



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 6

1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(t+4)(t-2) = 0$$

$$t = -4 \quad t = 2$$

$$x^2 + 4x = -4$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(x+4)^2 = 0$$

$$x = -4$$

проверки:

$$12 + 12 \cdot 2 = 36$$

$$(x^2 + 4x)^2 = (4-8)^2 = 16$$

$$-6x^2 = -24$$

Не подходит

Подходит - корн. с
макс д = 6\sqrt{6} = 16

$$x^2 + 4x = 2$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16+8}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \sqrt{6} - 2$$

$$12 - 12x = 12 + 24 - 12\sqrt{6} = 36 - 12\sqrt{6}$$

$$(x^2 + 4x)^2 = 4 \Rightarrow 4 - \frac{36 + 12\sqrt{6}}{2} = 6 - 6\sqrt{6}$$

$$-6x^2 = -6(\sqrt{6} - 2)^2$$

~~$$+ 12\sqrt{6} = -6(6 + 4 - 4\sqrt{6})$$~~

$$= 24\sqrt{6} - 80$$

подходит - корн. с
макс д = 6\sqrt{6} = 16

$$x = \sqrt{6} - 2$$

$$12 - 12x = 36 + 12\sqrt{6}$$

$$(x^2 + 4x)^2 = 4$$

$$-6x^2 = -6(6 + 24 + 4\sqrt{6}) = -60 - 24\sqrt{6}$$

подходит - корн. с макс

$$d = -6\sqrt{6} - 16$$

Ответ: $x = -4; x = \sqrt{6} - 2; x = -\sqrt{6} - 2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тут есть a_1 - первый член прогрессии, d - шаг прогрессии. Тогда по условию:

$$\begin{cases} a_1 + d = 12 - 12x & (1) \\ a_1 + 3d = (x+4x)^2 & (2) \\ a_1 + 7d = (-6x^2) & (3) \end{cases}$$

Вычитаем из (3) - (1).

$$a_1 + 7d - a_1 - d = (-6x^2) + 12x - 12$$

$$6d = -6x^2 + 12x - 12$$

$$d = -x^2 + 2x - 2 \Rightarrow 4d = -4x^2 + 8x - 8 \quad (4)$$

Вычитаем из (3) - (2).

$$a_1 + 7d - a_1 - 3d = -6x^2 - x^2(x+4)^2$$

$$4d = -6x^2 - x^2(x+4)^2$$

$$\text{из (4)} \quad -4x^2 + 8x - 8 = -6x^2 - x^2(x+4)^2$$

$$2x^2 + 8x - 8 = -x^2(x+4)^2$$

$$x^2(x+4)^2 + 2x(x+4) - 8 = 0$$

Пусть $t = (x+4)x$, тогда $t^2 + 2t - 8 = 0$

$$(t+4)(t-2) = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \quad (1) \\ |3x - 2y| \leq 4 \quad (2) \end{cases}$$

мы можем делить на полож. член.

~~Решаем~~
(1) на 3, а
(2) на 2

~~Решаем~~

(1) на 2, а (2) на 3

$$\begin{cases} |6x - 9y| \leq 18 \\ |4x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |4x - 6y| \leq 12 \\ |9x - 6y| \leq 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -18 \leq 6x - 9y \leq 18 \quad (3) \\ -8 \leq 4x - 4y \leq 8 \quad (4) \end{cases}$$

тогда из (3)

$$6x \geq 4y - 8$$

из (4)

$$6x \leq 18 + 9y$$

$$\begin{cases} -12 \leq 4x - 6y \leq 12 \quad (5) \\ -12 \leq 9x - 6y \leq 12 \quad (6) \end{cases}$$

тогда из (5)

$$-6y \leq 12 - 4x$$

из (6)

$$-6y \leq 12 - 9x$$

тогда

$$18 + 9y \geq 4y - 8$$

$$5y \geq -26$$

получим оценку
на 5y

тогда

$$-12 - 4x \geq -12 - 9x$$

$$5x \geq -24$$

$$10x \geq -48$$

получим оценку
на 10x

Значит сумма 5y и 10x $\geq -26 + (-48)$

$= -74$ быть меньше она не может
посмотрим достаточно ли ~~это~~ она



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порчи QR-кода недопустимы!

