



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



- [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
- [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
 - [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
 - [4 балла] Решите систему уравнений
- $$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$
- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
 - [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение: Обозначим 1-ый член прогрессии за a_0 , а разность за d , тогда из условия: ($a, d - \text{любые} \in \mathbb{R}$)

$$3\text{-ий член: } \begin{cases} a_0 + 2d = 3x + 3 \\ | \cdot 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8d = 12x + 12 - 4a_0 \end{cases}$$

$$5\text{-ый член: } \begin{cases} a_0 + 4d = (x^2 + 2x)^2 \\ | \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8d = 2(x^2 + 2x)^2 - 2a_0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$9\text{-ый член: } \begin{cases} a_0 + 8d = 3x^2 \\ | \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8d = 3x^2 - a_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - a_0 = 12x + 12 - 4a_0 \\ 3x^2 - a_0 = 2x^2(x+2)^2 - 2a_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + a_0 = 4x + 4 \\ 3x^2 + a_0 = 2x^2(x+2)^2 \end{cases} \Rightarrow \text{---}$$

$$\frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{2}x^2(x+2)^2 \neq 4x+4 \quad (\text{поскольку заметим, что по найденному } x \text{ мы всегда сможем определить } a_0)$$

$$\cancel{x^4} \cancel{x^3} \cancel{x^2} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0, \text{ заметим, что } x = -1 \text{ - корень}$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0, \text{ заметим, что у } (*) \text{ } x = -1 \text{ - корень}$$

$$(x+1)^2(x^2 + 2x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x^2 + 2x - 2 = 0 \end{cases} ; \begin{cases} x = -1 \\ x = -1 \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

Ответ: $-1; -1 \pm \sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение: Исходная система \Leftrightarrow

$$\begin{cases} -3 \leq x - 3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq 3y - x \leq 3 \\ -1 \leq y - 3x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y - 3 \leq x \leq 3y + 3 \\ 3x - 1 \leq y \leq 3x + 1 \end{cases}$$

тогда $x \geq 3y - 3 \geq 3 \cdot (3x - 1) - 3 = 6x - 6 \Leftrightarrow 6 \geq 8x$ при этом
равенство достигается при $y = \frac{5}{4}$, $x = \frac{3}{4}$, аналогично

~~у <= 3x + 1 & x <= 8y + 8x + 1 & 8y + 10 <= 8x + 1~~ тогда $\max(4y + 8x)$

достигается при $x = \frac{3}{4}$, $y = \frac{5}{4}$, а $\max = 6 + 5 = 11$.

Ответ: 11.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение: Из условия:

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

Заметим, что если $m+n$ - чётное, то и A чётное, а

если $m+n$ - нечётное, то $m+n-9$ - чётное, а значит

$A \vdash 2$ при чётных $m, n \in \mathbb{N}$, ~~столкнувшись с~~ ~~последним~~ ~~числом~~

$$\Rightarrow mn(m+n-3) \text{ должна быть } 13p^2 : 2 \Leftrightarrow p : 2 \Leftrightarrow p = 2, \text{ т.к. } p \text{- простое}$$

ибо $75q^2 : 2 \Leftrightarrow q : 2 \Leftrightarrow q = 2$, т.к. q простое, тогда

$$\begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 52 \\ (m+n)(m+n-9) = 300 \end{cases}, \begin{cases} (m+n)^2 - 9(m+n) - 52 = 0 \quad (1) \\ (m+n)^2 - 9(m+n) - 300 = 0 \quad (2) \end{cases}, \text{ из первого:}$$

$m+n = -4$ или $m+n = 13$, но $m, n \in \mathbb{N}$, значит $m+n = 13$, а

из второго: $D = 81 + 1200 = 1281 = 3 \cdot 7 \cdot 61 \neq k^2, k \in \mathbb{Z}$, значит $m+n = \frac{g \pm \sqrt{1281}}{2}$

