



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 7

1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

$a_0 \ a_0 + d \ a_0 + 2d \dots$ - соотвествующая

арифметическая прогрессия.

По условию:

$$\left\{ \begin{array}{l} 6 - 9x = a_0 + 3d \\ (x^2 - 2x)^2 = a_0 + 5d \\ 9x^2 = a_0 + 9d \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Взяли первое уравнение из} \\ \text{последнего:} \end{array}$$
$$\textcircled{1} \quad 9x^2 + 9x - 6 = 6d$$

Взяли первое уравнение из второго:

$$\textcircled{2} \quad x^4 + 4x^2 - 4x^3 + 9x - 6 = 2d$$

Взяли второе уравнение из последнего:

$$\textcircled{3} \quad -x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x^2 = 4d$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -2x^4 - 8x^3 + 8x^2 + 18x - 12 = 4d \\ -x^4 + 4x^3 + 5x^2 = 4d \end{array} \right. \Rightarrow 3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$$

\Downarrow

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + \cancel{18x} - 6x - 6 = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$. Заметим, что $x=1$ является корнем \Rightarrow весь многочлен делится без остатка делится на $(x-1)$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ \hline x^3 - x^2 \\ \hline -3x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ \hline -3x^2 + 3x^2 \\ \hline -2x^2 + 6x - 4 \\ \hline -2x^2 + 2x \\ \hline 4x - 4 \end{array}$$

$$x^3 - 3x^2 - 2x - 4 = 0 ; \quad x^3 - 2x^2 - (x^2 + 2x + 4) = 0$$

$$x^2(x-2) - (x-2)^2 + 6 = 0$$

$$a_n(x-\alpha_0)(x-\alpha_1)(x-\alpha_2) = 0$$

$$a_{n-1} = -a_n(\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2)$$

$$a_{n-2} = a_n(\alpha_0\alpha_1 + \alpha_1\alpha_2 + \alpha_0\alpha_2) \quad \left. \right\} = 7 \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 = 3 \\ \alpha_0\alpha_1 + \alpha_1\alpha_2 + \alpha_0\alpha_2 = -2 \end{array} \right.$$

$$a_{n-3} = (\alpha_0 \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_2)(-a_n) \quad \left. \right\} \quad \left\{ \alpha_0 \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_2 = 4 \right.$$

Ответ: $x=1$

Оставшись с осл. корнями ур-ия $x^3 - 3x^2 - 2x - 4 = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 3

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 4n$$

$$A = (m+2n)^2 - 4(m+2n)$$

$$A = (m+2n)(m+2n-4)$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$$

$$B = mn(m+2n+9)$$

Или одни из чисел $11\rho^2$ и $75q^2$ не : 2, если

тогда $\rho = 2$ или $q = 2$

Если $m : 2$ или $n : 2$, то B , имеющее mn в расположении автоматически : 2. Иначе, если $m/2$ и $n/2$, рассмотрим A :

$A = (m+2n)(m+2n-4)$. Если $m+2n$ одинарной четности, то $m+2n-4$ другое, т.к. мы вычитаем 4, имеющее четность. Иначе говоря A четна : 2 \Rightarrow

Существует 2 случая

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{I} \quad A = 11p^7, \text{ где } p = ?$$

$$\textcircled{II} \quad A = 45g^7, \text{ где } g = ?$$

$$\text{I сп.} \quad (m+2n)(m+2n-4) = 44$$

$$m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 16n = 44$$

$$44 = 1 \cdot 44 = 2 \cdot 22 = 4 \cdot 11 \quad \leftarrow \text{Запутано}$$

$$\begin{cases} m+2n = 1 \\ m+2n-4 = 44 \end{cases} \quad \text{в сумме } 3+ \in \mathbb{N} = 4$$

$$\begin{cases} m+2n = 44 \\ m+2n-4 = 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} (\text{вычитаем ур-е}) \\ \Rightarrow 4 = 43 \text{ не} \end{matrix}$$

$$\begin{cases} m+2n = 2 \\ m+2n-4 = 22 \end{cases} \quad \text{в сумме } 3+ \in \mathbb{N} = 2$$

$$\begin{cases} m+2n = 22 \\ m+2n-4 = 2 \end{cases} \quad \begin{matrix} (\text{вычитаем ур-е}) \\ \Rightarrow 4 = 20 \text{ не} \end{matrix}$$

$$\begin{cases} m+2n = 4 \\ m+2n-4 = 11 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{первое равенство возможно} \\ \text{бездействием случа} \end{matrix}$$

$$m = ?$$

$n = 1$, что легко показать перебором



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Но в таком случае не выполнится второе

