



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Сх-ма Горнера:

$$\begin{array}{r|rr|r|r} 1 & 1 & 6 & -4 & \\ -2 & 1 & 4 & -2 & 0 \end{array} \Rightarrow x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = (x+2)^2(x^2 + 4x - 2)$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$D = 16 + 4 \times 2 = 24 \Rightarrow x_1 = \frac{-4 - 2\sqrt{6}}{2}; x_2 = \frac{-4 + 2\sqrt{6}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = -2 - \sqrt{6}; x_2 = -2 + \sqrt{6}$$

Итак, всевозможные корни $= -2; -2 - \sqrt{6}; -2 + \sqrt{6}$.

Ответ: $-2 - \sqrt{6}; -2; -2 + \sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_2 = a_1 + d = 12 - 12x$ d - разн. между соседними чл.
 $a_4 = a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2$ a_n - n -ый член ариф. пр.
 $a_8 = a_1 + 7d = -6x^2$

И.Ф. $a_8 \leq 0$; $a_4 \geq 0$, $\Rightarrow a_2 \geq 0$, $\neq 0$

$a_8 - a_2 = 6d = -6x^2 + 12x - 12$; $\Rightarrow d = -x^2 + 2x - 2$, \Rightarrow

$\Rightarrow x^2 - 2x + (2+d) = 0$

$a_4 = (x(x+4))^2 = x^2(x+4)^2$

$a_8 - a_4 = 4d = -6x^2 - x^2(x^2 + 8x + 16)$, \Rightarrow

$\Rightarrow 4d = -x^4 - 8x^3 - 22x^2 = -x^2(x^2 + 8x + 22)$, \Rightarrow

$\Rightarrow -4x^2 + 8x - 8 = -x^4 - 8x^3 - 22x^2$, \Rightarrow

$\Rightarrow x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$

Заметим, что $P(-2) = 0$

Выполняется деление Горнера:

	1	8	18	8	-8	
-2	1	6	6	-4	0	$\Rightarrow x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = (x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4)$

$x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$

~~при $x \leq -\frac{5}{2}$ $x^3 + 6x^2 + 6x - 4 > 0$, \Rightarrow нет корней~~
~~или $x \geq 1$ $x^3 + 6x^2 + 6x - 4 > 0$, \Rightarrow нет корней~~
 Вспомогательное уравнение $x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$
 имеет корни $x = 1$ и $x = -2$
 Заметим, что при $x = 2$ $x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

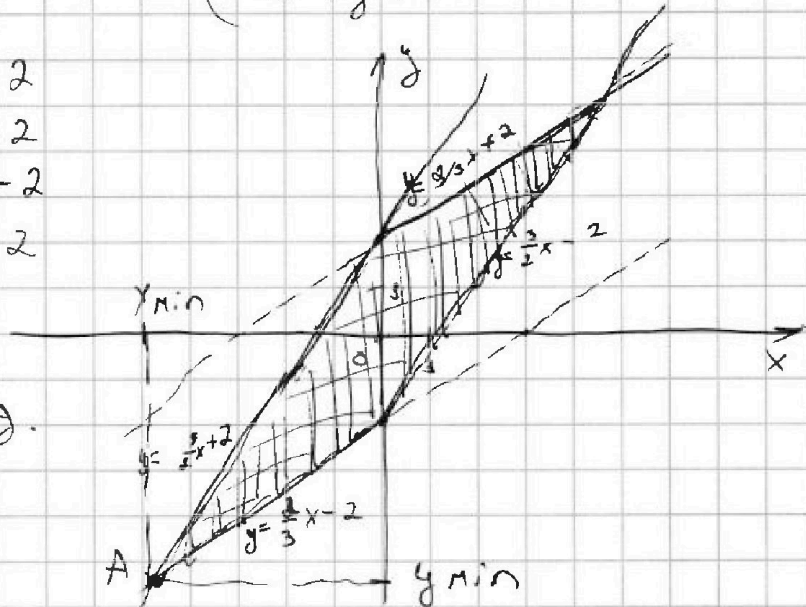
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2} \quad \begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3y \leq 6 \\ 2x-3y \geq -6 \\ 3x-2y \leq 4 \\ 3x-2y \geq -4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \geq \frac{2}{3}x - 2 \\ y \leq \frac{2}{3}x + 2 \\ y \geq \frac{3}{2}x - 2 \\ y \leq \frac{3}{2}x + 2 \end{cases}$$



Возмож. макс.
нах. на коорд.
м. $(x; y)$

~~$10x + 5y$ - наименьшее, если x и y отрицат. - наим.~~

~~мин.~~, \Rightarrow минимум

Видно, что $10x + 5y$ - наим. в т. А, ведь в т. А

x - min и y - min $A = (x_{min}; y_{min})$.

