



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 6

1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q – простые числа.

4. [6 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{ccccccccc}
 & & \alpha_2+2d & & & & & & \\
 a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 & a_8 & a_2+6d \\
 & & & & & & & & \\
 & & (2-12x) & & \left(x^2+4x \right)^2 & & & & -6x^2
 \end{array}$$

$$a_4 - a_2 = 2d = x^4 + 8x^3 + 16x^2 - (2 + 12x)$$

$$a_3 - a_2 = 6d = -6x^2 - (2 + 12x) \quad | :3 \quad 2d = -2x^2 - 4 + 4x .$$

$$2d = 2d \Rightarrow x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 8 + 8x = 0$$

$$\text{ногда} \ x = -2 \Rightarrow -4(6 - 6 + 72 - 8 - 16) = 0$$

$$\Rightarrow \text{но теорема Безу} : (x+2)$$

$$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4) = 0$$

$$\text{ногда} \ x = -4$$

$$-64 + 6 \cdot 16 - 24 - 4 \neq 0 \quad \text{но} \text{ногда} \ x = -4$$

$$x = -2$$

$$-8 + 24 - 12 - 4 = 0 \Rightarrow : (x+2)$$

$$(x+2)^2(x^2 + 4x - 2) = 0$$

$$D = 16 + 8 = 24 = (2\sqrt{6})^2$$

$$\therefore x_{1,2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$\Rightarrow \text{Ответ: } x = -2; -2 + \sqrt{6}; -2 - \sqrt{6}$$

Первое Страница.

Вторая Страница.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
7 из _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$10x + 5y = 5(2x + y)$$

Первая страница

~~$I \quad x \geq \frac{3}{2}y$~~

~~$\begin{cases} 0 \leq 2x - 3y \leq 6 \\ 0 \leq 3x - 2y \leq 4 \end{cases}$~~

~~$0 \leq x + y \leq 2$~~

~~$\begin{cases} 2x - 3y = a \\ 3x - 2y = b \end{cases}$~~

~~$\begin{cases} x - y = b - a \\ x + y = a + b \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} 2x = 2b \Rightarrow x = b \\ y = a \end{array} \right.$~~

~~$\begin{cases} 2b - 3a = a \\ 3b - 2a = b \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} b = 2a \\ b = a \end{array} \right.$~~

~~$\begin{cases} x - y = b - a \\ x + y = a + b \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} 2x = 2a + 6 \Rightarrow x = a + 3 \\ y = a \end{array} \right.$~~

~~$x = 1,2b + 0,8a$~~

~~$x = 0,6b + 0,4a$~~

~~$y = 0,4b + 0,6a$~~

~~$2x + y = 1,6b + 1,4a$~~

~~$1,6b + 1,4a \leq 6 \quad -4 \leq b \leq 4, \text{ то линейчатое}$~~

~~значение при $a = -6, b = -4$ - пример $x = 0, y = 2$~~

~~$\begin{cases} 5x - 5y = a + b \\ x + y = 6 - a \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} x - y = \frac{a+b}{5} \\ x + y = 6 - a \end{array} \right.$~~

~~$\begin{cases} x = 0,6b - 0,8a \\ y = 0,4b + 0,6a \end{cases}$~~

~~$2x + y = 1,6b - 1,4a$~~

~~если $a > 0$ то $x > 0 \Rightarrow 2$ варианта~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
8 из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b = -4, a \geq 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}y$$

Вторая страница

$$\left| \begin{array}{l} \frac{9}{2}y - \frac{4}{2}y \\ \hline \end{array} \right| \text{ при } a=4 \Rightarrow \frac{5}{2}y = -4 \Rightarrow y = -\frac{8}{5} \text{ - возможно}$$

$$\Rightarrow 2x + y \geq -6,4$$

$$a=6 \Rightarrow x = \frac{3}{2}y + 3$$

$$\left| \begin{array}{l} \frac{9}{2}y + 9 - 2y \\ \hline \end{array} \right| \leq 4 - \cancel{2}$$