п-ие вк

последний случай

$$\left\{ \begin{array}{l} m+2n=11 \\ m+2n-7=4 \end{array} \right.$$

При первом п-ии выполняется еще и средняя

пара $(n; m)$

$$1) \begin{array}{ll} n=1 & 2) n=2 \\ m=9 & m=7 \end{array} \quad 3) n=3 \quad 4) n=5 \quad 5) n=5 \\ \quad \quad \quad m=5 \quad \quad \quad m=3 \quad \quad \quad m=2$$

Погодит
ног 2ое \checkmark

Погодит
ног второе \checkmark

н.г. (т.к. $m+2n=11$)

Теперь погодим найденное пары в B:

$$B = nm(2n+m^2+9)$$

$$1) 9 \cdot (2+9+9) \not\equiv 75 \oplus$$

$$2) 7 \cdot 2 (4+7+9) \not\equiv 75 \oplus$$

$$3) 3 \cdot 5 (6+5+9) = 250 = 6 \cdot 75 \Rightarrow q=2 \not\equiv 75 \oplus$$

Погодит окончательно, т.к. б уловил

то сколько $P+q = 300 \Rightarrow 6 \cdot 75 \Rightarrow q=2$

Погодит окончательно, т.к. б уловил то сколько,

что $P+q$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

h) $4 \cdot 3(8+3+9) \cancel{75} \text{ } \times$

5) $5 \cdot 1(10+1+9) \cancel{75} \text{ } \times$

II случай

$$A = 75q^2 = 300$$

$$(m+2n)(m+2n-4)$$

$$300 = 1 \cdot 300 = 2 \cdot 150 = 3 \cdot 100 = 4 \cdot 75 = 5 \cdot 60 = 6 \cdot 50 =$$

$$10 \cdot 30 = 15 \cdot 20 = 12 \cdot 25$$

Сюда будем смотреть на случаи:

1 и 300 (уже доказано, что $m+2n = 1$ в)

2 и 150 (то же самое в)

3 и 100: $m+2n = 3$ (мы отнимаем 7 от $m+2n$ и увеличиваем результат в)
 $m+2n-7 = 100$

(следует рассмотреть только

такие пары множителей, где первое

большее второго исключая $m+2n < m+2n-7$

$$-7 > 0 \quad \checkmark$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) m + 2n = 300 \\ m + 2n - 4 = 1 \quad \text{в} \quad (4 = 299)$$

$$2) m + 2n = 150 \quad \text{в} \quad (4 = 148) \\ m + 2n - 4 = 2$$

$$3) m + 2n = 100 \quad \text{в} \quad (4 = 96) \\ m + 2n - 4 = 3$$

$$4) m + 2n = 45 \quad \text{в} \quad (4 = 41) \\ m + 2n - 4 = 4$$

И т.д. для первого было линейное
системы методом деления
отличалась на 7!

$$ab = 300 \\ \begin{cases} m + 2n = b \\ m + 2n - 4 = a \end{cases} \Rightarrow b - a = 4$$

Таких расположений нет \Rightarrow II не полностью
невозможен, а ответ единственный.

Ответ: (5; 3)

Ракетически и А и В всегда чётные (одн-ака
по методу деления, \Rightarrow е.г. реш. $P = 9 = 2$)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x - 2y \leq 2$$