А - образц. пересек. прям. $y = \frac{2}{3}x - 2$ и прям. $y = \frac{3}{2}x + 2, \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}x - 2 = \frac{3}{2}x + 2, \Rightarrow 4x - 12 = 9x + 12, \Rightarrow 5x = -24, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = -\frac{24}{5} = -4,8, \Rightarrow y = -3 \times 2,4 + 2 = -5,2, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (10x + 5y)_{min} = (-48 - 26) = -74.$$

Ответ: -74



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ 13 _
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{д3 } A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n; B =$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$$

$$A = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$B = mn(m - 2n - 2)$$

Заб, что если $p \neq 3$ и $p \neq 5$, то $\text{НОК}(A; B) = 1$

Пусть $m - 2n = k$, \rightarrow если разность наименьших простых чисел: $(p^2) \times 17, 49, 15$.

$$\Rightarrow A = k \cdot (k + 13)$$

Зу Пусть, что (1) у A и (2) у B

$$B = mn \cdot (k - 2)$$

множители \neq состав. 17 и 15, все

возм $k + 13 = 30$, где $\sqrt{30}$ - не прост.

(2) у A и (2) у B $\neq 17$ и 15 , или 15 и 17 (при м.к. разл. множ. 15 и $17 \neq 15$), \Rightarrow

$\Rightarrow ((2) \text{ у } A \text{ и } (3) \text{ у } B) \text{ или } ((1) \text{ у } A \text{ и } (1) \text{ у } B) = 15 \text{ и } 17$

или 17 и 15 , \Rightarrow либо (2) у A и (2) у B наим. - абср.

пр. чисел, или (1) у A и (2) у B.

Если $k = 2$, $k + 13 = p^2$; но если $k \neq 2$, то

$k + 13 \equiv 2 \pmod{2}$; $k + 13 \equiv 4 \pmod{4}$ и при $k = 2$, $q = 0$ (не-прост.), $\Rightarrow (k - 2)$ и $k - 2$ - аб. прост. числа;

Пусть $k + 13$ и $mn = 17$ и 15 или 15 и 17 .

Зу

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} m - 2n + 13 = 17 \\ mn = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2n = 4 \\ mn = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mn = 17 \\ m - 2n = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m - \frac{30}{m} = 4$$

$$m^2 - 4m - 30 = 0, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D = 16 + 120 = 136, \Rightarrow$$

$\Rightarrow m$ - не натур.
(m к. $\sqrt{136}$ - иррац.)

$$\text{или } m - \frac{34}{m} = 2$$

$$m^2 - 2m - 34 = 0$$

$$D = 4 + 4 \times 34 = 35 \times 4, \Rightarrow$$

$\Rightarrow m$ - не натур.; $\sqrt{35}$ - иррац.

2) Если $\forall k \in \mathbb{N}$ и $mn \leq 17$ или 15 или 15 и 17 .

$$\begin{cases} m - 2n = 17 \\ mn = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - \frac{30}{m} - 17 = 0 \\ n = \frac{15}{m} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - \frac{34}{m} = 15 \\ n = \frac{17}{m} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 17m - 30 = 0$$

здесь \sqrt{D} - иррац., \Rightarrow
 $\Rightarrow m$ - не нат.

$$\text{или } m^2 - 15m - 34 = 0$$

$m_1 = 17, m_2 = -2, \Rightarrow$
не натур.

$$\Rightarrow m \leq 17, \Rightarrow$$

$\Rightarrow n = 1 \Rightarrow$ единственная пара: $(17, 1)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

• Если $k+13 = 17 \times r^2$ или $15 \times r^2$, то $k = 1$, но
 $14 \neq 17 \times r^2$; $14 \neq 15 \times r^2$ (r - прост.)

