



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 5

1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} a_3 = 3x + 3 \\ a_5 = (x^2 + 2x)^2 \\ a_9 = 3x^2 \end{array} \right.$$

d — разность этой арифметической прогрессии
 $a_9 - a_3 = 6d \Rightarrow (9-3)d = 3x^2 - 3x + 3$
 $6d = 3x^2 - 3x + 3$

$$d = \frac{1}{2}(x^2 - x - 1).$$

$$a_5 = a_3 + 2d = (x^2 + 2x)^2$$

$$3x + 3 + x^2 + 2x = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(x^4 + x^3) + (3x^3 + 3x^2) - 2(x + 1) = 0$$

$$x^3(x+1) + 3x^2(x+1) - 2(x+1) = 0$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+1)(x^3 + x^2 + 2x^2 - 2x + 2x + 2x - 2) = 0$$

$$(x+1)(x^2(x+1) + 2x(x+1) - 2(x+1)) = 0$$

$$(x+1)^2(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x+1 = 0 \\ x^2 + 2x - 2 = 0 \end{array} \right] \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = -1 + \sqrt{3} \\ x = -1 - \sqrt{3} \end{array} \right]$$

$\therefore = 4.3$

Ответ: $x_1 = -1$, $x_{2,3} = -1 \pm \sqrt{3}$



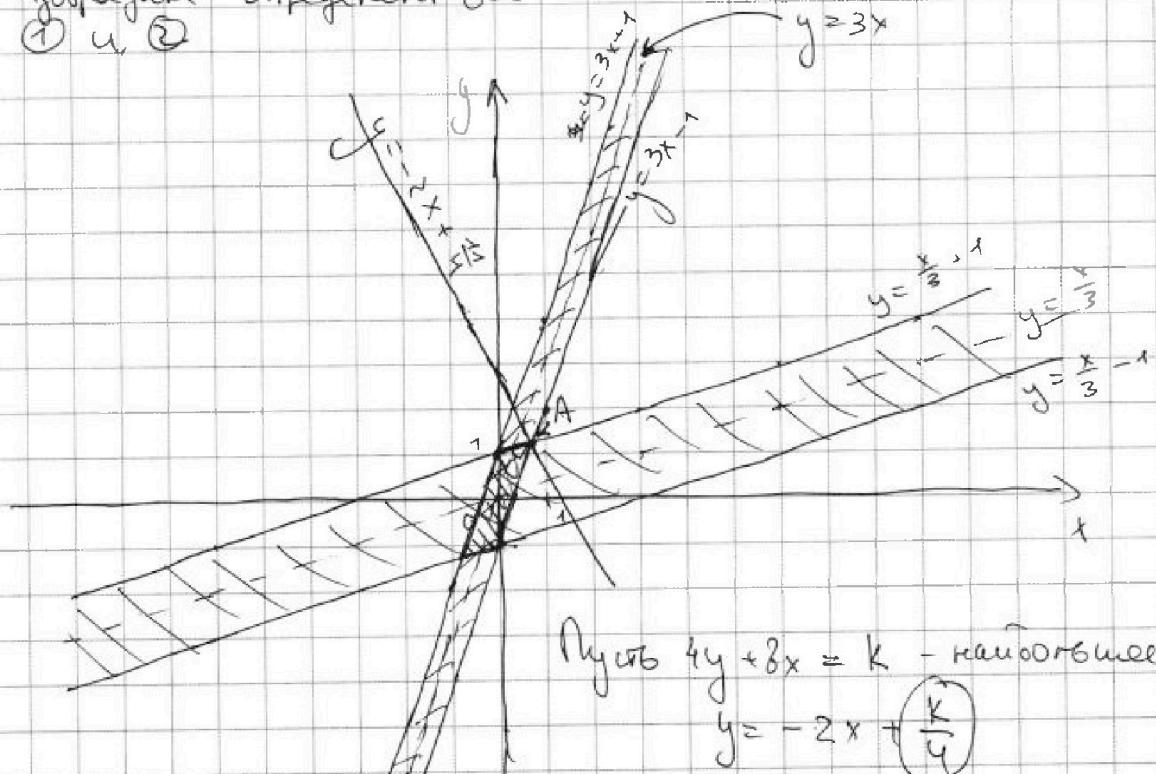
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Изобразим отведененные нами множества точек
① и ②



Пусть $4y + 8x = k$ - наибольшее.

$$y = -2x + \frac{k}{4}$$

точка пересечения
с осью OY .