$$2x - y \leq 1$$

$$2x > y$$

$$x > 2y$$

$$6 - 9x + 2d = x^4 - 4x^3 + 6x^2$$

$$6 - 9x$$

$$x^4 - 4x^3 + 6x^2 + 6 - 9x$$

$$= a_0 + d$$

2

$$9x^2 + 30 - 6x^4 +$$

6

$$9x^2 - 6 + 9x$$

6

$$x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 6 + 9x$$

2

$$0 = h - x - z - \sum x - \sum X$$

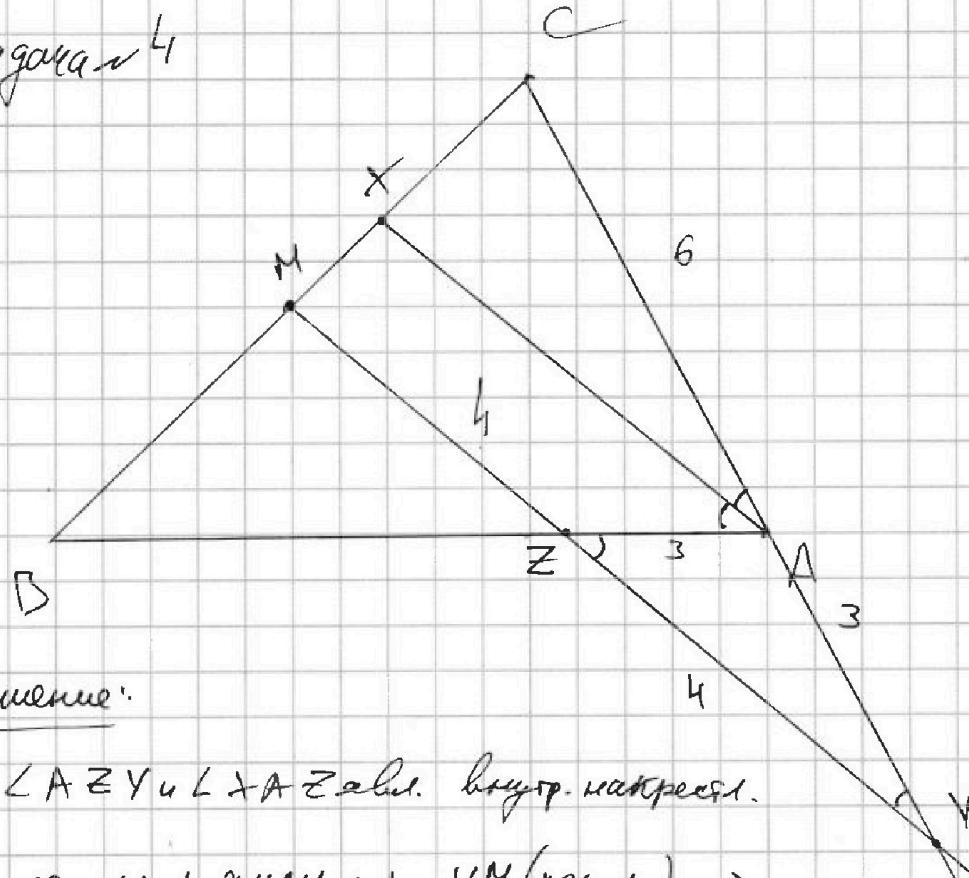
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



Решение:

1) $\angle AZY \neq \angle AZY$ (внугр. неакрсн).

при паралл. прямых XY и YM (посл.) \Rightarrow

$$\angle AZY = \angle AYM$$

2) $\angle CAZ \neq \angle AYM$ (внешн. углы при паралл. прямых AZ и MY) $\Rightarrow \angle CAZ = \angle AYM$

3) $\angle AYM - \text{бес-са} \Rightarrow \angle ZAY = \angle CAZ \Rightarrow \text{внн. угл. ?}$

$$\angle AZY = \angle AYZ \Rightarrow \triangle AZY \text{ авт. р/б по 3-рд.} \Rightarrow$$

$$|ZA| = |AY| = 3$$

21

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) Рассл. ΔCYM (AB):

ноги. Меняется:

$$\frac{AC}{AV} = \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{BM}{BC} = 1.$$

$|AC|=6$ ноги. $|YZ|=4$ ноги. M -сер. BC ноги. \Rightarrow

$$|AY|=3 \text{ no n. 3} \quad |MZ|=? \quad BM: MC = 1: 1 \Rightarrow$$

$$M: BC = 1: 2.$$

$$\frac{8}{3} \cdot \frac{4}{MZ} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow MZ = 4$$

5) Рассл. $\triangle AYZ$ т. косинусов для него:

$$|AZ|^2 = |YZ|^2 + |AY|^2 - 2 \cos \angle AYZ \cdot |YZ| \cdot |AY|$$

$$\cos \angle AYZ = \frac{16 + 9 - 9}{2 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

6) Рассл. $\triangle CYM$ т. косинусов для него:

$$|MC|^2 = |MY|^2 + |CY|^2 - 2 \cos \angle AYZ |MY| |CY|$$

$$|MC|^2 = 64 + 81 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 42 = 69 \Rightarrow |MC| = 7$$

7) M -сер. BC ноги. $\Rightarrow |MC| = \frac{1}{2} |BC| \Rightarrow$

$$|BC| = 14$$

Ответ: 14

2

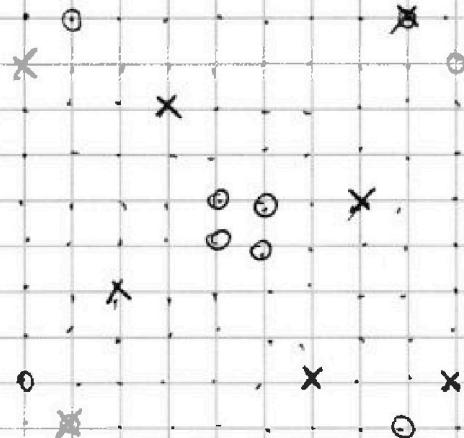
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6