• Если $k+13 = 17 \times r$ или $15 \times r$, то $k = r$, но,

• если $r \neq 2$, то $k+13$ - четное, $\Rightarrow 17 \times r \neq k+13$.

• если $r = 2$, то $k = 2$, то 15×2 или $15 - 17 \times 2$

не верно

• Если $k+13 = r^2$, $\Rightarrow k = 17$ или 15 , \Rightarrow

$\Rightarrow r^2 = 30$ или $r^2 = 28$, что невозможно

но, \Rightarrow есть единственная пара:

~~(10; 3)~~

~~(10; 3)~~

• Если $k+13 \leq r$, то $k = 17 \times r$ или $15 \times r$, \Rightarrow

$\Rightarrow k = 17(k+13)$ или $k = 15(k+13)$, \Rightarrow

$16k = -13 \times 17$, $\Rightarrow k = -\frac{13 \times 17}{16}$

$\Rightarrow k = -\frac{13 \times 17}{16}$ но разность 2 диаметров чисел (17 и 13) не может

быть не целой, $\Rightarrow \emptyset$

• Если $k+13 = r$; то $k = 17 \times r^2$ или $k = 15 \times r^2$, \Rightarrow

$\Rightarrow k = -12$, $\Rightarrow \emptyset$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Итак, все рассмотрим все возможные случаи, чему может быть равно $k+1,3$, и только 1 привел нас к ~~целочисленному~~ ~~ответу~~ \neq паре, $\Rightarrow (m; n) = (10; 3)$.

Ответ: $(10; 3)$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Попробуем при $A=3$ и $m \leq 17$ $k=13$, $\Rightarrow k+13=28$ — не всегда прост. число.~~

$$A = (m-2n)(m-2n+13) = k(k+13)$$

$$B = mn(k-2)$$

• Если $k+13 = 17$ или 15 ; $\Rightarrow k = 4$ (к-простое число)

$$k = 4$$

$$k = 2$$

$$k = 2$$

не подходит, ведь $2n$ — не прост.?

$$B = mn \times 2 \neq q^2 \quad \text{если } k=4, \text{ но } mn =$$

$$\begin{matrix} \times 15 \\ 15 \end{matrix} \times q$$

$$= 15 \times q; 2 = q, \text{ ведь}$$

но $2m$; $2n$ и $2mn$ — не прост. числа,

и 15 они тоже не могут, ведь mn

m и n будут не целыми (если m и $n \neq 1$), \Rightarrow

\Rightarrow если m и $n \neq 1$, но $q \leq 2$, $\Rightarrow m \times n = 30$;

$$k=4 = m-2n, \Rightarrow m - \frac{60}{m} - 4 = 0, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m^2 - 4m - 60 = 0, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 = 6, m_2 = -10 \text{ (не натур.)} \Rightarrow m = 10, \Rightarrow n = 3.$$

Посмотрев m и n видно, что они подходят. $(10; 3)$

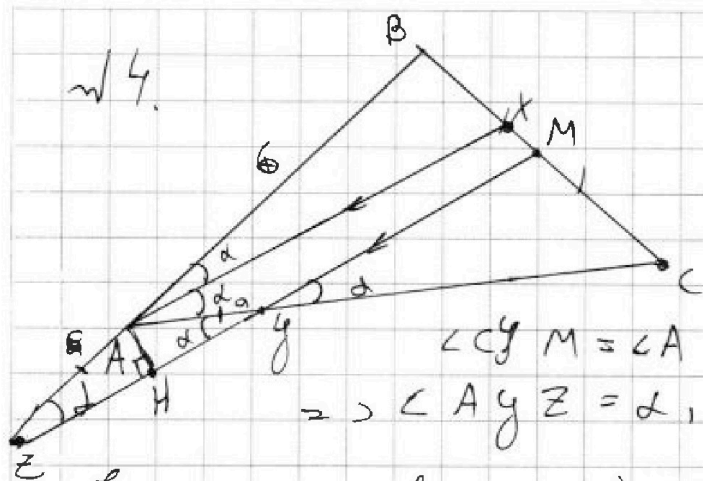


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) $AX \parallel YM$ (по углу), то
 $\angle MYC = \angle MAC = \alpha$;
 $AX - \text{ медиана } \Rightarrow \angle BAX = \alpha$

$\angle CYM = \angle AZC$ (как вертикал), \Rightarrow
 $\Rightarrow \angle AYZ = \alpha, \Rightarrow \angle AZY = 2\alpha - \alpha = \alpha$

(по теор. о вер. угле), $\Rightarrow \triangle ZAY$ - равноб.; \Rightarrow
 $\Rightarrow ZA = AY = 6$.