Тут есть $x = -4,8$, $y = -5,2$, т.к.
система: $\begin{cases} |-9,6 + 15,6| \leq 6 \\ |-14,4 + 10,4| \leq 4 \end{cases}$ - верно

а сумма

$$10x + 5y = -48 - 26 = -74$$

Отвт: -74

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1
а) из 2

Также $A = 15q^2$, тогда из условия

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n)$$

$$= (m-2n)(m-2n+13) = 15q^2$$

1) Так же $m-2n \vdots q^2$, тогда

$$\begin{cases} m-2n+13 = 3 \\ m-2n+13 = 5 \end{cases}$$

услуги, что $B = m^2 n - 2mn^2 - 2mn$
 $= mn(m-2n-2)$

Т.к. m, n - натуральные,

а B положительно

в любом случае,

то $m-2n-2 > 0$

$$\Rightarrow m-2n > 2$$

Тогда $m-2n+13 > 15$

противоречие $\Rightarrow m-2n \not\vdash q^2$

2) Так же $m-2n \vdash q, но \not\vdash q^2$,

тогда

$$m-2n \vdash q \text{ и } m-2n+13 \vdash q$$

$$13 \vdash q \Rightarrow q = 13, \text{ тогда } \begin{cases} m-2n = 13 \\ m-2n = 3 \cdot 13 \\ m-2n = 5 \cdot 13 \\ m-2n = 15 \cdot 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{но } m-2n+13 = 26 \\ m-2n \neq 13 = 5 \cdot 2 \\ m-2n+13 = 78 \\ m-2n+13 = 16 \cdot 13 \end{cases}$$

$\Rightarrow m-2n \not\vdash q$ невозможно, т.к. $\frac{1}{15 \cdot 13^2} q^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(2)

Мы получили, что $A \neq 15q^2 \Rightarrow$

$$A = 17p^2 \Rightarrow (m - 2n)(m - 2n + 13) = 17p^2$$

тогда

1) Тогда $m - 2n \mid p^2$, тогда

$$\begin{cases} m - 2n + 13 = 17 - \text{возможно при } p=1 \\ m - 2n + 13 = 1 - \text{невозможно, тк} \\ m - 2n > 2 \end{cases}$$

тогда $p=2$ отсюда $m - 2n(m - 2n - 2)$

$$= mn - (4 - 2) = 2mn = 15q^2 \Rightarrow$$

$$15q^2 \div 2 \Rightarrow q = 2 \Rightarrow mn = 60 \Rightarrow mn = 30$$

$$m = 2n + 4 \Rightarrow n(2n + 4) = 30 \Rightarrow$$

$$2n^2 + 4n = 30$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$(n + 5)(n - 3) = 0$$

↓

$$n = 3 \Rightarrow m = 10$$

2) Тогда $m - 2n \mid p$, но $\nmid p^2$,

тогда $m - 2n + 13 \mid p \Rightarrow 13 \mid p \Rightarrow p = 13$

$$\Rightarrow \begin{cases} m - 2n = 13 - \text{невозможно, тк } m - n + 13 \mid 17 \\ m - 2n = 17 \cdot 13 - \text{невозможно, тк } m - n + 13 > m - 2n \end{cases}$$

Следовательно невозможн.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) Радиус $m - 2n \neq 9$, т.о.

$$\begin{cases} m - 2n = 3 \\ m - 2n = 5 \\ m - 2n = 15 \\ m - 2n = 1 \end{cases}$$

тогда

$$\begin{cases} m - 2n + 13 = 16 & (1) \\ m - 2n + 13 = 18 & (2) \\ m - 2n + 13 = 28 & (3) \\ m - 2n + 13 = 14 & (4) \end{cases}$$

(1) невозможно, т.к. ~~3q^2~~ $16 \neq 5$, а должно из того, что $A : 5$

(2) ~~18 < 3q^2~~ ($=)$ ~~така~~ ~~возможна~~ при $3q^2 = 18$

(3) ~~28 < 3q^2~~ невозможно, т.к. $28 \neq 9^2$

(4) невозможно, т.к. $14 \neq 15q^2$

Значит $\textcircled{1}$ ~~сум~~ невозможно

Иди $q = 3$ отсюда $m - 2n = 5$

$$P = mn \quad m - 2n - 2 = 3 \quad 2n + 5/n = 17P^2 : 3$$

$$P = 3 \Rightarrow 17 \cdot 3^2 = 2n^2 + 5n$$

$$2n^2 + 5n - 51 = 0$$

$$n = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 408}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{433}}{2}, \text{ но}$$

$$20^2 < 433 < 21^2 \Rightarrow n \text{ нецел.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
Ч из Ч