но $m+n \in \mathbb{N}$ - противоречие, значит число $A = 13p^2 = 52$, а

$m+n = 13$, тогда $B = 75q^2 = mn^2 + m^2n - 3mn = mn(m+n-3) = 10mn : 2$,

а значит $75q^2 : 2 \Leftrightarrow q : 2 \Leftrightarrow q = 2$, т.к. q -простое, тогда

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ 10mn = 300 \end{cases}; \begin{cases} m+n = 13 \\ mn = 30 \end{cases}, \text{ а значит по м. Виета: } m, n \text{- корни}$$

$t^2 - 13t + 30 = 0, t_1 = 3, t_2 = 10$,

тогда $\begin{cases} n = 3 \in \mathbb{N} \\ m = 10 \in \mathbb{N} \\ n = 10 \in \mathbb{N} \\ m = 3 \in \mathbb{N} \end{cases}$ Ответ: $(3; 10), (10; 3)$.

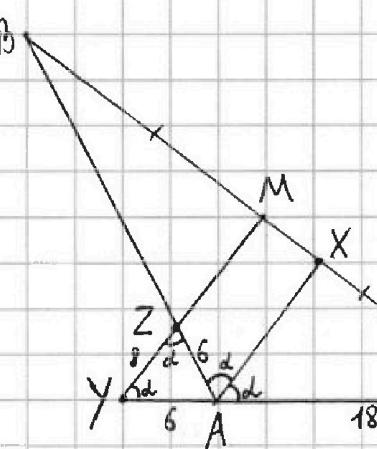


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Penetree

1) Обозначим $\angle BAX = \angle CAZ = \frac{1}{2} \angle BAC = \alpha$,

$$\text{morga } \angle BAC = 2\alpha, \angle MYA = \angle XAC = \alpha -$$

как соотв. при $MY \parallel AX$ и $cen. AY \perp$

$C_d = L_{YZA} - L_{BAX}$ - как настроить макет.

npue MY || AX u cerc. AB , morga Δ AZY - n/f, morga AZ = AY = 6

$$2) \text{ Jako m. kątowy w \(\triangle YZA\): } \cos d = \frac{YZ^2 + ZA^2 - YA^2}{2 \cdot YZ \cdot ZA} = \frac{64 + 36 - 36}{2 \cdot 8 \cdot 6} =$$

$$= \frac{64}{2 \cdot 8 \cdot 6} = \frac{2}{3}, \text{ moga } \cos \angle BAC = \cos 2d = 2\cos^2 d - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

$$3) \text{ Víto m. Mekanika f } \triangle ABC: \frac{CM}{BM} \cdot \frac{BZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{YC} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{1} \cdot \frac{BZ}{6} \cdot \frac{6}{24} = 1$$

M - cevapg. BC

Omacyga $BZ = 24$, a $AB = BZ + AZ = 24 + 6 = 30$.

4) Wóz m. kocuryceś b. $\triangle ABC$: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos L BAC$

$$= 900 + 324 + 2 \cdot 30 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9} = 12 \cdot 75 + 12 \cdot 27 + 12 \cdot 10 = 12 \cdot 112$$

$$= 24 \cdot 56 = 8 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 7 = 21 \cdot 8^2, \text{ moga } BC = 8\sqrt{21}$$

Ombrem: $8\sqrt{21}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порта QR-кода недопустима!

Решение: Рассмотрим второе ур-ние системы:

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2, \text{ где из } 0 \leq 3. x, y \geq 0.$$

$$x^4 - y^4 + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0; (x^2 + y^2)(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + 5(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0;$$

$$(x + y)((x^2 + y^2)(x + y) + 5) + 1 = 0, \text{ а значит } \sqrt{x} = \sqrt{y} \Leftrightarrow$$

$\underbrace{\geq 0}_{(x, y \geq 0)} \quad \underbrace{\geq 0}_{> 0}$

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}, \\ x \geq 0 \end{cases}, \text{ заменим, что } 6+5x-x^2 = (x+1)(6-x)$$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = (\sqrt{x+1})^2 + (\sqrt{6-x})^2 - (\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x})^2$