\Rightarrow Прямая $y = -2x + \frac{k}{4}$

должна содержать хотя бы одну
точку из изображенного множества и
находиться как можно выше.

Так будет, если прямая будет проходить через точку А

$$\text{т.к. } \begin{cases} y = \frac{x}{3} + 1 \\ y = 3x - 1 \end{cases} \quad \frac{x}{3} + 1 = 3x - 1$$

$$2 = \frac{8}{3}x \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{3}{4} \Rightarrow y = \frac{5}{4}$$

$$\text{тогда } \frac{5}{4} = -2 \cdot \frac{3}{4} + \frac{k}{4}$$

$$5 = -6 + k$$

$$k = 11$$

Ответ: 11.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\max (4y + 8x)$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$① \quad x - 3y \geq 0$$

$$y \leq \frac{x}{3}$$

$$x - 3y \leq 3$$

$$y \geq \frac{x}{3} - 1$$

$$\begin{cases} y \leq \frac{x}{3} \\ y \geq \frac{x}{3} - 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y \leq \frac{x}{3} \\ y \geq \frac{x}{3} - 1 \\ y > \frac{x}{3} \\ y \leq 1 + \frac{x}{3} \end{cases}$$

или

$$x - 3y \leq 0$$

$$y \geq \frac{x}{3}$$

$$3y - x \leq 3$$

$$y \leq 1 + \frac{x}{3}$$

$$\begin{cases} y \geq \frac{x}{3} \\ y \leq 1 + \frac{x}{3} \end{cases}$$

$$② \quad 3x - y \geq 0$$

$$y \leq 3x$$

или

$$3x - y < 0$$

$$y > 3x$$

$$3x - y \leq 1$$

$$y \geq 3x - 1$$

$$y \leq 3x$$

$$y \geq 3x - 1$$

$$y - 3x \leq 1$$

$$y \leq 3x + 1$$

$$y > 3x$$

$$y \leq 3x + 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y \leq 3x \\ y \geq 3x - 1 \\ y > 3x \\ y \leq 3x + 1 \end{cases}$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 5m - 5n = (m+n)^2 - 5(m+n) = (m+n-5)(m+n)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

① Решение $A = 75q^2 = 3 \cdot 5^2 \cdot q^2$
 $(m+n-5)(m+n) = 3 \cdot 5^2 \cdot q^2 \therefore 3$.

Рассмотрим

$$\begin{aligned} & \text{Если } (m+n) : 3, \text{ то } (m+n-5) : 3 \quad (\text{т.к. } 9 : 3) \\ & \text{Если } (m+n-5) : 3, \text{ то } (m+n) : 3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (m+n-5)(m+n) : 3 \Rightarrow (m+n)(m+n-5) : 9$$

$$\Rightarrow q : 3, q = 3, \text{ тогда } (m+n-5)(m+n) : 27.$$

То есть одна из обеих пар свободных кратна 9.

$$\text{Если } (m+n)(m+n-5) : 9, \text{ то } (m+n-5) : 9 \quad (\text{т.к. } 9 : 9)$$

$$\text{Если } (m+n-5) : 9, \text{ то } (m+n) : 9$$

$$\Rightarrow (m+n)(m+n-5) : 281, \text{ но } 9^2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 27 \cdot 5^2 \neq 281 \therefore \text{противоречие.}$$

② Решение $A = 13p^2$.

9 - кратное число \Rightarrow при добавлении его к $(m+n)$ значение неизменяется \Rightarrow либо $(m+n) : 2$, либо $(m+n-9) : 2$.

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2 : 2 \Rightarrow p : 2 \Rightarrow p = 2.$$

~~последнее делится на 4~~

Переберем все делители $13 \cdot 2^4$, ~~последний делитель~~ ~~не делится на 9~~ (мы)

1) $m+n-9 = 1 \Rightarrow m+n = 10$

проверка. $1 \cdot 10 \neq 13 \cdot 4$. - не подходит

2) $m+n-9 = 2 \Rightarrow m+n = 11$,

$2 \cdot 11 \neq 13 \cdot 4$. - не подходит

3) $m+n-9 = 4 \Rightarrow m+n = 13$

$4 \cdot 13 \cdot 4 = 13 \cdot 4$ - подходит

4) $m+n-9 = 13 \cdot 2^2 = 26 \Rightarrow m+n = 35$

$35 \cdot 26 \neq 13 \cdot 4$. - не подходит



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) $m+n-3 = 13 \cdot 4$ $m+n = (13 \cdot 4 + 3)$
 $(13 \cdot 4 + 3) \neq 13 \cdot 4$ - не подходит