Вторая
страница

$$2x + y \geq 1,6 \text{ б-1, ма}$$

$$10x + 5y = 16 \text{ б-1 ма} \text{ - минимально при макс а}$$

$$b = -4, a = 6 \Rightarrow x = \frac{3}{2}y + 3 \Rightarrow a = 6$$

$$\frac{5}{2}y + 9 = -4 \Rightarrow 5y = -26 \Rightarrow y = -\frac{26}{5}$$

$$-\text{возможно} \Rightarrow \min |10x + 5y| = 16 + 4 = 14 \cdot 6 = -64 - 84 = -148 \text{ при } y = -\frac{26}{5}, x = \frac{3}{2} \cdot \frac{-26}{5} + 3$$

Ответ: -148

Всего 2 страницы

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
3 из _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(q; 15q) d = q \Rightarrow c = q^2 + 13q \Rightarrow 14q = 13 - \text{неверно}$$

Вторая страница

$$(q^2; 15) d = q^2 \Rightarrow c = q^2 + 13 = 15 \Rightarrow q^2 = 2 - \text{неверно}$$

$$(q; 15q) d = q \Rightarrow c = q + 13 = 15q \Rightarrow 14q = 13 - \text{неверно}$$

$$(3q; 5q) d = 3q \Rightarrow c = 3q + 13 = 5q \Rightarrow 2q = 13 - \text{неверно}$$

Теперь когда $d \neq 0$, $c < 0$, т.к. выражение $2q$ равно 0 -

а это будет $q > 0$ и $2q < 0$ - невозможно

$$(-1; -15q^2) d = -15q^2 \Rightarrow c = -15q^2 + 13 < -1 - \text{неверно}$$

$$q \geq 2, p \geq 2.$$

$$(-3; -5q^2) d = -5q^2 \Rightarrow c = -5q^2 + 13 = -3 \Rightarrow -5q^2 = -16 - \text{неверно}$$

$$(-5; -3q^2) d = -3q^2 \Rightarrow c = -3q^2 + 13 = -5 \Rightarrow -3q^2 = -18 - \text{неверно}$$

$$(-15; -q^2) d = -q^2 \Rightarrow c = -q^2 + 13 = -15 \Rightarrow q^2 = 28 - \text{неверно}$$

$$(-q^2; -15) d = -15 \Rightarrow c = -2 = -q^2 - \text{неверно}$$

$$(-q; -15q) d = -15q \Rightarrow c = -15q + 13 = -q \Rightarrow 13 = 14q - \text{неверно}$$

$$(-3q; 5q) d = -5q \Rightarrow c = -5q + 13 = -3q \Rightarrow 2q = 13 - \text{неверно}$$

$$A = 17p^2 \\ (-1; -17p^2) d = -17p^2 \Rightarrow c = -1 = -17p^2 + 13 \Rightarrow 17p^2 = 14 - \text{неверно}$$

$$(-97; -p^2) d = -p^2 \Rightarrow c = -p^2 + 13 = -97 \Rightarrow p^2 = 30 - \text{неверно}$$

$$(-p^2; -14) d = -14 \Rightarrow c = -14 + 13 = -p^2 \Rightarrow p^2 = 4 \Rightarrow p = 2 \quad (\text{II})$$

$$(-p; -17p) d = -17p \Rightarrow c = -17p + 13 = -p \Rightarrow 16p = 13 - \text{неверно}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Третья страница.

$$11 \quad P = 2, d = -4, P = 2, \alpha = -17, e = -13.$$

$$15q^2 = mn(d-2) \Rightarrow mn \cdot -19 = 15q^2 \div 19$$
$$\Rightarrow q = 19 - \text{единственное простое} ; (9. \Rightarrow -15 \cdot 19 = mn)$$

$$m - 2n = -17$$

$$mn = -15 \cdot 19 \quad m \text{ и } n \text{ - натуральные} \Rightarrow$$

их произведение $\geq 0 \Rightarrow$ не существует.

$$\rightarrow \text{Ответ: } m = 10, n = 3$$

Всего 3 страницы.

Третья страница

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13 \quad m - 2n = (m - 2n)^d (m - 2n + 13)$$

$$B = m^2 n - 2mn^2 - 2mn = mn(m - 2n - 2)$$

Если $A = 17p^2$, то 17 кратно 17 , p — простое, то они взаимно просты.

