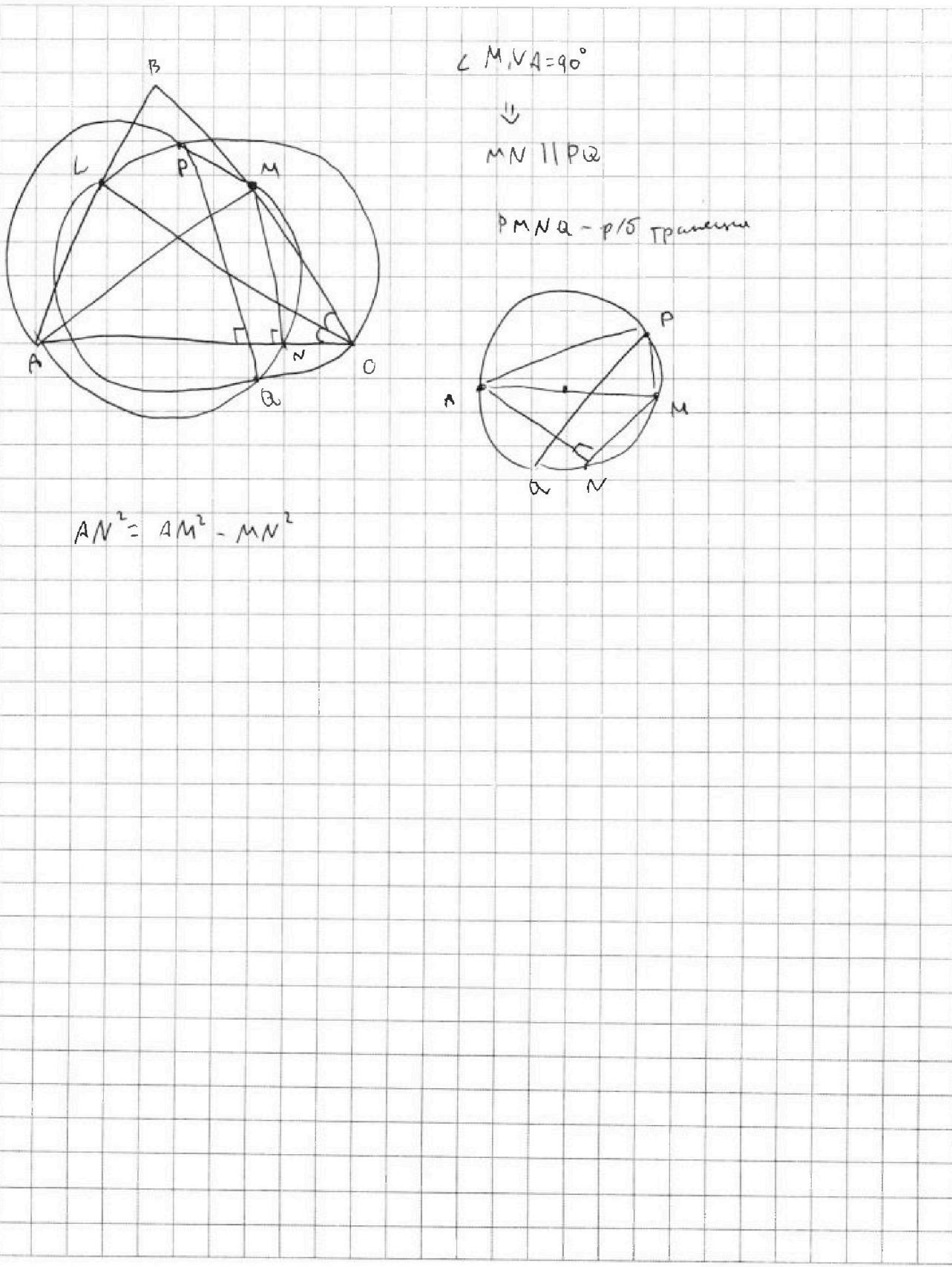


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4y + 6x$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} -3 \leq x - 3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$x \leq 3y + 3$$