По теор. Мюрера: $\frac{AY}{YC} = \frac{AM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} = 1, \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{6}{12} \times \frac{BA+6}{6} = 1, \Rightarrow BA = 6$$

Проведем AH.

$$\cos \alpha = \frac{AH}{ZH} \cdot \frac{ZH}{ZA} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, \Rightarrow \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 =$$

$$= 2 \times \frac{4}{9} - 1 = \frac{8}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

По теор. косинусов для $\triangle BAC$:

$$BC^2 = 36 + 18^2 + 2 \times \frac{1}{9} \times 6 \times 18, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BC^2 = 360 + 4 \times 6 = 360 + 24 = 384, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BC = 2\sqrt{96} = 4\sqrt{24} = \underline{8\sqrt{6}}$$

Ответ: $8\sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \nlessdot 3$$

$$\sqrt{13} \nlessdot 7$$

$$\sqrt{13} < 7, \Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \text{ - подходит.}$$

$$2) x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$$

$$-1 - \sqrt{13} \text{ vs } -8, \Rightarrow$$

$$= 5\sqrt{13} \text{ vs } -7, \Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \text{ -}$$

$$\text{- подходит.}$$

$$3) x = -0,5 + \sqrt{10}$$

$$-0,5 + \sqrt{10} \text{ vs } 3$$

$$\sqrt{40} \text{ vs } 7, \Rightarrow x = -0,5 + \sqrt{10} \text{ -}$$

$$< \text{ , } \text{ подходит.}$$

$$4) x = -0,5 - \sqrt{10}, \Rightarrow 7 \quad -0,5 - \sqrt{10} \text{ vs } -4$$

$$-\sqrt{40} \text{ vs } -7, \Rightarrow x = -0,5 - \sqrt{10} \text{ -}$$

$$\text{- подходит.}$$

Итак, все реш. ~~указано~~ 0 из 3, \Rightarrow

$$\rightarrow \text{ответ: } x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \quad ; \quad x = -0,5 + \sqrt{10}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt[4]{5} \begin{cases} 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 & (1) \\ \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} & (2) \end{cases}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \quad (2)$$

ОДЗ: $x \geq 0; y \geq 0$.

при $x \geq 0$ $2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x}$ и $2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y}$ —

строго возрастают, \Rightarrow единств. x и

y соответ. опреде. знач. функц., \Rightarrow

$\Rightarrow x = y$. перенесем 2 уравн.:

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x^2-x}$$

Положим $a = \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{12-x^2-x}$;

$$a^2 = x+4 + 3-x - 2\sqrt{12-x^2-x} \Rightarrow \text{ОДЗ: } \begin{cases} x \geq -4 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2 = 7 - 2\sqrt{12-x^2-x} \Rightarrow 2\sqrt{12-x^2-x} = 7 - a^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a + 5 = 7 - a^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1 = 1; a_2 = -2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x}$$

const

слева — const; справа — функц.,

которая строго возр., \Rightarrow

\Rightarrow единств. решен. этого уравн.

Подбором находим

$$\sqrt{3-x} + \sqrt{x+4} = x+4$$

$$\sqrt{3-x} = 2x, \Rightarrow 3-x = x^2 \Rightarrow x^2 + x - 3 = 0$$

$x > 0$

строго
возраст.

$$-2 = \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3-x - 4\sqrt{3-x} + 4 = x+4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x-3 = -4\sqrt{3-x} \Rightarrow x \leq \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 = -16x + 48 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 4x - 39 = 0$$

$$D = 16 + 39 \times 4 \times 4 = 40 \times 16 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{-4 + 8\sqrt{10}}{8}; x_2 = \frac{-4 - 8\sqrt{10}}{8}$$