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3)

$$m - 2n \neq p, \text{ тогда } \begin{cases} m - 2n = 1 \\ m - 2n = 17 \end{cases}$$

$$m - 2n, \text{ тогда } m - 2n + 13 = 14 \neq 17p^2$$

$$m - 2n = 17, \text{ тогда } m - 2n + 13 = 30 \neq p^2$$

Числами невозможно.

Одни
 $n = 3, m = 10$

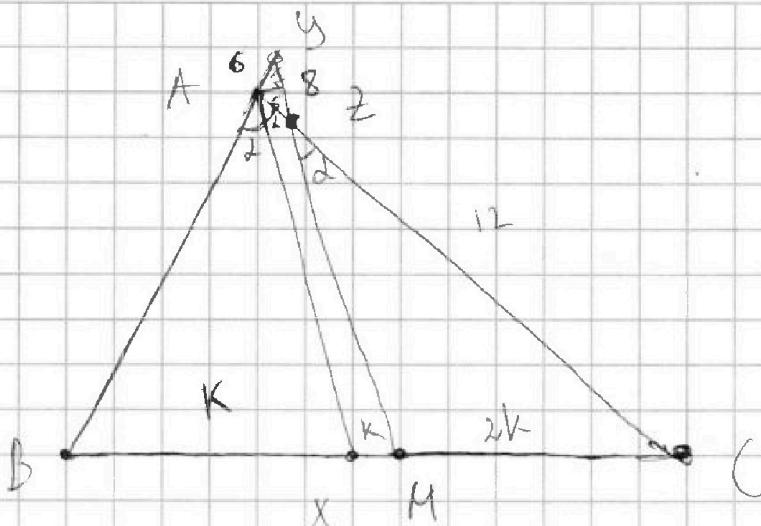


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается чёрновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Demos

$$AC = 18$$

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$

$$YM \parallel AX$$

$$BC = ?$$

Также $\angle BAK = \alpha$, тогда $\angle CAK = 2\alpha$, т.к. AK -бисс.

1) Из рис., что $MZ \parallel AX$ следует, что $\angle CAZ = \angle CZM = \alpha$ как корр. с $\angle CZM$.
 $\angle AZY = \alpha$ как бисс. с $\angle CZM$.

2) Заметим, что, т.к. Z лежит на AC ,
то т. M лежит на XC .

$$AZ = 6 \Rightarrow CZ = AC - AZ = 12$$

3) Из рис. о прям. отр. имеем $\angle XCA$ и

$$\frac{CM}{MX} = \frac{CZ}{AZ} = \frac{2}{1}$$

$AX \parallel MZ$
 $MX = k$, тогда

$$CM = 2k, \text{ т.к. } M-\text{середина}, \text{ то } CM = BM = 2k \Rightarrow BX = BM - XM = k$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) ~~Реш~~ ~~Реш~~ Требуется найти угол $\angle AYZ$: $\angle DAC = 2\alpha = \angle AYZ + \angle AYD$
 $\Rightarrow \angle AYZ = 2\alpha - \pi/6 \Rightarrow AYZ = 2\alpha - 30^\circ$

5) Требуется найти углы при вершине $\angle YBM$ и $\angle AXM$

$$\frac{AB}{AY} = \frac{BY}{XM} = \frac{k}{k} \Rightarrow AB = AY = 6$$

6) В $\triangle AYB$ проведем биссектрису AK , тогда
 $YH = \frac{9\sqrt{2}}{2} = 4 \Rightarrow \cos \alpha = \cos \angle AYH = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
 $\Rightarrow \cos 2\alpha = \cancel{\cos^2 \alpha} - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = \frac{8}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$

