



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

Так мы сюда - замечательно ($a_4 = a_1 + 3d$, $a_6 = a_1 + 5d$),

$$a_{10} = a_1 + 9d)$$

$$a_6 = x^2(x-2)^2 = a_4 + 2d = 3(2-3x) + 2d$$

$$a_{10} = 9x^2 = a_6 + 4d = x^2(x-2)^2 + 4d$$

$$\begin{cases} x^2(x-2)^2 = 3(2-3x) + 2d \quad (1) \\ 9x^2 = x^2(x-2)^2 + 4d \quad (2) \end{cases}$$

Суммируем (1) на -2 и умножим (1) на (2).

$$9x^2 - 2x^2(x-2)^2 = x^2(x-2)^2 - 6(2-3x)$$

$$3x^2(x-2)^2 = 9x^2 + 6(2-3x)$$

$$3x^2(x^2 - 4x + 4) = 9x^2 + 12 - 18x$$

$$P(x) = 3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$$

Разделим $P(x)$ на $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$

$$\begin{array}{r} 3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 \\ \underline{-} 3x^4 - 6x^3 + 3x^2 \\ \hline -6x^3 + 0 + 18x \\ \underline{-} 6x^3 + 12x^2 - 6x \\ \hline -12x^2 + 24x - 12 \\ \underline{-} 12x^2 + 24x - 12 \\ \hline 0 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1 (продолжение)

$$\text{Тогда } P(x) = (x-1)^2(3x^2 - 6x - 12) = \\ = 3(x-1)^2(x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$\text{Тогда } x=1 \text{ или } x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 20$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$$

$$\text{Ответ: } 1; 1+2\sqrt{5}; 1-2\sqrt{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
7 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

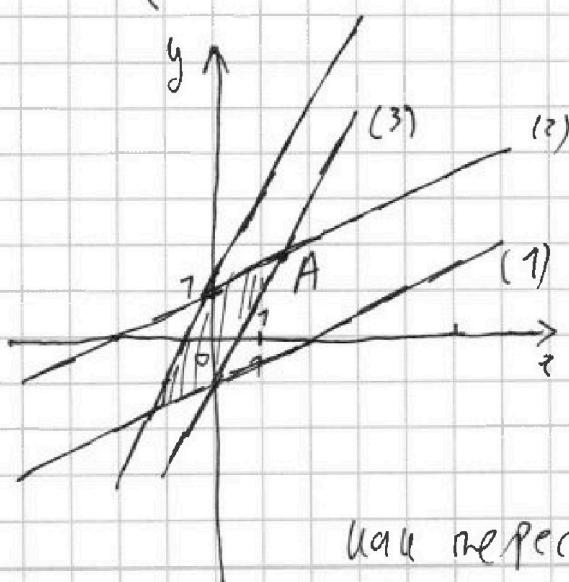
N2

Сделаем равносильный переход:

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y \leq 2 \\ x - 2y \geq -2 \\ 2x - y \leq 1 \\ 2x - y \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y \leq 2 \\ 2x - y \leq 1 \\ 2x - y \geq -1 \end{cases}$$

Это равносильно

$$\begin{cases} y \geq x/2 - 1 & (1) \\ y \leq 2x + 1 & (2) \\ y \geq 2x - 1 & (3) \\ y \leq 2x + 1 & (4) \end{cases}$$



Каждое из y_x неравенств можно представить наклонной или мн-вом точек в координатах:
Каждое лежит мн-вом выше/ниже соответствующей прямой (если мн-во \leq -типе)

Система удовлетворяет закрашенному пар-граму

Выдели, что в x , и y максимальны в т. А

Найдём координаты т. А

как пересечение прямых $y = \frac{x}{2} + 1$
и $y = 2x - 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2 (продолжение)

$$2x - 1 = \frac{x}{2} + 1 \Rightarrow \frac{3}{2}x = 2 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\text{Тогда } y = 2 \cdot \frac{4}{3} - 1 = \frac{8}{3} - 1 = \frac{5}{3}$$

Тогда и $3y + 6x = 9$ максимально при таких x, y ,

$$a = 3 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = 5 + 8 = 13$$

Ответ: 13

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
7 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N^4 \quad AX - \text{длн.} \Rightarrow \angle BAX = \angle CAZ = \alpha, \angle BAC = 2\alpha$$

Мп. $\ell \cap AB = Z$, $\ell \cap AC = Y$, $\ell \parallel AX$, т. М $\in \ell$,

М \perp ер. AZ .