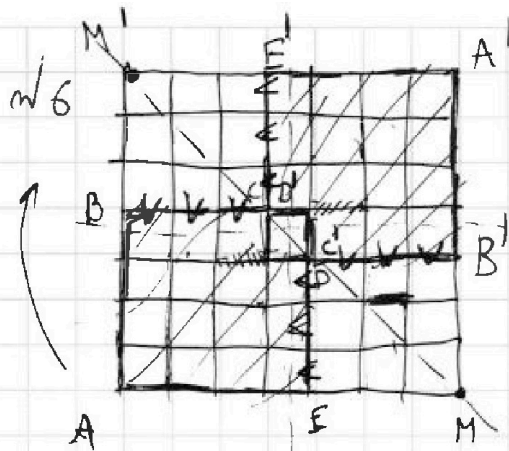


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Рассм. многоуг. $ABCDE$ и $A'B'C'D'E'$.

Для каждого узла из $ABCDE$ найдем соседние узлы $A'B'C'D'E'$, в которых при повороте на π совп. с узл. $ABCDE$.

Всего узлов в $ABCDE$, не считая узла симметрии, 32 , $\Rightarrow 32$ соседа закр. уз. в $ABCDE$ не счит. симм. (v) узла.

Рассм. $BM'E'D'$ и $B'MED$.

по логике рассм. узлов 24 , \Rightarrow
пар

\Rightarrow всего пар узлов $32 + 24 = 56$.

Введем ком-во раскрасок с повторениями:

$$\frac{(8 \times 7 \times 2) \times (8 \times 7 \times 2 - 1)}{2} = \frac{8 \times 7 \times (8 \times 7 \times 2 - 1)}{2} - \text{из них}$$

56 - повторяется 2 раза, а остальные 4 , \Rightarrow

$$\Rightarrow \text{всего разн. раскр.} = \frac{8 \times 7 \times (8 \times 7 \times 2 - 1)}{2} - 56 + \frac{56}{2} =$$

$$= 2 \times 7 \times (16 \times 7 - 1) - 14 + 28 = 14 + 14 \times (16 \times 7 - 1) =$$

$$= 14 \times 16 \times 7 = 1568.$$

Ответ: 1568 .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$16 - 64 + 72 - 16 - 8 =$
 $\frac{18}{72}$
 $x^4 + 6x^3 + 6x^2 - 4x - 8$

1	8	18	8	-8
6	6	-4	0	

$x^4 + 6x^3 + 6x^2 - 4x - 8 + 2x^3 + 2x^2 + 12x - 8$
 $\frac{16 \times 6}{96}$
 $-64 +$
 -96
 $\frac{32}{18}$
 $8 \checkmark 3\sqrt{6}$
 $64 \checkmark$
 32
 16
 32
 $-8 + 24 - 12 - 4$
 -5
 $1.6 \times 2 - 24 - 4$
 12.5
 2.75
 6.75
 $+27.5$
 12.5
 30
 2.5
 $(x+2)(x^2+4x-2) \Rightarrow$
 $\Rightarrow x^3 + 4x^2 - 2x + 2x^2 + 8x - 4 =$
 $= x^3 + 6x^2 + 2x - 4$
 $(x^2 + 4x - 2)(x + 2) =$
 $= x^3 + 6x^2 + 2x - 4$
 $(x+4)(3-x) \Rightarrow$
 $\Rightarrow x^2 - 4x + 12 - 3x + 12 =$
 $= x^2 - 7x + 24$
 $(x^2 + 4x - 2)(x + 2) =$
 $= x^3 + 6x^2 + 2x - 4$
 $(x+4)(3-x) \Rightarrow$
 $\Rightarrow x^2 - 4x + 12 - 3x + 12 =$
 $= x^2 - 7x + 24$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

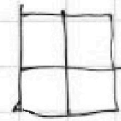
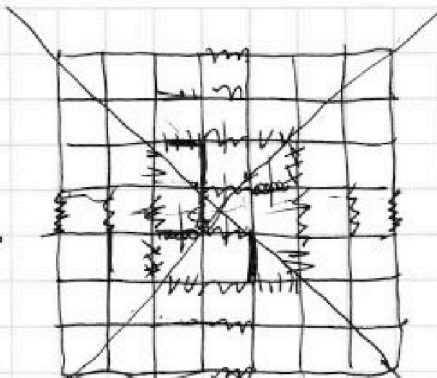