Берегут B одинаковость \Rightarrow есть 4 варианта:

$$(1; 17p^2) \quad (17; p^2) \quad (p^2; 17) \quad \cancel{(p; 17p)}$$

Заметили $e > d$.

$$\cancel{1; 17p^2} \Rightarrow m - 2n \geq 1 \Rightarrow e = 14 = 17p^2 - \text{неверно}$$

$$\cancel{(17; p^2)} \Rightarrow d = 17 \Rightarrow e = 30 = p^2 - \text{неверно}$$

$$\cancel{(p^2; 17)} \Rightarrow d = p^2 \Rightarrow e = p^2 + 3 = 17 \Rightarrow p^2 = 14 = 2 \cdot 7 \cdot k \cdot p - \text{простое (I)}$$

$$\cancel{(p; 17p)} \quad d = p \Rightarrow e = p + 13 = 17p \Rightarrow 16p = 13 - \text{неверно (O).}$$

$$\text{I } p=2, d=4 \Rightarrow mn(d-2) = 15q^2$$

$$mn \cdot 2 > 15q^2 \Rightarrow q \cdot 2 \Rightarrow q=2 - \text{единственное}$$

$$\text{Простое: } 2 \Rightarrow \begin{cases} mn = 30 \\ m - 2n = 4 \end{cases} \Rightarrow m = 10, n = 3$$

$$\text{Если } A = 15q^2, \text{ то аналогично} \\ (1; 15q^2) \quad (3; 5q^2) \quad (5; 3q^2) \quad (15; q^2) \quad (q; 15q)$$

$$(3q; 5q)$$

$$(1; 15q^2) \quad d=1 \Rightarrow e = 14 - 45q^2 - \text{неверно}$$

$$(3; 5q^2) \quad d=3 \Rightarrow e = 6 = 5q^2, \text{ но } 3 \nmid 5 - \text{неверно}$$

$$(5; 3q^2) \quad d=5 \Rightarrow e = 18 = 3q^2 \Rightarrow 6 = q^2 - \text{неверно}$$

$$(15; q^2) \quad d=15 \Rightarrow e = 28 = q^2 - \text{неверно}$$

Первая страница

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

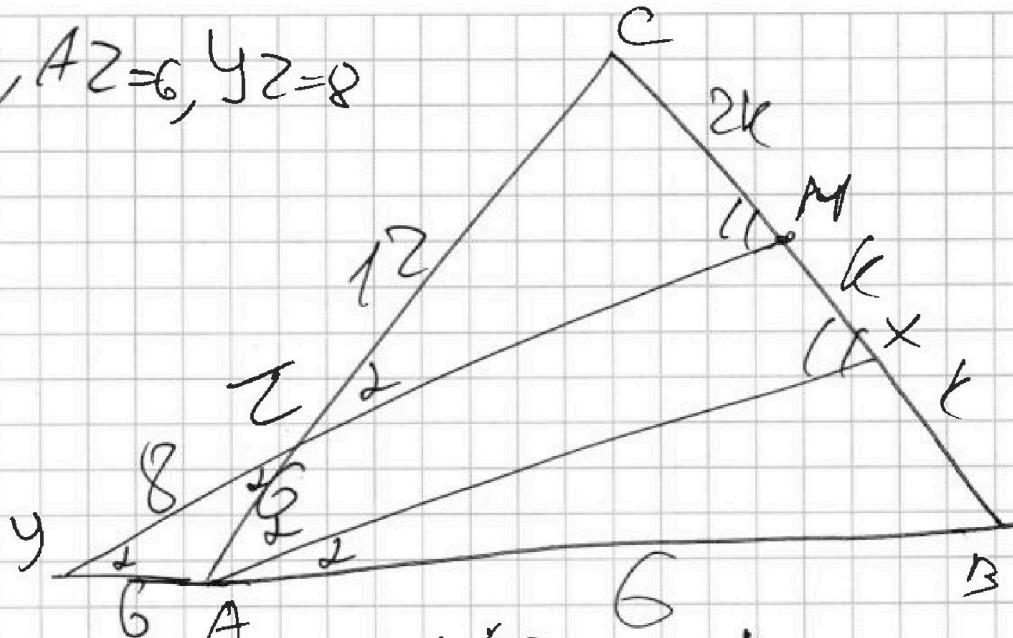
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
13 ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AC = 12, AZ = 6, YZ = 8$$

$$\Downarrow \\ CZ = 12$$



$$\angle CZM = \angle CAZ = \angle XAB = \alpha \quad CA = 2Z. \quad \Rightarrow YA = 6 = 2A$$

$$\angle YZA = \alpha \Rightarrow \angle CYA = 2\alpha - \alpha = \alpha - \text{как } \cancel{\text{внешний}}$$

Сумма внешнего угла $\angle CAB \Rightarrow YA = 2A$.