То есть нам подходит только вариант $(m+n) = 13$

$$B = 75q^2 = mn(m+n-3) = mn(13-3) = 10mn : 2$$

$$\Rightarrow q \cdot 75q^2 : 2 \Rightarrow q : 2 \Rightarrow q = 2$$

$$75 \cdot 4 = 10mn$$

$$mn = 30$$

$$\begin{cases} m+n=13, \\ mn=30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=13-n, \\ (13-n)n=30 \end{cases},$$

$$m^2 - 13n + 30 = 0$$

b

$$\begin{cases} m+n=13 \\ mn=30 \end{cases} \quad \begin{cases} m=13-n \\ (13-n)n=30 \end{cases}$$

$$13n - n^2 - 30 = 0$$

$$n^2 - 13n + 30 = 0$$

$$D = 169 - 4 \cdot 30 = 169 - 120 = 49$$

$$n_1 = \frac{13-7}{2} = 3$$

$$m_1 = 10$$

$$n_2 = \frac{13+7}{2} = 10$$

$$m_2 = 3$$

Ответ: $(10; 3)$ $(3; 10)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\angle YZA = \angle ZYA \quad (\text{к. к. } YM \parallel AX \text{ и } AX\text{-биссект}) \\ (\angle AZY = \angle ZAX = 2 - \text{верт}, \angle ZYA = \angle XAC - \text{общ}, \angle BAX = \angle XAC - \text{к. к. } AX\text{-биссект}) \\ \Rightarrow \angle YAZ = P/2 \Rightarrow YA = 18. \approx 18. \approx 6.$$

$$BZ = (k+1) AZ = (k+1) x.$$

М (реш)

$$\Rightarrow k = \frac{AC}{AY} = \frac{18}{6} = 3$$

Т. меньшее значение суммы, AB-сек

$$\text{БК к. } \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{BM}{BC} = 1$$

$$k = 3 \cdot \frac{3}{2^k} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{4 \cdot 3}{2^k} = 1$$

$$2^k = 12. \Rightarrow YM = ZM + AZ = 20.$$

$$\frac{YM}{AX} = \frac{AC}{CZ} \Rightarrow AX = \frac{18 \cdot 20}{18+6} = \frac{18 \cdot 3 \cdot 20}{24 \cdot 4} = 15.$$

$$\text{БК к } AX = \frac{AB}{ZM} = \frac{AB}{AB+6} \quad \text{БК к } BC = \frac{BC}{BM} = \frac{AB}{AB-6} = \frac{3}{4}$$

$$BX = \frac{15}{20} \cdot AX \cdot BM = \frac{3}{4} BM. \quad AB = \frac{9}{4} AB - \frac{9}{4} \cdot 6 =$$

$$\frac{BX}{XC} = \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{18} = \frac{24}{18} = \frac{4}{3}. \Rightarrow XC = \frac{3}{4} BX \quad \text{Чтобы } AB = 24.$$

$$AX + XC = BC \Rightarrow \frac{7}{4} BX = BC \Rightarrow BC =$$

$$\Rightarrow BX = \frac{4}{7} BC = \frac{4}{7} BC.$$

$$\frac{BX}{BC} = \frac{4}{7} \cos \alpha = \frac{\frac{1}{2} YZ}{18} = \frac{4}{48} = \frac{1}{12} = \frac{2}{3}.$$

$$BX = \sqrt{BY^2 + BY^2 - 2 \cdot AX \cdot BC \cdot \cos \alpha} = \sqrt{288 + 18^2 - 2 \cdot 18 \cdot 18 \cdot \frac{2}{3}} =$$

$$= 3 \sqrt{25 + 36 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3}} = 3 \cdot \sqrt{61 - 40} = 3 \cdot \sqrt{21}$$

$$BC = \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{3} \cdot BX = \frac{7 \cdot 3 \sqrt{21}}{4} = \frac{21 \sqrt{21}}{4} \quad \text{Ответ: } \frac{21 \sqrt{21}}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{BZ}{\left(\frac{1}{k+1} + \lambda\right)BZ} = \frac{\frac{1}{2} BC}{\frac{1}{k+1} \cdot \frac{1}{2 + \frac{AC}{AB}} \cdot BC} = \frac{1+d}{2} = \frac{2M}{Ax}$$

$$2M = \frac{(1+d)Ax}{2}$$

$$\text{Буд} \quad \frac{1}{\frac{1}{k+1} + \lambda} = \frac{1+d}{2}$$

$$Ax = \frac{2 \cdot 2M}{1+d}$$

$$d = -\frac{2}{\frac{1}{k+1} + \lambda} - 1 = \frac{AC}{AB}$$

Т. менение g_{yz} в ТГР и ср. АВ.