7) Требуется найти $\angle ABC$

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos \alpha =$$
 $= 18^2 + 6^2 + 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9} = 324 + 36 + 24 = 360 + 24 =$
 $= 384 = 4^3 \cdot 6 \Rightarrow BC = 8\sqrt{6}$

Овет: $8\sqrt{6}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

то выберем току в 1 квадрате.
может
это сделать 16 способами, а току не-
симметричную ей и в против. квадрат
— 15 способов (т.к. симметрич. тока
они однозначно) В такой же мере
квадратов есть способ ~~одинаков~~
отлич. поверотам на 180° (т.к.
это соответствует несимметрич. току
отн. четверта) \Rightarrow ~~одинаков~~ способов $\frac{16 \cdot 15}{2}$
школьни, то есть
$$\frac{16 \cdot 15}{2} = 120$$

Все ~~нет~~ способы во втором квадрате.
нар квадратов отличаются поверотами
на 90° ~~или 180°~~ (сторонами сущна)
$$\frac{16 \cdot 15}{2} + 16 \cdot 16 + 16 + \frac{16 \cdot 15}{2}$$
 О'Brien $\frac{16 \cdot 15}{2} + 16 + \frac{16 \cdot 15}{2}$
Тригонометрия мы изъяснились тем
что токи
симметричн. отн. четвертка отличаются
также в против. кв. И что амперы
отличающиеся поверотами повероты на 90° ,
 180° между ними тоже, что если — квадрат.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда повернуты откладятся 4 раскраски - повероты 4 квадратов (обединение двух шестиугольников), то есть достаточно наложить сию способом для каждого квадрата 4 способа. То сделает $16 \cdot 16$ способов.

Случай 3: Если мы покрасим 2 точки 8 квадратов шестиугольных квадратах. Тогда им придется 2 точки симметричные отн. ~~одной~~ ~~две~~ центра или же симметричны отн. ~~одной~~ ~~две~~ центра.

3. 1 если симметричны, то две пары противоположных сторон - 16 способов. Выберем 2 точки (т.к. симметричны относительно центра). Одна окр. однозначна, вторая двойка пары симметричных точек уже исключена, т.к. они будут откладываться под углом 90° .

3. 2 если 2 точки не симметричны.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

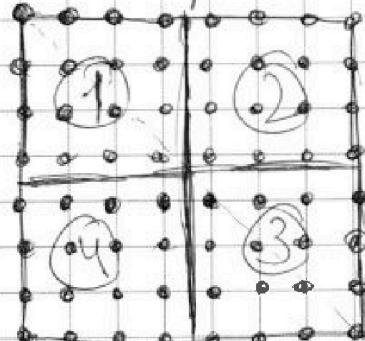
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Всемогущий доску 7×7 б квадрат



8×8 узлов.

Разделим её на
4 квадрата так, как
на рисунке.

Каждый квадрат имеет
один узел на стороне,

(то есть (1) и (2) - соседние)
а противоположные - (1) и (3) и
(2) и (4)

Случай 1: Если мы перекрасим
2 точки внутри одного квадрата.

Заметим, что ^{один} раскраска отменилась
наворотом - 4 (состр. 6 4 квадрата)

\rightarrow поэтому получатся шесть квадратов
две одних квадрата нет - C_6^2

Случай 2: Если мы перекрасим 2
точки в соседних квадратах.