$\triangle CZM \sim \triangle CAZ$ - подобны углами $\alpha = \alpha$, $\angle CMZ = \angle CXA$

$$\Rightarrow \frac{CA}{CZ} = \frac{CX}{CM} \Rightarrow \cancel{M_y G_6} \quad BC = 4k \Rightarrow M = 2k \Rightarrow MX = k$$

$$\Rightarrow XB = k \Rightarrow MX = XB, \text{ т.д. } YM \parallel XA \parallel MY, -$$

Средина стороны MB \Rightarrow средняя линия $\Rightarrow AB = 6$

$$\angle YAZ = 180 - 2\alpha \quad \cancel{\text{GOS}}$$

Решение косинусов для $\triangle YZA$ и стороны YZ

$$YZ^2 = HY^2 + ZA^2 - 2 \cos(180 - 2\alpha) AZ \cdot AY \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G_4 = 36 + 36 - 2 \cdot 36 \cdot \cos(180 - 2\alpha) \Rightarrow 8 = 2 \cdot 36 \cdot \cos(180 - 2\alpha)$$

$$\Rightarrow \cos(180 - 2\alpha) = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos(180 - 2\alpha) = -\frac{1}{3} \quad \text{Первая страница}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
14 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение задачи с помощью теоремы Герона

$$BC^2 = AC^2 + BA^2 - 2 \cos 2\angle A \cdot AC \cdot AB$$

$$BC^2 = 324 + 36 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 6 = 24 + 36 + 324 = 384$$

$$\Rightarrow BC = 8\sqrt{6}$$

Ответ: $BC = 8\sqrt{6}$

Всего 3 страниц



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
10 из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt{3y} \sim \text{симметрический дискардиан.}$$

$$x > 0, y > 0 \text{ т.к. } \sqrt{x}, \sqrt{y}.$$

$$\sqrt{3y} > 0 \Rightarrow y \leq 3, \sqrt{12-x-y^2} \Rightarrow x < 12,$$

~~y < 3 т.к. дальше при x=0, 2y^5 > 2x^5~~ $\Rightarrow x > 0, y > 0$

~~$2\sqrt{x^2+5} = 2\sqrt{11}$~~

~~$4 > 2\sqrt{11} + \sqrt{2}$~~

$y < 2$ т.к. дальше при $x=0, 2y^5 > 2x^5$ т.к. $y^5 > x^5$

$$2 - 1 + 5 = 2\sqrt{8}$$

~~$6 = 2\sqrt{8} \Rightarrow \text{невозможно}$~~

Возможна только одна $x=y$ т.к.

$2x^5$ и $2y^5$ - главная часть 2 дроби

$x=0, y=0$ - не работает,

$x=1, y=1 \Rightarrow \sqrt{5} - \sqrt{2} + 5 = 2\sqrt{10}$ - невозможно

\Rightarrow нет решений

Вторая страница



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

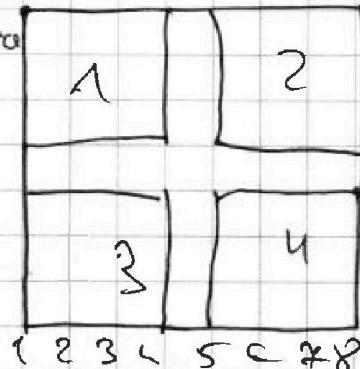
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
15 из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из 7×7 квадрата получается квадрат 8×8 из узлов

Тогда разобьем 8×8 на квадрата 4х4 узла получим



Первая страница.

Тогда 4 части съединяются чтобы перекрасить два угла в одном, два в соседних, два в противоположных.