$$\frac{AC}{Ay} \cdot \frac{yz}{2M} \cdot \frac{BM}{BC} = 1$$

$$k \cdot \frac{yz}{2M} \cdot \frac{1}{2} \frac{BC}{BC} = 1$$

$$k \cdot \frac{yz}{2M} = 2$$

$$2M = \frac{k \cdot yz}{2} = 4k$$

$$Ax = \frac{8k}{1+d}$$

$$\frac{yM}{Ax} = \frac{yC}{AC}$$

$$\frac{yz + 4k}{8k} = \frac{1+k}{k}$$

$$8 + 4k = \frac{8k(1+k)}{(1+d)k} = \frac{8(1+k)}{1+d}$$

$$8 + 4k = \frac{8(1+k)}{1 + \frac{2}{\frac{1}{k+1} + 1} - 1} = \frac{4(1+k)}{\frac{1}{k+1} + 1} = 4(1+d)\left(\frac{1}{k+1} + 1\right)$$

$$8 + 4k = 4(1 + 1 + k) \quad k \neq 10$$

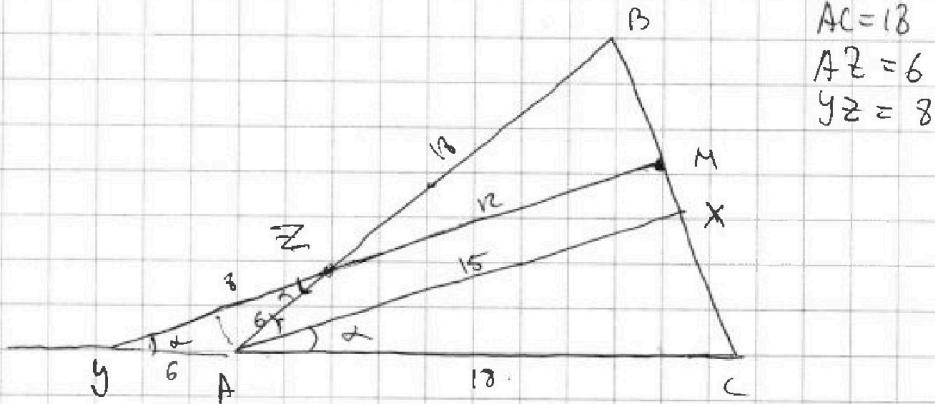


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отмьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{Найдем } \frac{AC}{AY} = k.$$

$$YM \parallel AX \Rightarrow \frac{AC}{AY} = \frac{CX}{MX} = k \quad - \text{по 7. Фалеса.}$$

$$\begin{cases} CX + MX = CM = \frac{1}{2} BC. \\ CX = k \cdot MX \end{cases} \Rightarrow (k+1) MX = \frac{1}{2} BC = BM \\ BC = 2(k+1) MX.$$

$$\text{Всегда } \frac{BM}{MX} = \frac{BZ}{AZ} \quad - \text{по 7. Фалеса}$$

$$\frac{\frac{1}{2} BC (k+1) MX}{MX} = \frac{BZ}{AZ}$$

$$BZ = (k+1) AZ. \quad AB = BZ + AZ = (k+2) AZ = \\ = \left(\frac{1}{k+1} + 1 \right) BZ.$$

$$YC = AC + AZ = (1+k) AZ = \frac{1+k}{k} AC.$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BY}{XC} \quad - \text{по СВ-вз. Диссектрисы}$$

$$BY = \frac{AB}{AC} \cdot XC \quad XC = \frac{AC}{AB} \cdot BX = \frac{1}{1+k} \cdot BC.$$

$$ABX + XC = \left(1 + \frac{AC}{AB}\right) BX = BC \Rightarrow BX = \frac{1}{1 + \frac{AC}{AB}} BC = \frac{AB}{AB + AC} BC.$$

$$\Rightarrow \frac{YC}{AX} = \frac{AB}{BZ} \Rightarrow \frac{1}{1+k} = \frac{BC}{BX} \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} & (1) \\ x^2 + 5x^2 - \sqrt{y} - y^2 + \sqrt{6+5x-y^2} = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) (x^2 - y^2) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x+1} - \sqrt{y}) = 0.$$