$$x \geq 3y - 3$$

$$3x \leq 1 + y$$

$$3x \geq y - 1$$

$$3x \geq 1 + y \geq 3y - 3$$

$$y \leq 3x - 1$$

найд

$$2y = 6x + 2$$

$$3x \leq 1 + y$$

$$2y \leq 6x + 2$$

$$3y \leq 1 + y$$

$$x \leq 3y - 1$$

$$y \leq 3x - 1$$

$$4y + 6x = a$$

$$\left(\frac{m+n}{3} - 3\right) \left(\frac{m+n}{3}\right) = 13$$

$$\frac{m+n}{3} - 3 = 1$$

$$m+n=9$$

$$\frac{m+n}{3} = 13$$

$$(m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n-9)(m+n) = 13p^2$$

$$\frac{m+n}{3} = -3$$

$$mn(m+n-3) = 75q^2 - 5 \cdot 15q^2 = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2$$

$$q = \frac{3}{4} n$$

$$q = \frac{5}{4} n$$

$$m+n : 3$$

$$\frac{m+n}{3} - 1$$

$$1 \quad 13p^2$$

$$\begin{matrix} p \\ p = 3 \end{matrix}$$

$$13 \quad p^2$$

$$m : 3 ; n : 3$$

$$13 \quad p^2$$

$$-3 \leq x - 3y \leq 3$$

$$6y \leq 2x + 6$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$-2y \leq 2 - 6x$$

$$4(y+2x)$$

$$3y + 3x \leq 6$$

$$3y + 6x + y \leq 3x - 1$$

$$4y \leq -4x + 8$$

$$4y + 4x \leq 8$$

$$3x \leq 3y + 3$$

$$y \leq 5x - 5$$

$$2x \leq 6 + 6y$$

$$2y \leq 2x + 6$$

$$6y \leq 2x + 6$$

$$2x + 6x \leq 2 + 2y$$

$$y \leq 5x - 5$$

$$3y \leq x + 3$$

$$x \leq 3y - 3$$

$$3y \leq 1 + 3$$

$$3x \leq x + 3$$

$$x \leq 3x - 3$$

$$6x \leq 2y + 2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1      2      3      4      5      6      7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3x + 3 - (x^4 + 2x)^2 = 3x^2$$

$$3x + 3 + 2a = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

~~2a =~~

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 4a = 3x^2$$

$$3x^4 + 3 + 2a = 3x^2 - 4a$$

$$2x^4 + 3x^3 + 3x^2 - 6x - 6 = 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$0 : -2$$

$$1 : 4$$

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - 1 - 2 = -1 : 1 - 4 + 3 + 2 - 2 = 0$$

$$\frac{9}{16} + \frac{12}{16} = \frac{21}{16} (x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$0 - 1 - -3$$

$$-1 + 3 - 2$$

$$4 + 8 = 12$$

$$-3\sqrt{3} \quad 4 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 2$$

$$14 + 6\sqrt{3}$$

$$\frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$2 + \frac{2+3\sqrt{3}}{2}$$

$$-1 + \sqrt{3}$$

$$3 \cdot \frac{-1 + \sqrt{3}}{2} \cdot (4 - 2\sqrt{3} + 2 + 2\sqrt{3})^2$$

$$1 + 3 + 2\sqrt{3}$$

$$4 + 2\sqrt{3}$$

$$1 + \sqrt{3}$$

$$n - \frac{2}{2} \sqrt{3}$$

$$b - 6\sqrt{3}$$

$$2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$x + 6\sqrt{3}$$

$$-3 - 3\sqrt{3} + 3$$

$$(4 + 2\sqrt{3} + 2 - 2\sqrt{3})^2 = 6$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$mn(m+n-3)$$