У каждой ~~пары~~

У каждого угла есть симметричный ему угол откосой вправо
или влево. Составивши
задокументовать 2 пары

угла и браузер квадрат мы получим всего лишь
2 различные раскраски. Если же в пару к
углу выбрать ему не симметричный и браузать
квадрат, мы будем получать 4 новых различных
раскраски. Всего $100 \text{ углов} \Rightarrow 50 \text{ симметричных}$
(каждый угол дважды учитывается в симметричной паре)
пар. Всего способов выбрать 2 различные углы

$$= 100 \cdot \frac{99}{2} = 50 \cdot 99 \text{ пар}, 50 \text{ из которых симметричные}$$

симметричные пары удалили 2 раза, оставшиеся 46.

$$\Rightarrow \text{Всего раскрасок} = \frac{50 \cdot 99 - 50}{4} + \frac{50}{2} = 25 \cdot 49 + 25 =$$

1250 раскрасок

Ответ: 1250 раскрасок



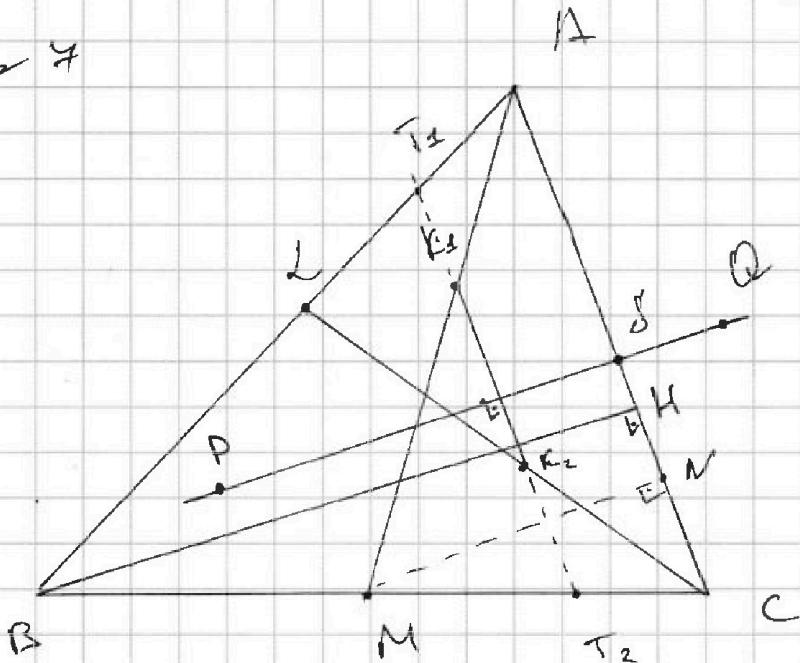
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 7



Решение:

- 1) Отметим K_1 и K_2 ; середина AM и CL соответственно
 K_1 -черт. Δ ; K_2 -черт. ω
- 2) Посл-вь общая торж. PQ перпендикулярна всем
участкам K_1K_2 ; $PQ \parallel BH$ подоб. $\Rightarrow BH \perp K_1K_2$
- 3) Графика K_1K_2 дополнила с AB и BC (точки T_1 и T_2 соот.)

Рассл. $\triangle ADC$:

$K_1K_2 \parallel AC$ ($BH \perp K_1K_2$ и т.к. $BH \perp AC$ подоб. $\Rightarrow K_1K_2 \parallel AC$)

$\tau. K_2$ - середина LC по построению

$\Rightarrow K_2T_1$ - ср. линия $\triangle ABC$ (по определению) \Rightarrow ^{нр-нр}

T_1 - середина AC





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) Рассм. $\triangle ALC$:

T_1 - сер. AL н.н.з; K_1 - сер. AM н.н.з. $\Rightarrow T_1, K_1$ - середины $\triangle ALM$ по определению $\Rightarrow T_1, K_1 \parallel LM$

$\{T_1, K_1\}$ - члн. (k, k_2) ; $(k, k_2) \parallel AC \Rightarrow T_1, K_1 \parallel AC \Rightarrow$

$AC \parallel LM$, M - середина BC н.н.з. $\Rightarrow LM$ - середина

$\triangle ABC$ по (определению) ~~члн~~ пр-ки $\Rightarrow LM$ - средина

$AB \Rightarrow$ с дн. междунар. в.в.с. \Rightarrow по пр-ки

$\triangle ABC$ - $p/5$ ($AC = BC$)

5) $\angle MNA$ обн. вписанный в окр.- \odot . Он опирается

на диаметр $AM \Rightarrow \angle MNA = 90^\circ \Rightarrow BH \parallel MN$ ($BH \perp AC$)

Рассм. $\triangle BHC$: M - сер. BC н.н.з.; $MN \parallel BH \Rightarrow MN$ по пр-ки

ср-ширина $\triangle BHC \Rightarrow NH = NC = x$.