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{y})(\sqrt{x+1} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2) + 5(\sqrt{x+1} - \sqrt{y})(\sqrt{x+1} + \sqrt{y})(x+y) + (\sqrt{x+1} - \sqrt{y})^2 = 0$$

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{y})(\sqrt{x+1} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2) + 5(\sqrt{x+1} - \sqrt{y})(x+y) + 1 = 0$$

$$1) \sqrt{x+1} - \sqrt{y} = 0 \Rightarrow x = y, x \geq 0, y \geq 0.$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} \quad x \leq 6$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} - 5.$$

$$x+1 + 6 - x - 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 4(6+5x-x^2) - 20\sqrt{6+5x-x^2} + 25$$

$$7 - 2\sqrt{-x^2 + 5x + 6} = 4(6+5x-x^2) - 20\sqrt{6+5x-x^2} + 25.$$

$$7 - 2t = 4t^2 - 20t + 25$$

$$4t^2 - 18t + 18 = 0$$

$$2t^2 - 9t + 9 = 0$$

$$\Delta = 81 - 4 \cdot 9 = 81 - 36 = 45 = 5 \cdot 9$$

$$t_1 = \frac{9 + 3\sqrt{5}}{4}$$

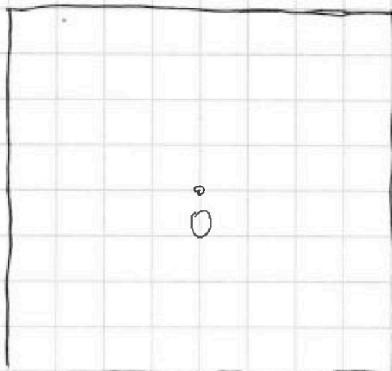
$$t_2 = \frac{9 - 3\sqrt{5}}{4}$$

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

8



Всего Узлов в камдоге ряду - 9

в камдоге стоячие - 9.

$$\Rightarrow \text{Всего } 9 \cdot 9 = 81 \text{ узлов.}$$

8

0

Не считая раскраски, получившейся
друг из друга поворотом одинаковой
получили 20 из всего раскрасок;
~~из~~ $\frac{81 - 20}{2} = 40 \cdot 81$ раскрасок.

* Здесь камдоге раскраска симметричная относительно
центра получила 2 ряда (т.к. при повороте на 180°
она переходит сама в себя), а несимметричные - 4 ряда
(т.к. при повороте свадра дополней переходит в себя, то его
можно повернуть на $30^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 0^\circ$)

Для камдоге узла, кроме центрального (точки 0)
может получиться раскраску симметричную относительно
центра и при этом только одну (точка 0 переходит при
симметрии в себя)

Всего таких получается $\frac{81 (81 - 1)}{2} = 40$ симметричных
раскрасок (делим на 2, т.к. камдоге раскраску считаем
единой: относительно точки и симметричной ей).

Пусть у нас есть a несимметричных раскрасок.
 $\Rightarrow 4a + 20 \cdot 40 = 40 \cdot 81$ - по утверждению *

↑
как-60
несимметричных
раскрасок

↑
все раскраски
(несимметричные
поворот)

$$a + 20 = 810$$

$$a = 790.$$

$$\text{Всего раскрасок: } a + 40 = 790 + 40 = 830$$

Ответ: 830.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач шумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