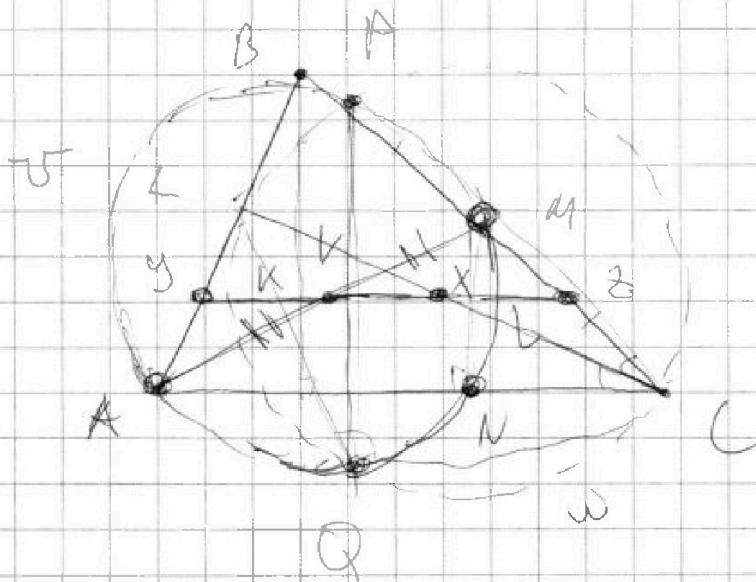


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$$AB = 6$$

$$AN = 5$$

$$AC = ?$$

$$BC = ?$$

PQ — кас. с. окружностей W и Z
 \Rightarrow оси \perp линии центров \Rightarrow
 шарнирные углы \perp высоте из P и Q
 \Rightarrow шарнирные углы $\parallel AC$.

Тогда середина $AM \leftarrow K$, а середина $CL \leftarrow X$,

тогда по ~~одн.~~ оси шарнирной окр-ст

W и $Z \Rightarrow KX \parallel AC$. Используя

пересекают AB в Y , а BC в Z .

Следовательно $\angle ALC \cong \angle AMK$ и $YK \parallel KZ$

— угл. шарнирного сочленения. $\Rightarrow CL = CM = \frac{1}{2} BM$

$\Rightarrow \frac{1}{2} BC$

$\angle ANM = 90^\circ$, т.к. окруж. на диаметр.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$8. -6 \leq 2x - 3y \leq 6 \quad 18 \geq 6x - 9y \Rightarrow -18$$

$$(a; b) - 6x + 4 \leq 3x - 2y \leq 4 \quad 8 \geq 6x - 4y \geq -8$$

$$(b; a) - 6x + 4 \leq 2x - 2y + x \leq 4 \quad 18 + 9y \geq 6x \geq -8 + 4y$$

$$\begin{cases} a+4 \\ +5=25 \end{cases} = \sqrt{3 \cdot 6} \Rightarrow -6 \leq 2x - 2y - 4 \leq 6 \quad 9y \geq 28, \quad 5y \geq -26$$

$$\begin{cases} |10x - 15y| \leq 30 \\ |10x - \frac{20}{3}y| \leq \frac{40}{3} \end{cases}$$

$$\frac{40}{3} \cdot \frac{20}{3}y \geq 10x$$

$$-30 + 15y \leq 10x$$

$$4 + \frac{20}{3}y \geq -6 + 15y$$

10

$$|2x - 3y|$$

$$6x - 9y \geq -6$$

$$6x - 4y \leq 4$$

$$4 + 4y \geq 6x \geq 9y - 6$$

$$4 + 4y \geq 9y - 6$$

$$10 \geq 5y$$

$$2 \geq y \quad -14, 4$$

$$12 \geq 6x \geq -12 \quad 10x \geq -48$$

$$8. |4x - 6y| \leq 12$$

$$2 \geq x$$

$$x = -4,8$$

$$|9x - 6y| \leq 12$$

$$15,6$$

$$y = -5,2$$

$$3x - 6y \geq -12$$

$$-6y \geq -12 - 9x$$

$$4x - 6y \leq 12$$

$$-6y \leq 12 - 4x$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = -9,6 + 15,6 \\ 3x - 2y = -14,4 + 10,4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$12 - 4x \geq -12 - 9x$$

$$24 \geq -5x$$

$$72x \geq -24$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 + d = 12 - 12x \quad 20 \times 20 - 6d^2 (-6x^2) - (12+12x)$$

$$a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2 \quad = 400 \quad d = -x + 2x - 2$$

$$a_1 + 7d = (-6x^2) \quad = 441 \quad 4d = -6x^2 - x^2 (x+4)^2$$

$$\begin{array}{l} 4x^2 + 8x - 8 = -6x^2 - x(x+4)^2 \\ 4x^2 + 8x - 8 = -x^2(x+4)^2 \\ 2x(x+4) - 8 = -x^2(x+4)^2 \\ 2x(x+4) + 2x(x+4) + 1 = 9 \\ (x(x+4) + 1)^2 = 9 \\ x(x+4) + 1 = \pm 3 \\ x(x+4) = \pm 3 - 1 \\ x(x+4) = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} AB = \frac{6}{BX} = \frac{6}{MX} \\ AC = \frac{6}{CX} = \frac{6}{MX} \\ BC = \frac{6}{CM} = \frac{6}{BX} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} |2x-3y| \leq 6 \\ (2x-3y)^2 \leq 36 \\ (3x-2y)^2 \leq 9^2 \end{array}$$