Рассмотрим если брат, что можно непротирать краю краску если в зеркале квадрат из той же категории

~~1 - Отражение квадрата относительно средней линии~~

~~2 - 296, 1x2, 2x3, 3x4, 4x1~~

то для каждого квадрата - Все варианты будем считать в 1 - если провести покраску в обеих 2 поверненях на 270° , в 90° - 180° в $3-90^\circ$

- они перешедут в 1 - из возможных только 1 способами не можно сделать виноватый

\Rightarrow для одного квадрата - только в 2

$$C_{16} = \frac{16 \cdot 15}{2}$$

Для двух соседних Заметим, что квадраты 4х4 не пересекаются и равносильные между собой \Rightarrow то варианты из разных категорий не могут быть равны т.к. после непротирания останутся в той же категории.

Всего для двух соседних квадратов и для 2-и поворотом относительно центра на 270° , для 4-3 на 180° , для 1-3 на 90° , тогда количество разных способов \Rightarrow просто перекрасить 1 узел из 1 и 1 узел из 2 - $C_{16} \cdot C_2^1 = 16^2$

Для двух непротивоположных также \Rightarrow рассмотрим все перекраски и для 2-3 поверненем относительно центра на 90° , тогда 2-3 перешедут в 1-4 и 1-2 и 2-3 непротивоположных

равняется 2 способа способов \Rightarrow всего 4 способа \Rightarrow перекрасить 6-1 и 7-8

$$C_{16} \cdot C_2^1 = 16^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
16 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

мы доказали, что раскраски из
разных категорий всегда получат повороты и что
в каждой категории все подраски можно привести
к одному случаю, который мы воссчитали
 \Rightarrow Всего способов $8 \cdot 120 = 120 + 16^2 + 16^2 = 512 + 120 = 632$

Ответ: 632 способа.

Всего 2 страницы из



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
12 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

AM-диаметр \Rightarrow AN-высота,

Первая страница.

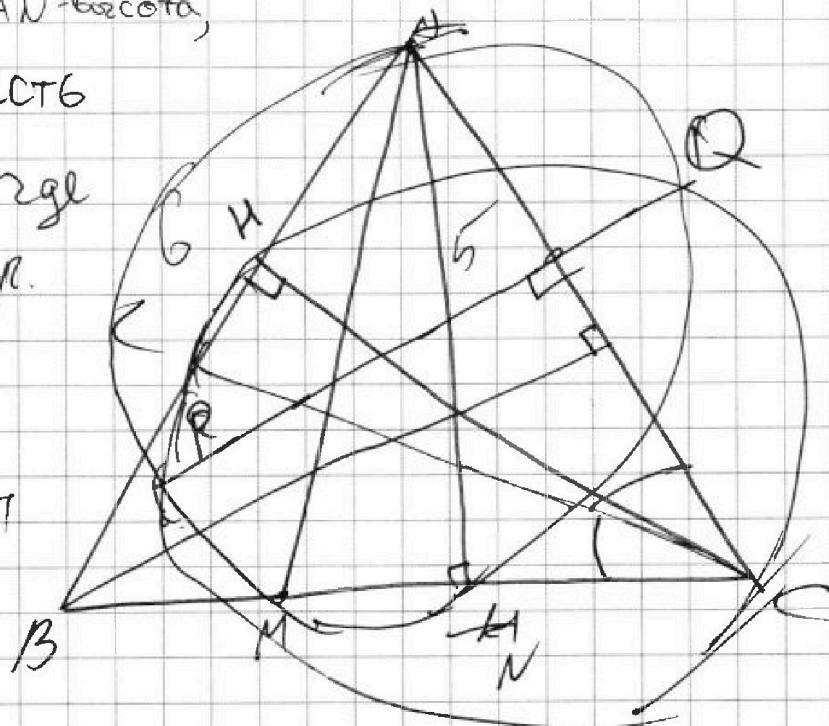
аналогично CBT

CK-Высота angle

И лежит на окр.

II
по Теореме
Пифагора

$$BN = \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$$



Вторая страница



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
11 из _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \geq -4, y \leq 3$$