15

2

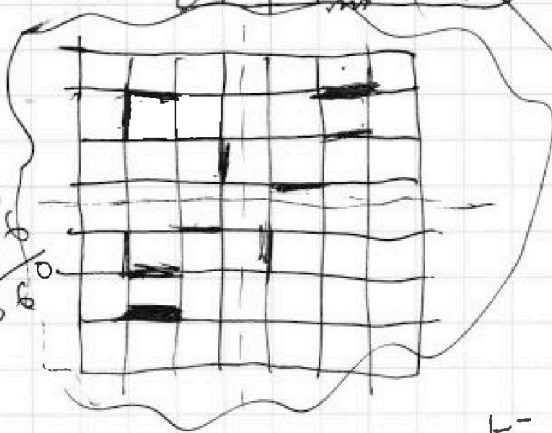
3

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 334/4 \\ \hline 24 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 18 \\ - 18 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ + 18 \\ \hline 36 \\ + 324 \\ \hline 360 \end{array}$$



наши
2

все, кроме наших

$$K = 15 \quad 15/n^2$$

$$15 \times 28 \quad 15 \times | \quad | \quad |$$

17 (13)

$$\begin{array}{r} 14 \\ + 16 \\ \hline 30 \\ + 84 \\ \hline 114 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1568 \overline{) 224} \\ - 14 \\ \hline - 16 \\ - 14 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 96 \overline{) 224} \\ - 8 \\ \hline 16 \end{array}$$

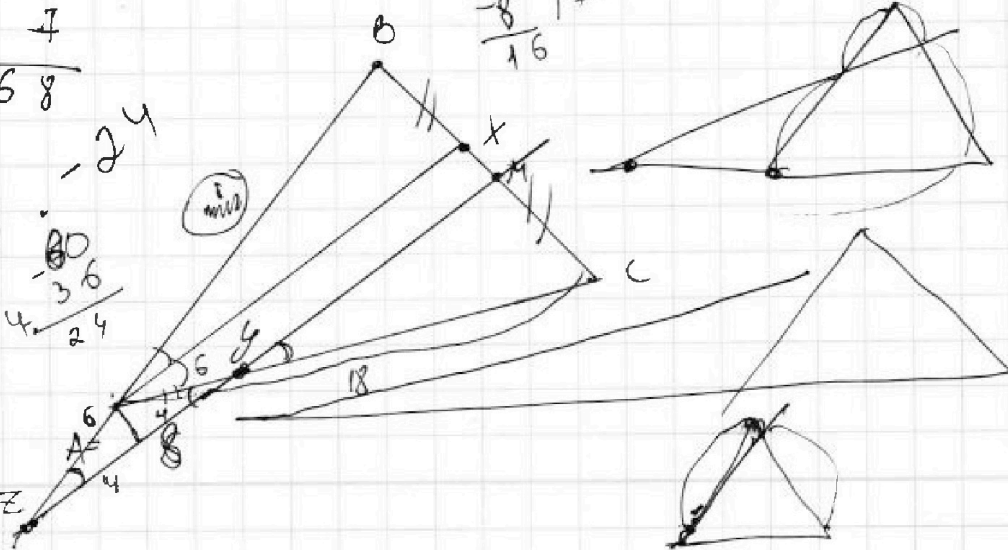
$$\begin{array}{r} 224 \\ + 4 \\ \hline 228 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ - 24 \\ \hline -8 \end{array}$$

min

$$\begin{array}{r} 4 \\ - 36 \\ \hline -32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 + 24 \\ = 36 \\ 36 - \end{array}$$