6) Выведем общую катет BS' из треугр. $\triangle ABD$ и $\triangle BHC$ и управляем квадраты:

$$AB^2 - AH^2 = BC^2 - HC^2$$

$$16 - (5-x)^2 = (5+2x)^2 - (2x)^2$$

$$16 - 25 + x^2 + 10x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) Выразим общую катет ВН из прямоугольников
треугольников АВН и ВНС и приведем
квадрат:

$$AC = BC = 5 + 2x, \text{ где}$$

$$x = |HN| = |NC|$$

$$AB^2 - AH^2 = BC^2 - CH^2$$

$$16 - (5-x)^2 = (5+2x)^2 - (2x)^2$$

$$16 - 25 - x^2 + 10x = 25 + 4x^2 - 4x^2 + 20x$$

$$x^2 + 10x + 36 = 0$$

$$16 - 25 - x^2 + 10x = 25 + x^2 - 4x^2 + 10x$$

$$2x^2 - 36 = 0$$

$$x^2 = 18 \Rightarrow x = \sqrt{18} = |NC|$$

$$|AC| = |BC| = |AN| + |NC| = \sqrt{18} + 5$$

$$\text{Ответ: } 5 + \sqrt{18}$$

$$5 + \sqrt{18}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{y-y^2} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

$$x^3 - y^3 + 3x - 3y + \sqrt{2x} - \sqrt{2y} = 0$$

$$(\sqrt{2} + \sqrt{1})^2 = x^2 + 2 + 2\sqrt{2x}$$

$$(\sqrt{2} + \sqrt{1})^2 - \sqrt{2x} + 2y - 2 = 0$$

$$\cancel{x^3 - 2x^2} \quad 64 - 68 - 8 - 4$$

$$x^3 - 3x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$-3(x^2 + x + 1)$$

$$\cancel{x^3 - x^2} = (x-1)(x^2 + x + 1)$$

$$-3x^2 - 3 - 2x$$

$$x^3 - 3x^2 - 6x$$

$$-3(x^2 + x + 1) + 6$$

$$(x^2 + x + 1)(x-4) + 6 = 0$$

$$x^3 - 4x^2 + x^2 - 4x + 6 + x = 6 - x$$

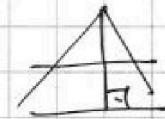
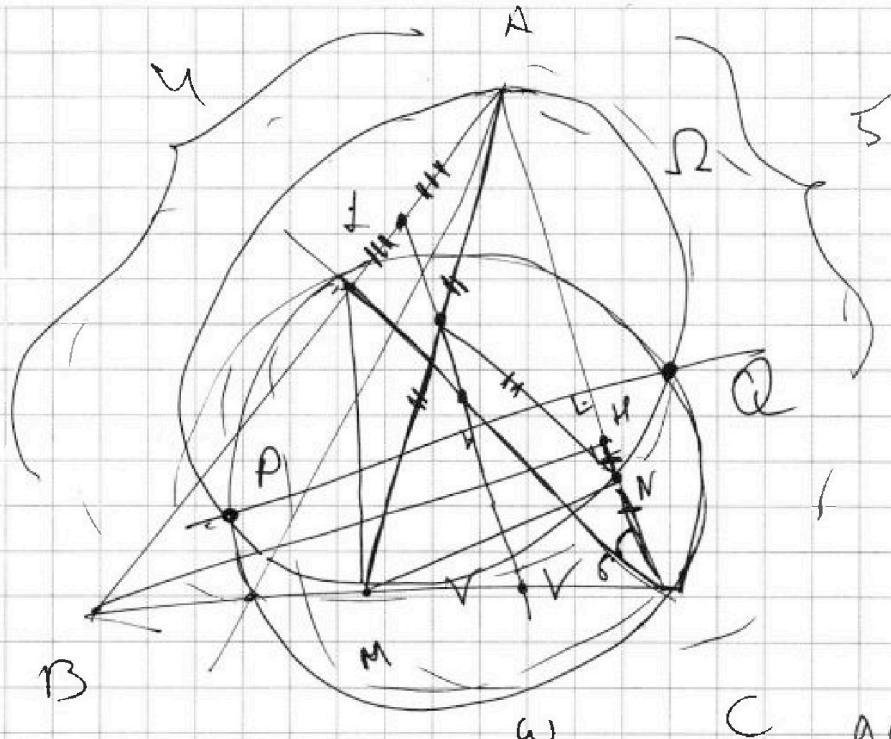