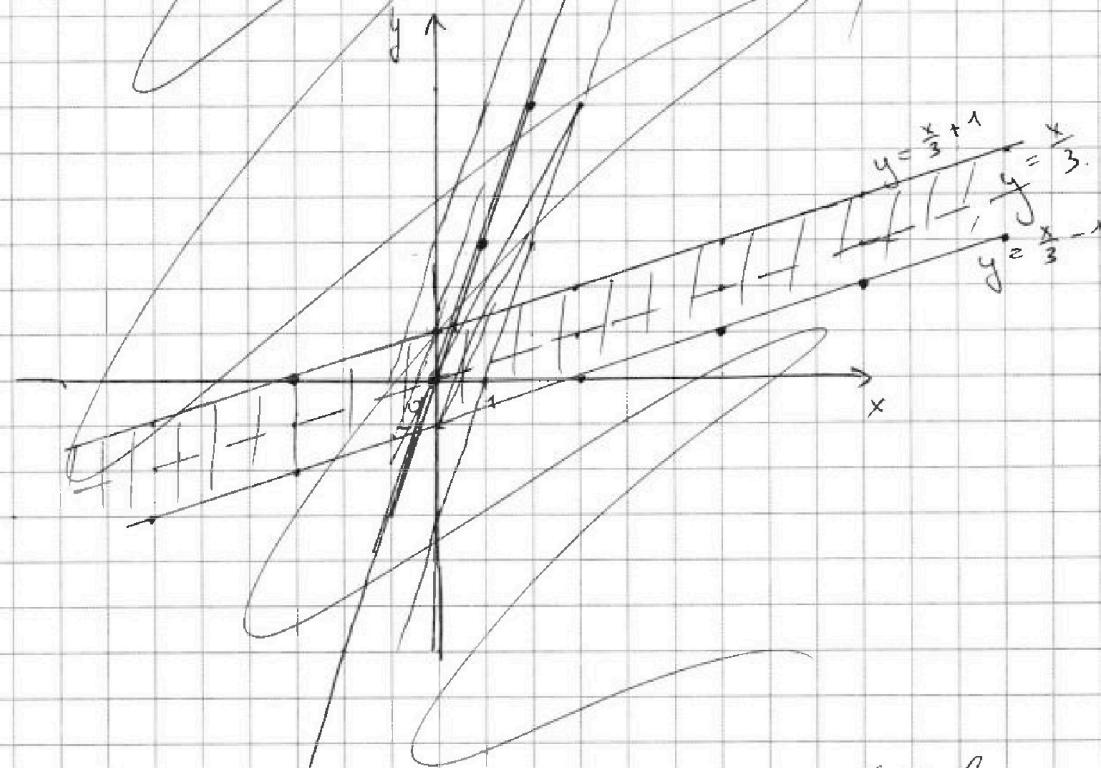
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Баранов Мурзакан определение матричного множества тогек
① ② и нахождение его пересечения.~~



c - суд.

k - суд.

k - суд.

$$x^2 + y^2 \leq 3$$

$$\frac{d}{a-d} = \frac{b}{c}$$

$$\frac{b-k}{b} = \frac{\frac{1}{2}a}{d} = \frac{(\text{од})}{\text{од}} = \frac{(cuy)}{c(z+x)}$$

~~$\frac{b-k}{b} \cdot \frac{b-k}{k} \cdot \frac{y}{cuy} = 1$~~

~~$\frac{1}{2}a \cdot \frac{b-k}{k} \cdot \frac{c}{y} \cdot \frac{x}{z} \cdot \frac{b}{c} = 1$~~