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 7 - (\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x})^2, \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} (\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x})^2 + (\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x}) - 2 = 0, \\ x \geq 0 \end{cases}, \begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 1 \\ \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -2 \end{cases}.$$

$$\begin{cases} x+1 = 1 + 2\sqrt{6-x} + 6-x \\ x+1 = 4 - 2\sqrt{6-x} + 6-x \\ x \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x-3 = \sqrt{6-x} \\ 4\sqrt{6-x} = 9-2x \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 9 = 6-x \\ 96 - 16x = 81 - 36x + 4x^2 \\ x \geq 3 \\ 2x \leq 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 3 = 0 \quad (1) \\ 4x^2 - 20x - 15 = 0 \quad (2) \end{cases} \quad (1) : 2 = 25 - 12 = 13$$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$, заметим, что $\frac{5-\sqrt{13}}{2} < \frac{5}{2} < 3$,

$\frac{5+\sqrt{13}}{2} > \frac{5+1}{2} = 3$ и $\frac{5+\sqrt{13}}{2} < \frac{5+4}{2} = \frac{9}{2} \vee$.

$$(2) \quad 2/x = 100 + 60 = 160, \quad x = \frac{10 \pm 4\sqrt{10}}{4} = \frac{5 \pm 2\sqrt{10}}{2}, \text{ при этом } \frac{5-2\sqrt{10}}{2} < \frac{5}{2} < 3$$

и $\frac{5+2\sqrt{10}}{2} > \frac{5+4}{2} = \frac{9}{2}$, значит единственный корень:

$$\frac{5+\sqrt{13}}{2}. \quad \text{Ответ: } \left(\frac{5+\sqrt{13}}{2}; \frac{5+\sqrt{13}}{2} \right).$$

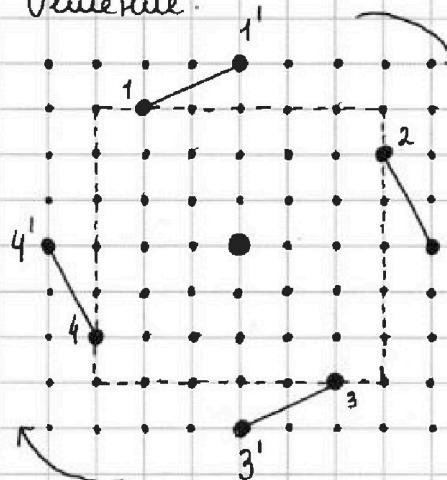
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение:



Заметим, что для каждой точки (узла) в квадрате (кроме центральной)

существует ровно 3 точки в квадрате, которые в неё переходят при повороте, т. к. квадрат симметричен по вертикали и горизонтали,

а значит и для любой пары точек (кроме центральной)

существует ровно 3 другие пары, которые в неё переходят при повороте. В случае, когда в паре участвует центральная точка, пара определяется борьбой (не центральной) точкой, а, как мы выяснили, их всего 4 для каждой пары точек.

Многое количество способов пересчитать 2 узла в белый цвет согласно условию

равно кол-ву способов выбрать 2 точки, делённому на 4, или

$$\frac{C_{81}^2}{4} = \frac{81!}{79! \cdot 2! \cdot 4} = \frac{81 \cdot 80 \cdot 79!}{79! \cdot 2 \cdot 4} = 810.$$

(т. к. всего точек $9 \times 9 = 81$)