$$12 - x - y^2 \geq 0 \quad x \leq 12 \quad y \geq -4$$

$$x \geq 0 \quad y > 0,$$

$$\Rightarrow -\sqrt{3} + 5 = 2$$

$$2 - \sqrt{3} + 5 = 6 + \sqrt{3}$$

$$7 \quad 5\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
19 ИЗ ____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач шумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & a_1 = 12 - 12x \quad a_2 + d \stackrel{N1}{=} \\
 & a_2 = x^4 \quad a_2 + 2d \quad a_5 = 3d \quad 6 = 7d \quad a_8 = a_2 + 6d \\
 & 6d = -6x^2 - 12 + 12x \quad d = -x^2 - 2 + 2x \\
 & 2d = x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 12 + 12x \quad 12 + 48 = 60 \quad 0 = -28 \\
 & 2d = -3x^2 - 4 + 4x = -2x^2 - 4 + 4x \\
 & = x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 12 + 12x \\
 & x^4 + 8x^3 + 19x^2 - 8 + 8x = 0 \quad 16 - 36 = -20 \\
 & x^4 + 8x^3 + 19x^2 - 8 + 8x = 0 \\
 & x^4 + 8x^3 + 19x^2 - 8 + 8x = 0 \\
 & 2^8 - 2^3 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^4 = 256 - 32 = 224 \\
 & 2^8 - 2^3 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^4 = 256 - 32 = 224 \\
 & 2^8 - 2^3 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^4 = 256 - 32 = 224 \\
 & 2^8 - 2^3 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^4 = 256 - 32 = 224 \\
 & 16 - 8 \cdot 8 + 76 - 8 - 16 = 0 \\
 & 1 - 8 + 19 - 8 - 8 = 0 \\
 & 36 - 16 - 24 = 0 \\
 & x = -2 + 69x \text{ ошибка} \\
 & x^4 + 8x^3 + 18x^2 - 8 + 8x = 0 \\
 & x^4 + 8x^3 + 18x^2 - 8 + 8x = 0 \\
 & x = 2 \Rightarrow 16 - 16 - 64 - 8 + 42 = 0
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
18 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5(2x+y)$$

$$\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 3x - 2y \leq 4 \end{cases}$$

если $2x - 3y > 0$, $2x - 3y > 0$, то

$$5x - 5y \geq x + y$$

$$\begin{aligned} -6 \leq 2x - 3y \leq 6 \\ -4 \leq 3x - 2y \leq 4 \end{aligned} \Rightarrow x \leq y$$

$$-10 \leq x + y \leq 10$$

$$-10 \leq 5x - 5y \leq 10$$

$$2x - 3y = 0 \Rightarrow 2x = 3y \quad x \geq \frac{2}{3}y$$

$$3x - 2y = 0 \Rightarrow 3x = 2y \quad x \geq \frac{2}{3}y$$

$$m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n =$$

$$= (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) \quad (5g)^2$$

$$(m - 2n)(m - 2n + 13) = 14p^2, \text{ т.д.}$$

$$m^2 n - 2mn^2 - 2mn \quad mn(m - 2n - 2)$$

$$\begin{aligned} m - 2n = p \\ m - 2n + 13 = p^2 \end{aligned}$$

$$m - 2n = p$$

$$m - 2n + 13 = p^2$$

$$\begin{aligned} m - 2n = p^2 \\ m - 2n + 13 = p^2 \\ p^2 - p^2 = 13 \\ p = 2 \\ m - 2n = 4 \end{aligned}$$

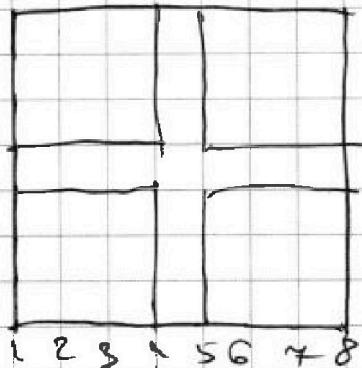


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
17 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



множество
множество в соседях
множество негативных чисел.

$$\begin{array}{r} \cancel{x+6} \\ -x \\ \hline \cancel{96} \\ \cancel{16} \\ \hline 256 \end{array}$$