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

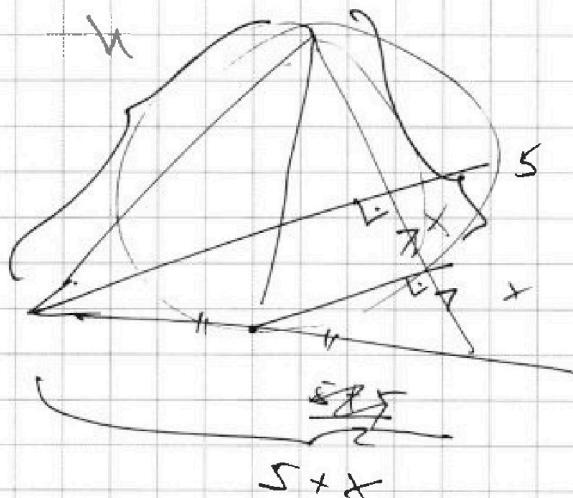
- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AC = BC$$



$$x^2 - 10x + 34 = 0$$

$$100 - 6 \cdot 34 \neq$$

$$16 - (5-x)^2 = (5+x)^2 - 4x^2$$

$$16 - 25 - 10x + 20x = 25 + 10x + 4x^2 + 10x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$$

$$(m+2n)^2 - 4(m+2n)$$

$$m^2n + 2mn^2 + 9mn$$

$$mn(m+2n+9)$$

$$(m+2n)(m+2n-4)$$

$$3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$$

$$2^2 \cdot 5^2 \cdot 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^3 - 3x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x^3 - 3x^2 - 2x - (x^2 + 2x + 1)$$

$$x^2(x+1) - 3x^2 - 3 - (x^2 + 1)^2$$

$$-3(x^2 + 1)$$

$$x^2(x+1) - 3(x^2 + 1) - (x+1)^2$$

$$(x+1)(x^2 - x - 1) - 3(x^2 + 1)$$

$$(x+1)(x^2 + x + 1) - 3(x^2 + 1)$$

$$x^3 + 1 - 2x - 2 - 3x^2 - 3$$

~~$$x^3 - 1 + 2x^2 + 2x + 2 - 3x^2 - 3$$~~

$$x^3 - 3x^2 - 2x - 4 = 0$$

~~$$x^3 - x^2 + 2x - 2 = 0$$~~

~~$$\begin{aligned} x^2(x+1) + 2(x-1) &= 0 \\ (x-1)(x^2 + 2) &= 0 \end{aligned}$$~~

$$(x^2 + 1)(x-4) - x(3+x)$$

~~$$x^2(x+1) - 3(x^2 + 1) - x^2 - 2x - 1$$~~

~~$$- (x^2 + 1) - 2x$$~~

~~$$- (x^2 + 1) \cdot 4 - 2x + x^3 + x^2$$~~

$$x(x^2 + 1) - 3x + x^2 - (x^2 + 1) \cdot 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_0 = 3 - \alpha_1 - \alpha_2 \\ \\ \end{array} \right.$$

$$3\alpha_1 - \alpha_1^2 - \alpha_2^2 + \alpha_1 - \alpha_2 + 3\alpha_2 - \alpha_1\alpha_2 + \alpha_2^2 = -2$$

$$3\alpha_1\alpha_2 - \alpha_1^2\alpha_2 - \alpha_1\alpha_2^2 = 4$$

$$-\alpha_1^2\alpha_2 + \alpha_1(3\alpha_2 - \alpha_2^2) - 4 = 0$$

$$3x^4 + 3x^2 - 12x^3 + 18x + 12 = 0$$

$$x^4 + x^2 - 4x^3 + 6x + 4 = 0$$

$$-3x^4 - 12x^3 + 12x^2 + 24x^2 = 18x^3 + 18x^2 - 12$$

$$-3x^4 + 12x^3 - 3x^2 - 18x + 12 = 0$$

$$-x^4 + 4x^3 - x^2 - 6x + 4 = 0$$

$$(x-2)(x^2 - x + 2) + 2x$$

$$\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 = 2$$

$$x-2 \quad x^3 - 8 + 2x^6$$

$$x^3 - 8 + 6x + (2+2)(x-2)$$

$$x^3 + 2x^2 - 10 = 0$$

$$x^3 + 4x^2 + 4x - 4 = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{4y} + 4 = 2\sqrt{16+5} + -\sqrt{y^2}$$