$$\frac{e}{z+y} = \frac{c}{c+y}$$

$$e = \frac{c(z+x)}{c+y}$$

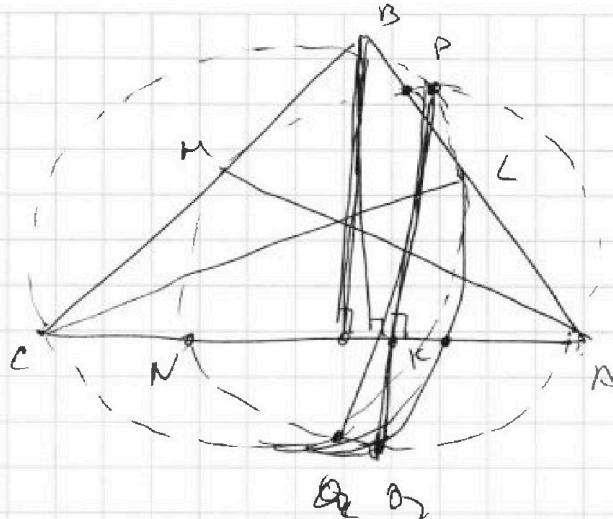


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

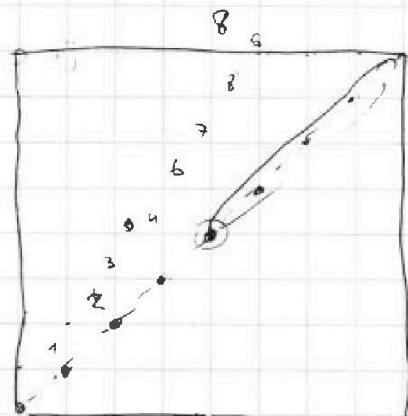
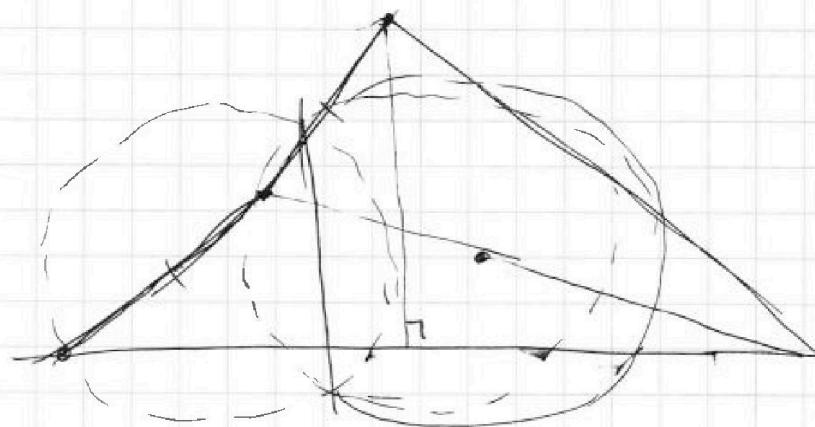


$$AM = 8.$$

$$AB = 10$$

~~ДК = АМ~~ ~~ДК = АМ~~

$\alpha_1 \alpha_2$



81 ~~число~~

$$\frac{81 \cdot 80}{2} = 4081$$

~~10~~

$$4+6+8+7+$$

$$\frac{(1+9) \cdot 10 + 9}{2} - 5 = 40$$

$$810 \quad \frac{40 \cdot 81 + 40 \cdot 2}{4} = 810 + 20 = 830$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{6-y^2} = 5 \\ x^4 - 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$5x + 5 + 6 - y^2$$

$$x^2(x^2-5) \quad x^4 - y^4 - 5x^2 + 5y^2 + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x^2+y^2)(x^2-y^2) - 5(x^2-y^2) + (\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2+y^2)(x^2-y^2-5) + (\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0$$

$$x^2 - 1 - y^2 + 6 \quad x \geq -1 \quad 6-y \geq 0$$

$$(x^2-1) - (y^2-6) \quad 6-y \geq 0 \quad y \leq 6$$

$$-xy + 6x - y + 6$$

$$(x^2-y^2)(x^2+y^2) - 5(x^2-y)(x+y) + (\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0$$

$$\cancel{(x-y)}(x+y)(x^2+y^2)$$

$$(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x+y)(x^2+y^2) - 5(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})(x+y) + (\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0$$

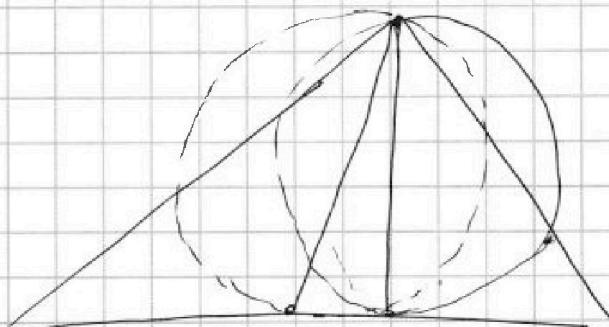
$$(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x+y)(x^2+y^2) - 5(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x+y) + 1 = 0$$

$$(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x+y)(x^2+y^2-5) = -1$$

$$x \geq -1 \quad 6 + 5x - y^2 \geq 0 \quad (x+y)(x+y+5) \geq 0$$

$$5x \geq y^2 - 6 \geq 0$$

$$5x + 1$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_3 = 3x + 3$$

$$d = \frac{a_9 - a_3}{6} = \frac{3x^2 - 3x - 3}{2} = \frac{1}{2}(x^2 - x - 1)$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_5 = a_3 + 2d$$

$$a_9 = 3x^2$$

$$a_9 = a_5 + 4d$$

$$\text{a. } a \cdot (x^2 + 2x)^2 = 3x + 3 + 2d$$

$$3x^2 = (x^2 + 2x)^2 + 4d$$

$$3x^2 - 4d = 3x + 3 + 2d$$

$$3x^2 - 3x - (3a + 2d) = 0$$

$$\mathcal{D} = 9x^2 + 12(3 + 2d) = 9x^2 + 24d + 36$$

$$a_5 = x^4 + 4x^3 + 4x^2 = 3x + 3 + x^2 - x - 1$$

$$x^2 + 2x + 2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$1 - 4 + 3 \underline{-} 2 - 2$$

$$x = -1$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \\ x^3 + x^2 \\ \hline 2x^2 + 2x \end{array}$$

$$2x^2 + 2x \quad \mathcal{D} = 4 + 3 = 12 = 4 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r} -2x - 2 \\ -2x - 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ x^4 + x^3 \\ \hline 3x^3 + 3x^2 \\ 3x^3 + 3x^2 \\ \hline -2x - 2 \\ -2x - 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$x = \frac{-1 - 2 \pm \sqrt{12}}{2}$$

$$1 \pm \sqrt{3}$$

2. 5·3



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\max(4y + 8x) - ?$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$4y + 8x = m$$