$$5^2 q^2 \cdot 3$$

$$q=2$$

$$mn=30$$

$$m=13-n$$

$$(m+n)(m+n-9)$$

$$13 \cdot p^2 = 7$$

$$(13-n)n=30$$

$\hat{m+n}$

$$-n^2+13n=30$$

$$13p^2$$

$$1$$

$$13p^2 - q = 1$$

$$13p^2 = 10$$

$$n^2 - 13n + 30 = 0$$

$$13p$$

$$p$$

$$13p - q = 0$$

$$13$$

$$p^2$$

$$13 - q = p^2$$

$$\textcircled{p=2}$$

$$3, 10$$

~~13~~

$$m+n=13$$

$$m+n-3=10$$

$$mn(m+n-3) \quad 13p^2$$

$$(m+n)(m+n-9) \quad 5^2 q^2 \cdot 3$$

$$1 \quad p \quad 13p$$

$$13-3=10 \quad 13p-p=12p \quad p-2=13p \quad -$$

$$1 \quad 13p \quad p$$

$$1+13p-3=p \quad -$$

$$1 \quad p^2 \quad 13$$

$$1+p^2-3=13 \quad p^2-15=0 \quad -$$

$$1 \quad 13 \quad p^2$$

$$14-3=p^2 \quad -$$

$$13 \quad p \quad p$$

$$13+p-3=p$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \cancel{p} \cancel{p} \cancel{p} \\ 13 \end{array}$$

$$p+13-3=p$$

$$p \quad 13 \quad p$$

$$4p-3=13$$

$$p \quad p \quad 13$$

$$4p=16$$

~~p~~

$$p=4$$

8, 8

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1      2      3      4      5      6      7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(m+n)^2 - 9(m+n) - (m+n-9)(m+n) = 13p^2$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \quad mn(m+n-3) = 25 \cdot 9^2 = 5^2 \cdot 3 \cdot 9^2$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - 5x + 5y^2$$

$$m:3 \quad n:3 \\ 1 \cdot 9 \quad 1 \cdot 9 \\ 1 \cdot 5 \quad 1 \cdot 5 \\ m=3; n=5$$

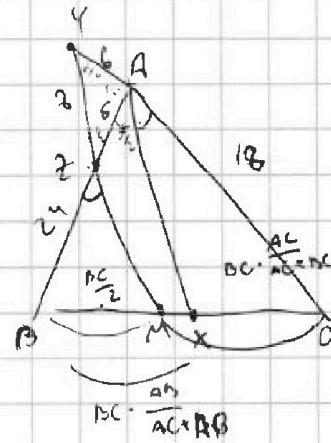
$$m+n=37, n$$

$$x > 0, y > 0$$

$$6+5x-y^2 > 0$$

$$9 \cdot 9 = 81$$

$$\frac{20 \cdot 31}{2} =$$



$$\frac{AB}{BC} = \frac{\sin \theta}{\sin \phi} \\ \frac{AB}{BC} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow$$

$$AC + AB = 2AN - 12$$

$$AN = 30$$

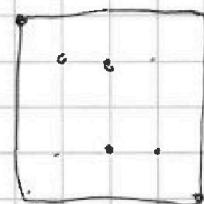
$$\frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{AC}{YC} \cdot \frac{CM}{MB} \cdot \frac{BA}{ZA} =$$

$$= \frac{6}{24} \cdot \frac{10}{1} \cdot \frac{24}{6} = 1$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) = 5x + 5y$$

$$\frac{BC}{\sin \alpha} = \frac{AB}{\sin \beta} \quad \frac{16}{\sin \alpha} = \frac{16}{\sin \beta}$$



$$\left( \frac{30 \cdot 79}{2} + 21 \right) \cdot 4 + 30 \cdot 2$$

$$\frac{BC}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{16}{\sin \beta}$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) = 5x + 5y$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+3x-y^2}$$

$$0: \sqrt{6+6} = 2\sqrt{6}$$

$$x \geq 0 \quad 6+3x = 44$$

$$+12\sqrt{6}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2$$

$$6 > y > 0 \quad 1: \sqrt{2} - \sqrt{5} + 5 = \sqrt{10}$$

$$x^4 - y^4 + 5(x^2 - y^2) = 0$$

$$\sqrt{y} = 0$$

$$2+5+15=10$$

$$a^2 = x$$

$$4\sqrt{2}$$

$$a^8 + 5a^4 - b = b^8 - a + 5b^4$$

$$\sqrt{y} = b$$

$$+10\sqrt{5}$$

$$(a^4 - b^4) + 5(a^4)$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline 44 \\ 22 \\ \hline 484 \end{array}$$