$$x^2 + 3x - \sqrt{2y} = y^2 - \sqrt{2x} + 5y$$

$$(x-y)(x^2+y^2+xy) + 3(x-y) = \cancel{16+5} - \sqrt{2y} - \sqrt{2x}$$

$$(x-y)(x^2+y^2+xy+3) = \sqrt{2y} - \sqrt{2x}$$

$$(x-y)(x^2+y^2+xy+3)^2 = 2y + 2x - 4\sqrt{xy}$$

$$\sqrt{5(x+1) + (y+3)(z-y)}$$

$$x^2 - 3x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$8 - 12 - 4 - 1$$

$$2y - 2x - 6 - 4$$

$$\begin{array}{ccc} -3 & +1 & 9 \\ 4 & 6 & 10 \end{array}$$

$$64 - 48 - 8 - 4 = 4$$

$$3 \quad 4 \quad 6$$

$$9\lambda_2^2 + \lambda_2^4 - 6\lambda_2^3 - 16\lambda_2$$

$$\frac{16}{4} = 3,5$$

$$\lambda_2(\lambda_2^3 - 6\lambda_2^2 + 9\lambda_2 - 16)$$

$$\frac{1}{2}$$

$$343 - 294$$

$$\frac{49}{8} - \frac{343}{8} - \frac{49 \cdot 3 \cdot 2}{8} - 7 - 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^3 - 3x^2 - 2x - 6 = 0$$

$$\frac{9}{2}$$

$$81 \cdot 9 = 810 - 81 = 729$$

$$6 - 81 = 681$$

$$\frac{681}{8} - \frac{686}{8}$$

$$\frac{10}{5} \xrightarrow{18} \frac{18}{5}$$

$$\frac{1000}{29} - \frac{900}{27} - \frac{20}{3} - 6$$

$$\frac{18 \cdot 18 \cdot 18}{125} - \frac{18 \cdot 18 \cdot 15 - 2 \cdot 18}{125} = 5$$

$$125 - 75 - 10 - 6$$

$$\frac{324 \cdot 3}{125} - \frac{36 \cdot 25}{125} = 6$$

$$x^3 - x^2 = x^2(x + 1) - 2(x^2 + x + 2)$$

$$- (2x^2 + 2x + 6)$$

$$-2(x + 1)$$

$$\cancel{x^2 + x + 2}$$

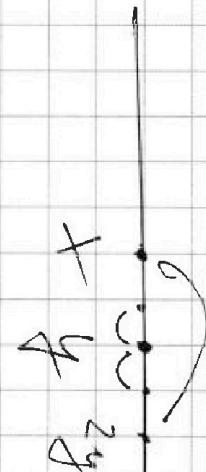
$$- ((x^2 + 2)^2 + x^2 - 2x)$$

$$-(x^2 + 2)^2 + x^3 - x^2 - x^2 + 2x$$

$$x^3 - 2x^2 + 2x$$

$$- x(x^2 + 2) - 2x^2$$

$$(x^2 + 2)(x - x^2 - 2) - 2x^2 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{x}{2} - 1 \\ y &\geq \frac{x}{2} + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - 2y &\leq 2 \\ 2x - y &\leq 1 \end{aligned}$$

$$x - 2y \leq 2$$

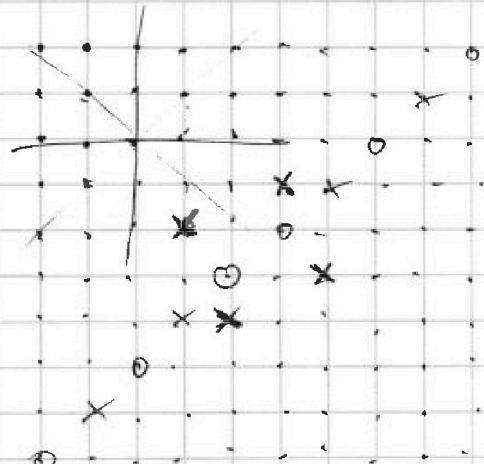
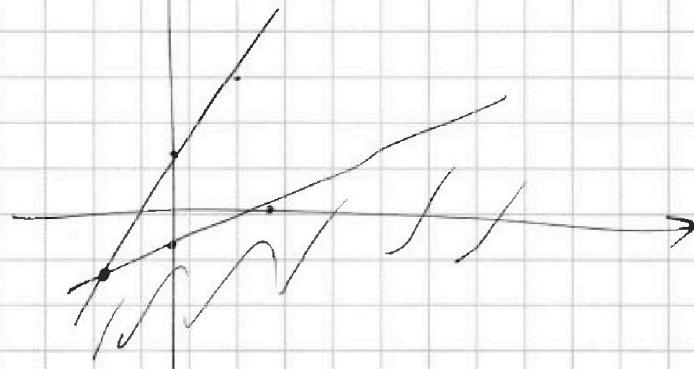
$$2y - x \leq 2$$