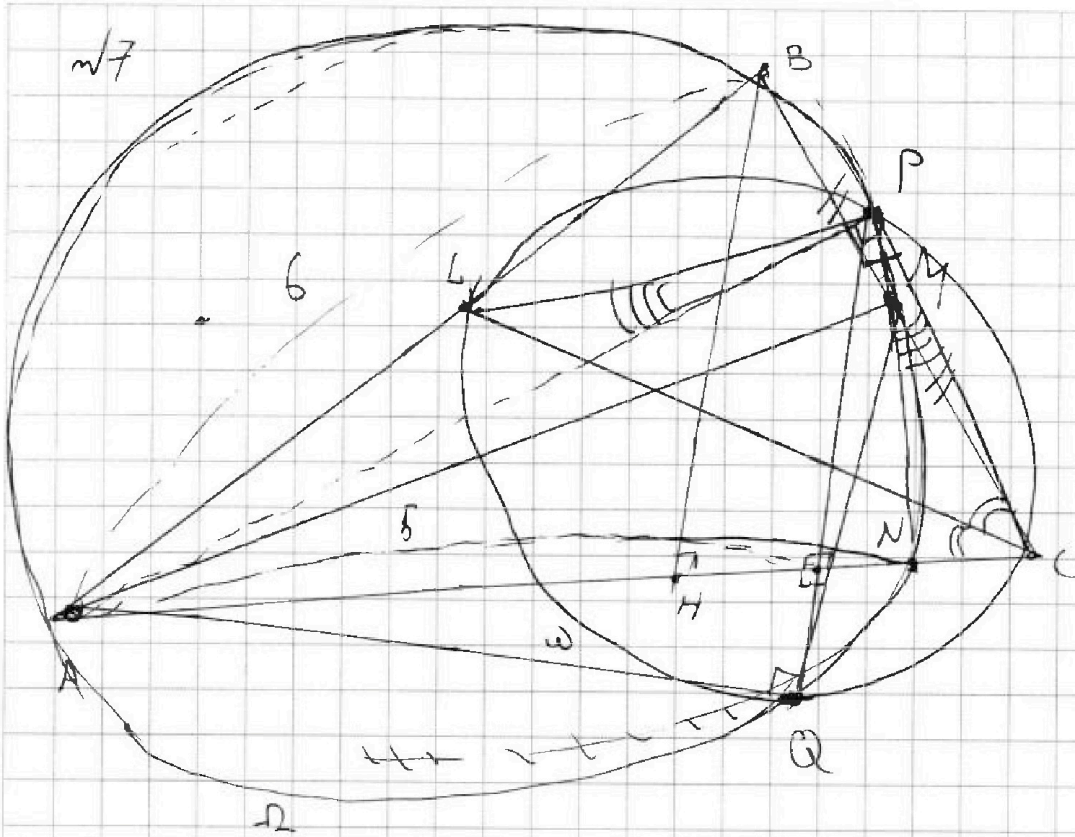


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

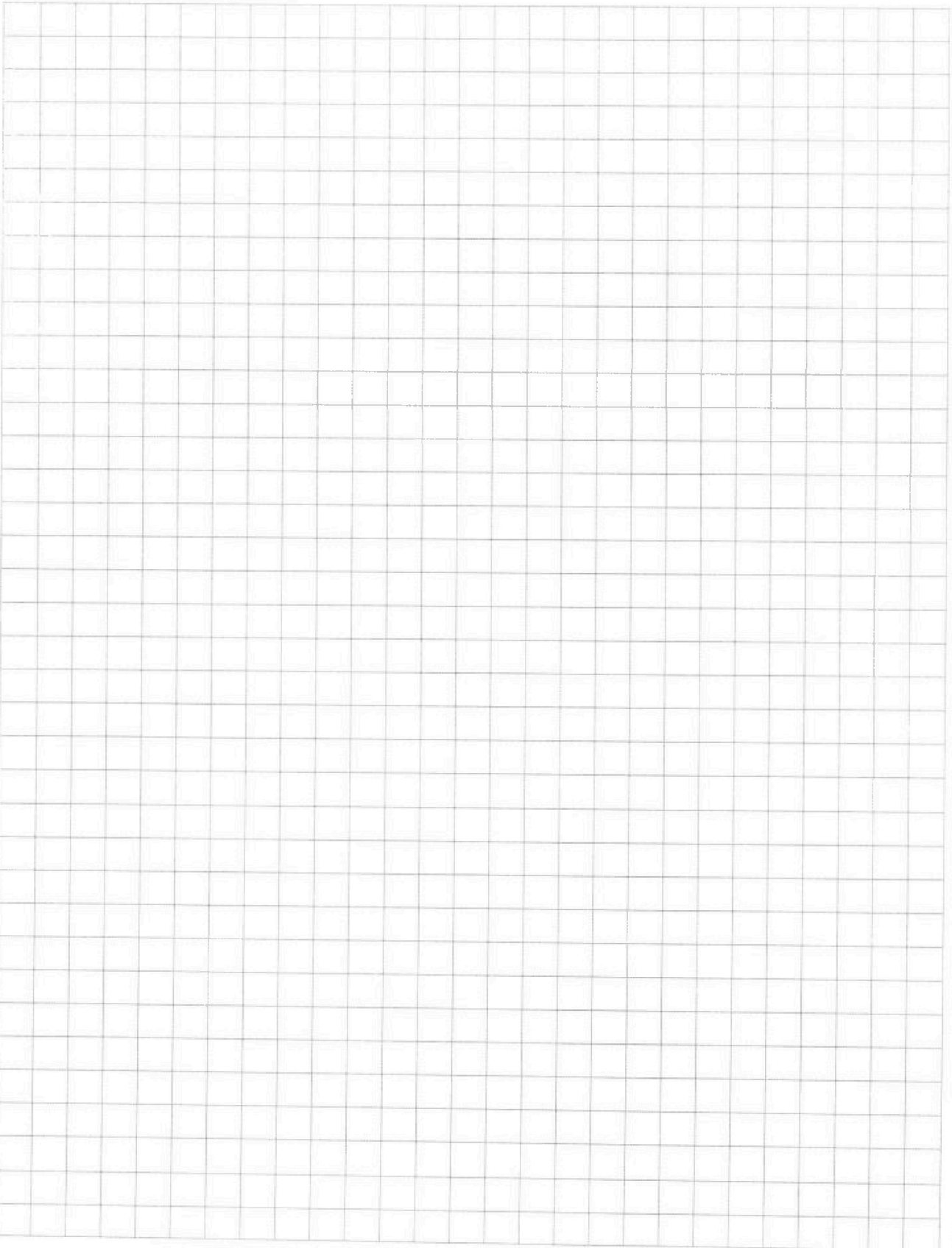
5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