$$22 + 10\sqrt{2} - 10\sqrt{5} \\ - 2\sqrt{10} = 0$$

$$(a^4 - b^4)(a^4 + b^4) + 5(a^4 - b^4) + a - b = 0$$

$$2x^2 + 40 \\ - 8\sqrt{10} = 100(2+5-2\sqrt{10})$$

1

$$(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$$

$$(a-b)\left(\frac{a^3-b^3}{a-b} + \frac{a^4-b^4}{a-b} + 1\right) 524$$

2

$$(a-b)(a+b)(a^2 + b^2)$$

$$112\sqrt{10} = 176$$

$$(a-b)(a^2 + ab + a^2b^2 + a^4b^3 + a^5b^4 + a^6b^5 + a^7b^6 + a^8b^7 + a^9b^8 + a^{10}b^9 + a^{11}b^{10}) + 1 = 0$$

3

$$d^3 - 12d^2 - 52d + 12 = 0$$

$$(a-5)(a-2)(a-1) = 0$$

$$+1 = 0$$

$$x = y$$

$$\begin{array}{r} 25 \quad 5 \\ \times 10 \\ \hline 25 \quad 5 \\ 25 \quad 5 \\ \hline 250 \end{array}$$

2d

$$(d^2 - 6)$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} = 2\sqrt{(x-2)(-x-1)}$$

~~4x=4x~~

$$67, x$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 1 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 6\sqrt{5} \\ \hline 36 + 4\sqrt{15} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12d^2 - 12d - 16 \\ \hline 50 \\ 48 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$t - \sqrt{-t^2 + 7} + 5 = 2t \cdot \sqrt{-t^2 + 7}$$

$$t^2 - t^2 - 7 + 25 = 4t^2(-t^2 + 7)$$

$$\begin{array}{r} 126 \\ \times 5 \\ \hline 630 \end{array}$$

$$6\sqrt{15}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач numеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$a = \sqrt{x+1}$$

$$b = \sqrt{6-x}$$

$$a^2 + b^2 = ?$$

$$a = \sqrt{7-b^2}$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$\sqrt{7-b^2} - b + 5 = 2\sqrt{7-b^2} \cdot b$$

$$64 - 32 - 27 \cdot 4 + 36 - 4$$

$$32 + 16 = 50$$

$$7-b^2 + b^2 + 25 = 4(7-b^2) \cdot b$$

$$-2\sqrt{7-b^2} \cdot b \\ -2\sqrt{7-b^2} \cdot 5$$

$$\sqrt{7-b^2}(2b-1) = 5b$$

$$(7-b^2)(4b^2-4b+1) = 25-10b+b^2$$

$$0 \leq b \leq \sqrt{6}$$

$$\begin{matrix} 2bb^2 - 2b^3 + 7 \\ \sim \end{matrix} - 4b^4 + 4b^3 - b^2 = 25 - 10b + b^2 \sim$$

$$4b^4 - 4b^3 - 2b^2 + 18b - 18 = 0$$

$$1: -27$$

$$2:$$

$$64 - 32 - 27 \cdot 4 + 16$$

$$4 + 32 - 12 - 18 = 16$$

$$64 + 32 - 27 \cdot 4 - 18 \cdot 2 + 16 = 0$$

$$3: 32 = 50$$

$$31 \cdot 4 - 4 \cdot 27 - 26 \cdot 9 + 18 \cdot 3 - 18$$

$$96 - 108$$

$$4(54)$$

$$81 \cdot 4 + 4 \cdot 27 - 27 \cdot 9 - 18 \cdot 3 - 18 = 0$$

$$4 \cdot 54 + 36 - 27 \cdot 9 \\ 31 \cdot 3$$

$$324 + 108 - 243 = 51$$

$$216 \quad 243$$

$$425$$

$$182$$

$$252$$

$$4(6-x)^2 - 4(6-x)\sqrt{6-x} - 27(6-x)$$

$$\begin{matrix} 6 \\ 5 \\ 36 \\ 40 \\ 144 \end{matrix}$$

$$31 \cdot 2 = 162 + 36 =$$

$$36 - 12x + x^2$$

$$= 126$$

$$+ 18\sqrt{6-x} - 18 = 0$$

$$144$$

$$4x^2 - 12x + 36 - \sqrt{6-x}(6-4x) + 27 \cdot 6 + 27x$$

$$- 18 = 0$$

$$4x^2 + 15x - 144 = \sqrt{6-x}(6-4x)$$

$$\begin{matrix} 4 \\ 9 \\ 24 \\ 108 \end{matrix}$$

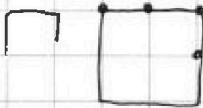


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

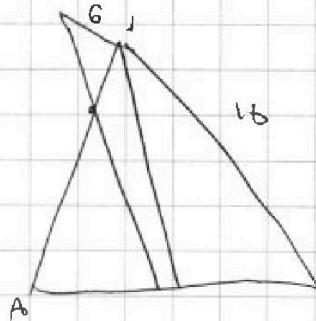
СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