Ответ: 810.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \begin{cases} x \geq 3y \\ 3x \geq y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq y \\ x \geq 3y \end{cases}$$

$$3y \geq y \Leftrightarrow y \geq 0$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} \geq 1 \\ \sqrt{6-x} \geq -\sqrt{6} \end{cases}$$

$$2 \cdot \frac{\sqrt{49}}{4} = 7$$

$$2 \cdot \frac{7}{2} = 7$$

$$|8x - 24y| \leq 24 ; \begin{cases} |8x+4y - 28y| \leq 24 \\ |4y+8x - 20x| \leq 4 \end{cases} \geq 6 - \sqrt{6}$$

$$6+5x-x^2 \leq ?$$

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |9x-3y| \leq 3 \end{cases}$$

$$5x^2 - 6xy + 5y^2 \leq 5$$

$$D_{1/4} = 9 - 25 \leq 0$$

$$\frac{6}{5}y = x_1, x_2$$

$$x^2 - 5x - 6 + ? \geq 0$$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

$$A = (m+n)(m+n-9) = 13q^2 ; q=2$$

$$B = mn(m+n-3) = 75p^2 ; p=2 \quad 3 \cdot 427 = 3 \cdot 7 \cdot 61$$

$$\begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 52 \\ mn(m+n-3) = 300 \end{cases}$$

$$(m+n)^2 - 9(m+n) - 52 = 0$$

$$m+n = 13$$

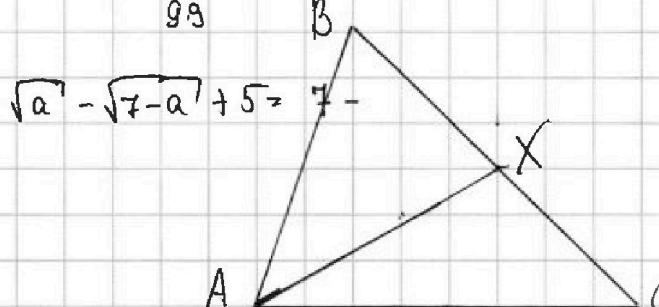
$$mn \cdot 10 = 300$$

$$mn = 30$$

$$m=3 \quad n=10 \quad n=10 \quad n=3$$

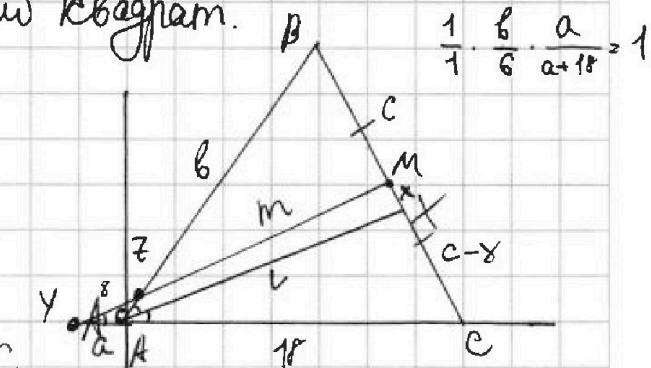
$$(m+n)^2 - 9(m+n) - 300 = 0 \quad x^2 - 2 \cdot \frac{5}{2}x + \frac{25}{4} - 6 \cdot \frac{18}{c-x} = \frac{6+6}{c+x}$$

$\varnothing = 81 + 1200 = 1281$ - не находим квадрат.



$$(m+n)(m+n-9) = 52 ; m+n = 13$$

$\parallel 300$



$$y - 6 = \frac{25}{4}$$

$$y = \frac{25}{4} + \frac{24}{4} = \frac{49}{4}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1 \quad 1-\text{б) } a-2d, \quad 2-\text{в) } a-d, \quad 3-\text{г) } a, \quad 4-\text{д) } a+d, \quad 5-\text{е) } a+2d, \\ (3x+3) \quad (x^2+2x)$$

$$9-\text{ж) } a+6d, \quad 3x^2; \quad \begin{cases} 3x+3+2d = (x^2+2x)^2 \\ 3x+3+6d = 3x^2 \end{cases}; \quad \begin{cases} 3x+3+2d = (3x+1+2d)^2 \\ x+1+2d = x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+3+2d = 9x^2+1+4d^2+4d+6x+12xd \\ x^2 = x+1+2d \Rightarrow 2d = x+1-x^2 \end{cases}; \quad \begin{cases} 9x+9+18d+1+4d^2+4d+6x \\ +12xd - 3x - 3 - 2d = 0 \end{cases}$$

$$3x(3+2+4d-1)+7+4d^2+20d=0 \quad \begin{cases} a+2d = 3x+3 | \cdot 4 \\ a+4d = x^4+4x^3+4x^2 | \cdot 2 \\ a+8d = 3x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8d = 12x+12-4a \\ 8d = 2x^4+8x^3+8x^2-2a \\ 8d = 3x^2-a \end{cases}; \quad \begin{cases} 3x^2-a = 12x+12-4a \\ 3x^2-a = 2x^4+8x^3+8x^2-2a \end{cases}$$