I $x \geq \frac{3}{2}y$ $y \leq 3$

$$\begin{array}{l} 2x - 3y \geq 0 \\ 3x - 2y \geq 0 \end{array}$$

II $x \geq \frac{2}{3}y$ $x \leq \frac{3}{2}y$

~~$$\begin{array}{l} 3x - 2y \geq 0 \\ 2x - 3y \geq 0 \end{array}$$~~

$$3x - 2y \leq 0$$

$$2x - 3y \geq 0$$

III ~~$x \geq -\frac{2}{3}y$~~ ~~$x \leq -\frac{2}{3}y$~~
 ~~$x \leq \frac{2}{3}y$~~

$$\begin{array}{l} 2x - 3y \leq 0 \\ 3x - 2y \not\leq 0 \end{array}$$

$b = -6f$, $a = -f$

$\lambda = -2,4 - 2,4$

$b =$

СО, ТО НАКОНЧАНИИ БЫЛО

$$\begin{array}{l} y \\ x \leq \frac{2}{3}y \end{array}$$

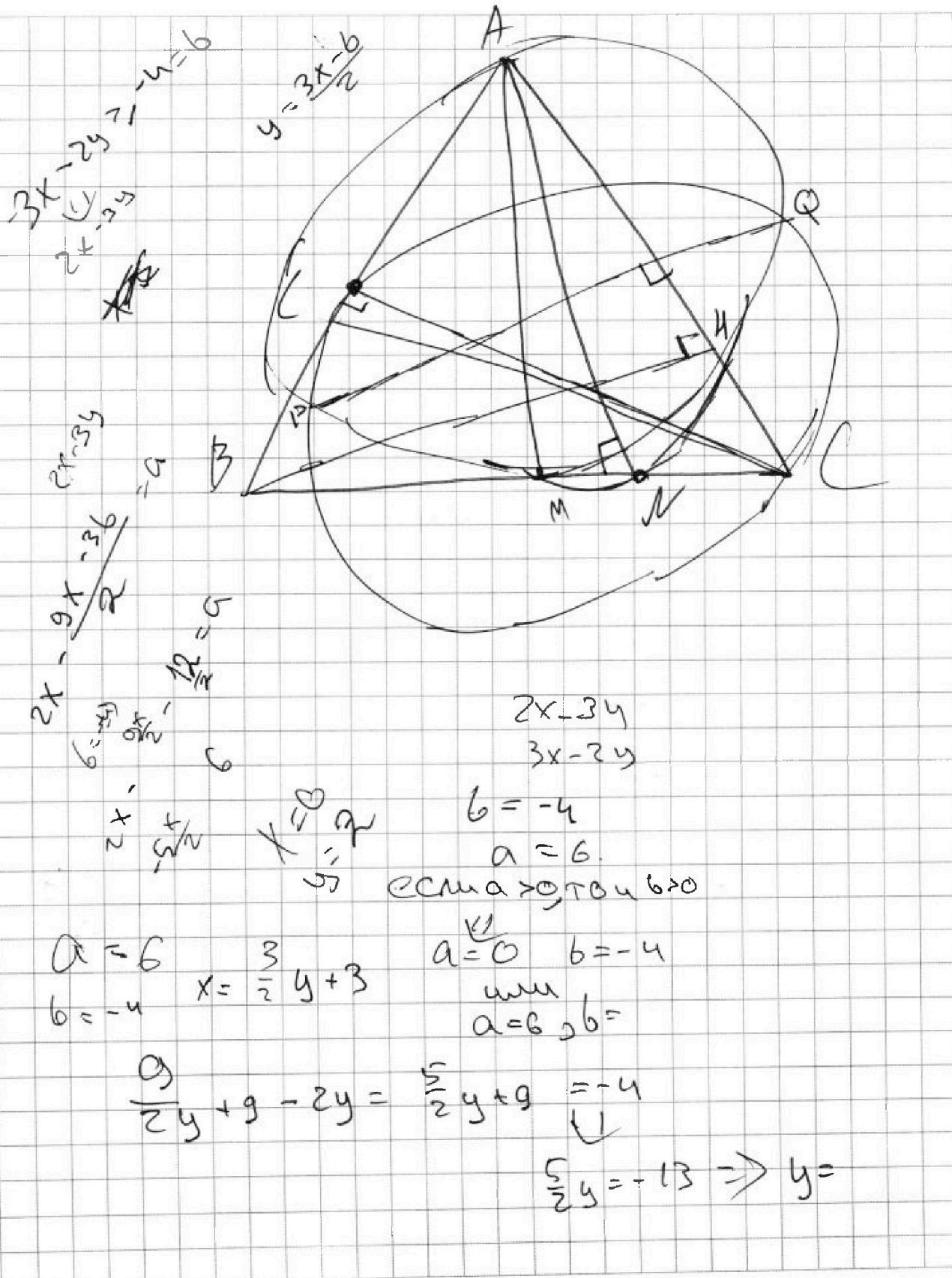


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
9 ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