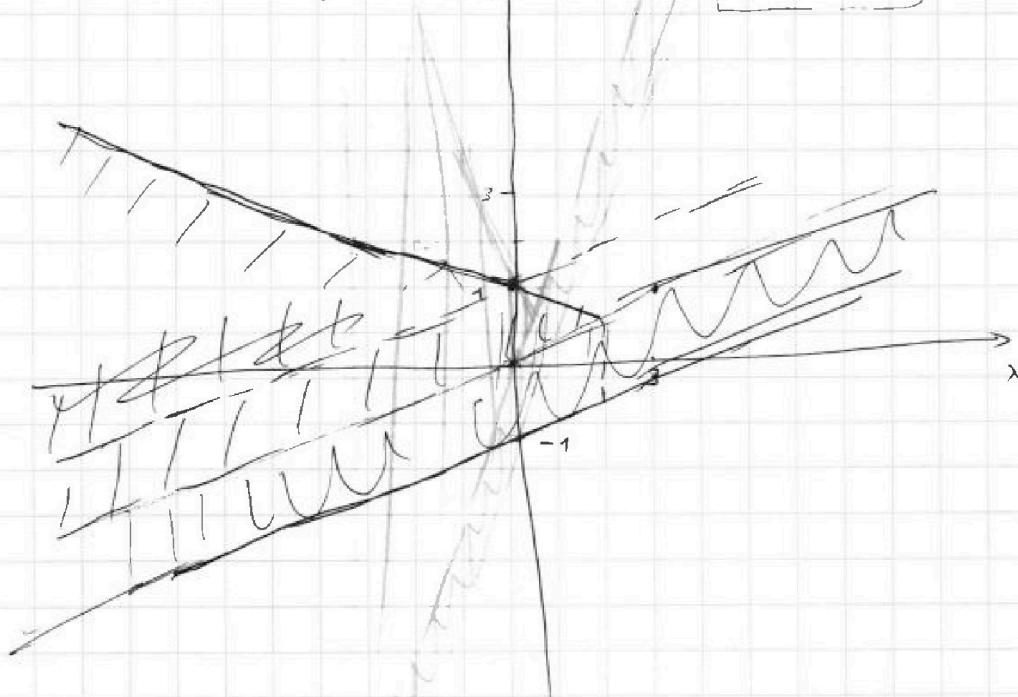
$$y = -\frac{8x}{4} + \frac{m}{4} = -2x + \frac{m}{4}$$

$$\textcircled{1} \quad x \geq 3y \Rightarrow y \leq \frac{x}{3}$$

$$\frac{x}{3} - 1 \leq y$$

$$x \leq 3y \quad y \geq \frac{x}{3}$$

$$y \leq 1 - \frac{x}{3}$$



$$\textcircled{2} \quad 3x \geq y$$

$$y \geq 3x - 1$$

$$3x \leq y$$

$$y \leq 1 - 3x$$

I-

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n.$$

$m, n \in \mathbb{N}$
 $p, q \in \mathbb{N}$, проще.

$$B = m^2n + mn^2 \neq -3mn$$

44 45

$$A = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n-9)(m+n) = 13p^2.$$

$$\textcircled{1} \quad 9 : p, \quad p = 3 \quad m+n = 10$$

$$m+n-9 = 3 \quad m+n = 12$$

$$\textcircled{2} \quad (m+n)^2 = 13 \\ (m+n) - 9 = p^2 4. \quad p = 2. \\ m+n = 13.$$

$$B = mn(m+n-3) =$$

$$A = (m+n-9)(m+n) = 75q^2 = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2 = 5^2 \cdot 3^3. \quad X$$

$$q = 3$$

$$B = mn(13-3) = 324 \cdot 5^2 \cdot 3 \cdot q^2.$$

$$mn \cdot 10 = 5^2 \cdot 3 \cdot 2^2$$

$$mn = 5 \cdot 3 \cdot 2.$$

1 ;	30
2 ;	15
3 ;	10
5 ;	6
15 ;	2
10 ;	3
6 ;	5
30 ;	1

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