$$\begin{cases} (6+3y-2x)(6+2x-3y) \geq 0 \\ (4+2y-3x)(4+3x-2y) \geq 0 \end{cases}$$

$$B = mn(m-2n)^2 - 2$$

$$A = (m-2n)^2 - 13(m-2n)^{4+2y-2x-2} = 4^2 \cdot 3^2$$

$$A = (m-2n)(m-2n-13) \quad \text{корл} = \frac{2}{3}$$

$$\begin{array}{l} 4^3 \cdot 6^2 = 144 \\ x^2 \cdot 16 = 144 \\ x^2 = 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4^3 \cdot 6^2 = 2^6 \cdot 6 \\ \sqrt{2^6 \cdot 6} = 8\sqrt{6} \\ + \frac{18}{324} = \frac{144}{324} \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n)$$

$$= (m-2n+13)(m-2n) \Rightarrow A = 15q^2$$

$$B = mn(m-2n-2) = B = 17p^2$$

$$AB = mn(m-2n-2)(m-2n)(m-2n+13)$$

$$17 \cdot 15p^2 q^2 = 17 \cdot 3 \cdot 5p \cdot p \cdot q \cdot q$$

$$mn \cdot t \cdot (t+2)(t+15)$$

$$A = 15q^2 = \underbrace{(m-2n+13)}_{\substack{1 \\ 5 \\ 15}} \underbrace{(m-2n)}_{\substack{3 \\ :q \\ 13}} 15q^2$$

$$m-2n \equiv 0 \quad 13 \quad 39 \quad 65 \quad 15 \cdot 13$$

$$m-2n+13 \equiv 0 \quad q = 13$$

$$13 \not\equiv q \quad m-2n = 13$$

$$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot q \quad q \cdot 3 \quad q \cdot 5 \quad q$$

$$m-2n \equiv q^2 \quad q \cdot 15$$

$$13 + m-2n \equiv q^2 \quad m-2n \equiv$$

$$A = 17p^2 \quad P \quad P+13 \equiv P \quad \begin{matrix} 3 \\ 5 \\ 15 \\ 28 \end{matrix}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

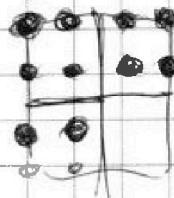
~~Заметки, что есть (a, b) решение~~
~~ур-ни~~ ~~$2x^5 + 4x^2y^3 = 2y^5 - \sqrt{3}x^2y^2$~~

~~то (b, a) тоже решение (т.к.~~
~~акс симметрично относ (\star, y))~~

~~Найдем b такие, а и b из~~

$$\sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$\sqrt{y+4} = \sqrt{3+x+5} = 2\sqrt{12-y-x^2}$$



$$x^2 + y^2 = 3 + y + 5$$

$$m = h + 5 = 2\sqrt{12-m^2+4} - (3-h)^2$$

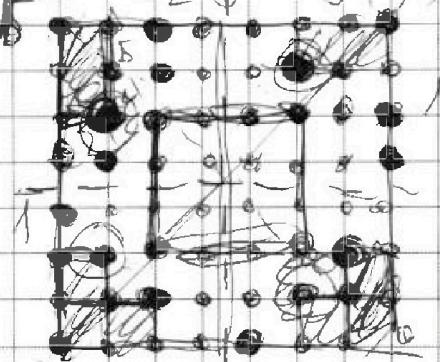
$$n = \sqrt{3-y^2} \quad n^2 = 3-y \Rightarrow y = 3-n^2$$

$$m = \sqrt{x+4} \quad x+4 = m^2 \quad \therefore m^2 = 4$$

$$m^2 + n^2 - 2mn + 10m + 10n + 25 = 0 \quad -4mn - 4(3-n^2)$$

(a, b)

$$2(x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4) + 4(x-y)(x+y)\sqrt{3}/\sqrt{y+4}$$



$$\frac{Q_1}{16} + \frac{Q_2}{16} = \frac{32}{16} = 2$$