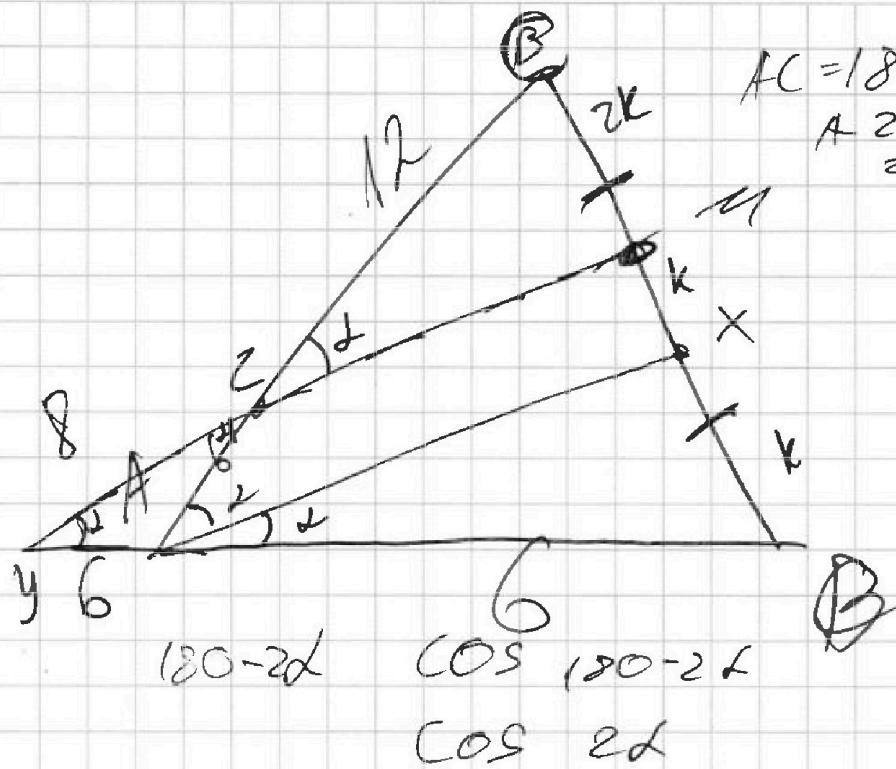


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AC = 18$$

$$A \angle = 6$$

$$\angle C = 12$$

$$yz = 8$$

$$64 = 36 + 36 - 2 \cos(180 - 2x - 36)$$

~~81~~

$$4 = \cos(180 - 2x - 36)$$

$$\frac{1}{9} = \cos(180 - 2x) \Rightarrow \cos 180 - 2x = -\frac{1}{9}$$

$$\begin{aligned} & \frac{18}{x} \\ & \frac{18}{18} \\ & \frac{18}{32} \\ & \frac{18}{u} \end{aligned}$$

$$28u = \frac{u \cdot 96}{u \cdot 16} \cdot 6$$

$$28u = 6 \cdot 6$$

$$28u = 36$$

$$u = \frac{36}{28}$$

$$u = \frac{18}{14}$$

$$u = \frac{9}{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
6 ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач инумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P \quad 17P^2 \quad 1 \quad 17P^2$$

$$1^2 \quad P^2$$

↳ $\sqrt{17}$ нет

$$\Rightarrow mn(m-2n) = 15q^2 \Rightarrow q=2 \Rightarrow m=30$$

$$m-2n=4$$

$$3q \quad 5q$$

$$m=10 \quad n=3$$

$$\Rightarrow (m-2n)(m-2n+13) = 15q^2$$

$$mn(m-2n-2) = 17P^2$$

$$3q \quad 5q \Rightarrow 17P^2$$

$$1 \quad 15q^2 \Rightarrow 15q^2 = 14 -$$

$$3 \quad 15q^2 \Rightarrow 16 - 5q^2 -$$

$$5 \quad 3q^2 \Rightarrow 18 - 3q^2 -$$

$$15 \quad q^2 \Rightarrow 28 = q^2 -$$

$$q^2 \Rightarrow q + 13 \pm 15q -$$

8

$$q^2 + 13 = 15 -$$

нет вариантов