~~3x^2-a~~

$$\begin{cases} x^2+a = 4x+4 \\ 3x^2+a = 2x^4+8x^3+8x^2 \end{cases}, \quad 2x^2 = 2x^4+8x^3+8x^2-4x-4$$

$$2x^4+4x^3+3x^2-2x-2=0$$

$$(x+1)(x^3+3x^2-2)=0$$

$$(x+1)^2(x^2+2x-2)=0$$

$$D=1+2=3$$

$$(x+1)^2\left(x-\frac{-1-\sqrt{3}}{1}\right)\left(x-\frac{\sqrt{3}-1}{1}\right)=0$$

$$x=-1$$

$$x=\frac{-1+\sqrt{3}}{1}$$

$$x>3y$$

$$x-3y \leq 3, \quad x \leq 3+3y$$

$$4(x+2y)$$

$$2x^4+8x^3+8x^2=3x^2+3x+3$$

$$2x^4+8x^3+5x^2-3x-3=0$$

$$2. \quad \begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} |6y-2x| \leq 6 \\ |6x-2y| \leq 2 \end{cases}$$

$$4y+8x = ax-3ay+3bx-8y$$

$$70 \quad \begin{cases} 70 \\ 70 \end{cases}$$

$$y(4+3a+b) = x(a+3b-8)$$

$$4+3a+b=0, \quad 4+3 \cdot (8-3b)+b=0$$

$$a+3b-8=0, \quad a=8-3b$$

$$\begin{cases} 28-8b=0 \\ a=8-3b \end{cases}; \quad \begin{cases} b=\frac{7}{2} \\ a=\frac{16-21}{2} \end{cases}; \quad \begin{cases} b=\frac{7}{2} \\ a=-\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$x^2-6xy+9y^2 \leq 9$$

$$9x^2-6xy+y^2 \leq 1; \quad 10x^2+10xy \leq 10$$

$$x^2+y^2 \leq 1$$



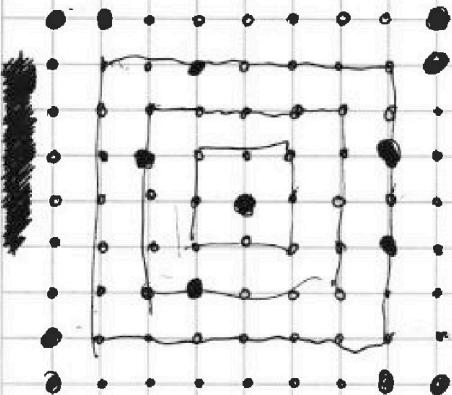
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач шумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$0 \leq a \leq \frac{\pi}{2}$$



$$C_{81}^2$$

$$\frac{81!}{79! \cdot 2! \cdot 4!} \rightarrow \frac{81 \cdot 80 \cdot 79!}{79! \cdot 2 \cdot 4} = 810$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -3 \leq x + 3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -1 \leq x - y &\leq 1 & | \cdot 2 & -2 \leq 2x - 2y \leq 2 \\ -1 \leq 3x - y &\leq 1 & | \cdot 2 & -2 \leq 6x - 2y \leq 2 \\ 8x - 4y &\leq 4 & & \end{aligned}$$

$$3y - 3 \leq x \leq 3y + 3$$

~~3y - 3~~

$$3y - 3 \leq 9x \leq 3y + 3$$

$$3x - 3 \leq y \leq 3x + 3$$

~~x < 3y + 3~~
~~y < 3x + 3~~