$$\begin{cases} x - y \leq 1 \\ y = -1 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$x + y \geq -3$$

$$x + y \leq 3$$

$$\begin{cases} 2y - x \leq 2 \\ y - 2x \leq 1 \\ y + x \leq 1 \end{cases}$$



$$50 \cdot 25 =$$

$$625 \cdot 2$$

$$1750$$

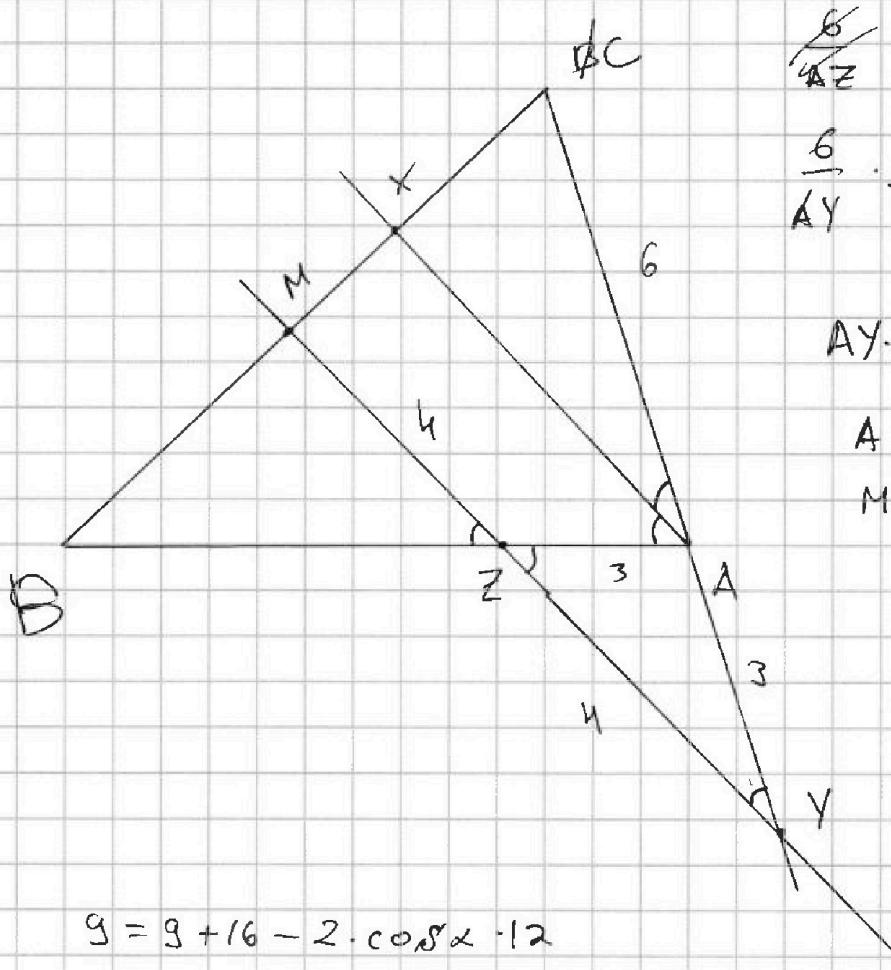


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{6}{AY} \cdot \frac{4}{MZ} \cdot \frac{1}{X} = 1$$

$$AY \cdot MZ = 12$$

$$AY = 3$$

$$MZ = 4$$

$$g = g + 16 - 2 \cdot \cos \alpha \cdot 12$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

~~$$2 \cdot 16 = 160 + 32$$~~

$$MC^2 = \underbrace{64 + 81 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 9 \cdot 16}_{125 - 96} \cdot 8 \quad \begin{matrix} 72 \cdot \frac{4}{3} \\ 12 \cdot 8 \end{matrix}$$

$$MC = \sqrt{29}$$

$$145 - 96$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_0 = 6 - 9x$$

$$\sqrt{x+2} \quad \sqrt{4-y}$$

$$a_0 + 2d = x^4 + 4x^2 - 4x^3$$

$$2 \sqrt{x+4y+16-xy}$$

$$a_0 + 6d = 9x^2$$

$$\frac{9x^7 + 12 - 18x}{3} = x^4 + 4x^2 - 4x^3$$

~~3x~~

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ - x^4 - x^3 \\ \hline x^3 - 3x^2 \end{array}$$

$$- 3x^2 + x^2 + 6x - 4$$

~~x~~

$$x^3 - 3x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x = \sqrt{n}$$

$$n\sqrt{n} - 3n - 2\sqrt{n} - 4 - \sqrt{2}$$

$$-2\sqrt{2} - 6 + 2\sqrt{2} - 4 = -10$$