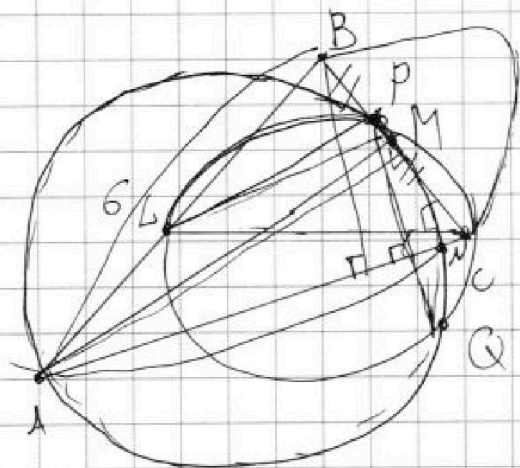


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$k + 13 = \cancel{r^2} \times 17$$

- $k + 13 = r^2 \times 17 \checkmark$
- $k + 13 = r^2 \times \checkmark$
- $k + 13 = r \times 17 \checkmark$
- $k + 13 = 17 \checkmark$
- $k + 13 = k \checkmark$
- $k + 13 = \textcircled{2} \checkmark$

$$\frac{2}{3} x - 2 = \frac{3}{2} x + 2, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6x - 2 =$$

$$4x - 26 = 9x + 2 \times 6$$

$$5x = -24, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = -4,8, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y =$$

$$-0, \approx \sqrt{8+26-x} = x+4$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 3 \\ 16 \times 6 \\ \hline 96 \end{array} \quad -100 - 2\sqrt{6}$$

$$12 - 12(-2 - \sqrt{6}) =$$

$$= 36 + 12\sqrt{6} \quad d = 6\sqrt{6} + 16$$

$$x^2(x+4)^2 = (4 + 4\sqrt{6} + 6)(2 - \sqrt{6})^2 =$$

$$= (10 + 4\sqrt{6})(10 - 4\sqrt{6}) = 100 - 16 \times 6 =$$

$$= \textcircled{4}$$

$$-6 \times (2 + \sqrt{6})^2 = -24 - 24\sqrt{6} - 6 \times 6$$

$$-24 - 24\sqrt{6} - 36 = -60 - 24\sqrt{6}$$

$$36\sqrt{6} + 6 + 16 = 36 + 12\sqrt{6} + \textcircled{4} + 24\sqrt{6} =$$

$$= 3 \cdot 6 + 16 = 6(6 + 10)$$