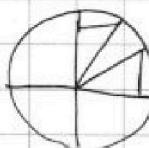


$$\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 2\alpha = \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$



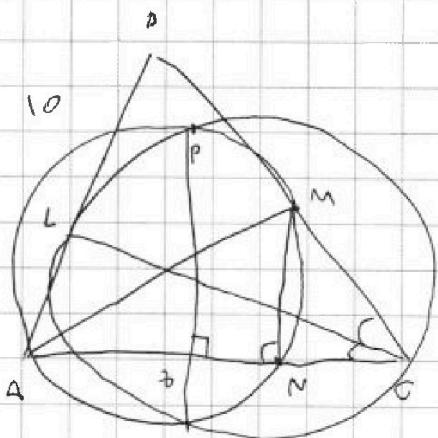
$$\begin{aligned} & \text{Left: } \frac{3\alpha}{2} \\ & \text{Right: } \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \\ & \text{Bottom: } \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \end{aligned}$$



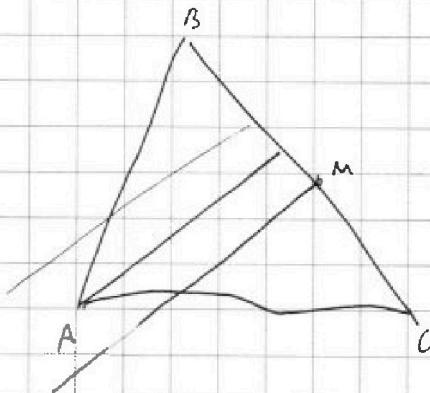
$$\sin 2\alpha = (\cos \alpha + \sin \alpha)^2 - 1$$

$$\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$\sin^2 2\alpha = 4 \sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha)$$



$$AC \cdot A$$



$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \\ & \frac{1}{3} \\ & \frac{1}{4} \\ & \frac{1}{3} \\ & \frac{1}{32} \end{aligned}$$

$$344$$

$$\begin{aligned} & \frac{64}{21} \\ & \frac{64}{64} \\ & \frac{128}{1344} \end{aligned}$$

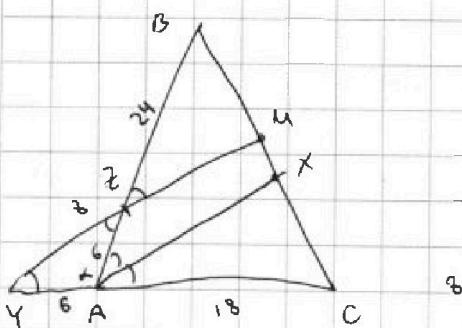
$$\cos \alpha$$

$$64 = 36 \cdot 2 - 36 \cdot 2 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = 1 - \frac{8 \cdot 3}{6 \cdot 9} = \frac{1}{9}$$

$$BC^2 = 30^2 + 18^2 + \frac{1}{9} \cdot 2 \cdot 30 \cdot 18$$

$$900 + 324 + 120$$



$$\begin{aligned} & \frac{BC}{2} = \frac{24}{18} \\ & \frac{BC}{AC} = \frac{24}{AB+AC} \end{aligned}$$

$$\frac{AB+AC}{2AC} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{AB+AC}{8} = \frac{6 \cdot 2 \cdot 9}{8} = 18 \quad \text{!!}$$

$$900 + 324 + 120$$

$$= 1344$$

$$AB = 18$$

$$2 \cdot 2 \cdot 336 = 2 \cdot 168$$

$$2 \cdot 672 =$$

$$\begin{aligned} & 24 \cdot 34 \\ & 24 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!