$\ell \parallel AX$ параллельно при симметрии $AB \rightarrow$

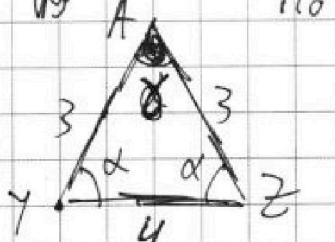
$$\Rightarrow \angle BAX = \angle BZM = \alpha, \angle YZA = \angle BAX = \alpha$$

* $\angle BAC$ - внеш. угл. $\triangle AYZ \Rightarrow \angle BAC = \angle AYZ + \angle YZA$

$$\Rightarrow 2\alpha = \alpha + \angle AYZ \Rightarrow \angle AYZ = \alpha \Rightarrow \angle YAZ \text{ равен},$$

т.к. углы при YZ равны $\Rightarrow YA = Z$.

№ 7. $\cos \gamma = \frac{\gamma}{3}$



$$4^2 = 3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cos \gamma$$

$$16 = 18 - 18 \cos \gamma \quad 16 = 18(1 - \cos \gamma)$$

$$\cos \gamma = \frac{1}{9}, \sin \gamma = \sqrt{1 - \cos^2 \gamma} = \sqrt{1 - \frac{1}{81}} = \frac{\sqrt{80}}{9}$$

$$\text{№ 7. } \sin \gamma = \frac{3}{\sin \alpha} = \frac{4}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{4} \sin \beta = \frac{75}{3}$$

$$4 = 3 \cdot \cos \alpha + 3 \cos \beta \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\text{№ 8. } \cos \angle BMC = x, \angle BCA = \angle BMC + \angle MCA = 2x$$

$\sin \gamma = \frac{75}{3}$ в $\triangle ABC$:

$$\frac{6}{\sin \beta} = \frac{2x}{\sin 2\alpha}, \text{ т.к. } \beta = \angle ABC, 2\alpha = \angle BAC$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
7 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4 (продолжение)

Тогда

$$\frac{6}{\sin \beta} = \frac{x}{\sin \alpha \cos \alpha}; \quad \text{для } \angle YMC = \angle ABC + \angle BZY$$

$\overset{\beta}{\angle}$ $\overset{\alpha}{\angle}$

т.к. внешний угол при основании

$\therefore x = MC$

т.к. $\sin \angle YMC; \frac{g}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{x}{\sin 2}$

Имеем:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{6}{\sin \beta} = \frac{x}{\frac{\sqrt{5}}{3}, \frac{2}{3}} \\ \frac{g}{\frac{\sqrt{5}}{3} \cos \beta + \sin \beta \cdot \frac{2}{3}} = \frac{x}{\frac{\sqrt{5}}{3}} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3 \sin \beta} = \frac{x}{2\sqrt{5}} \\ \frac{g}{\sqrt{5} \cos \beta + 2 \sin \beta} = \frac{x}{\sqrt{5}} \end{array} \right. *$$

Тогда $\frac{4}{3 \sin \beta} = \frac{9}{\sqrt{5} \cos \beta + 2 \sin \beta} \Rightarrow 4\sqrt{5} \cos \beta + 8 \sin \beta = 27 \sin \beta$

$$19 \sin \beta = 4\sqrt{5} \cos \beta$$

$$\sin \beta = \frac{4}{19} \sqrt{5} \cos \beta$$

$$\sin^2 \beta = \frac{16}{361} \cdot 5 \cos^2 \beta \Rightarrow \text{т.к. } \sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1, \text{ то}$$

$$\left(1 + \frac{80}{361}\right) \cos^2 \beta = 1 \Rightarrow \cos^2 \beta = \frac{281}{361} \Rightarrow \cos \beta = \frac{19}{21}$$

$$\sin \beta = \frac{4}{19} \sqrt{5} \cdot \frac{19}{21} = \frac{4\sqrt{5}}{21}, \quad x = \frac{4\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{1}{\sin \beta}$$

$$x = \frac{4\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{21}{4\sqrt{5}} = 7 \quad \text{Ответ: 74}$$

$$BC = 2x = 14$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{5}$

Преобразуем исходное уравнение:

$$x^3 + 3x - \sqrt{2}y = y^3 - \sqrt{2}x + 3y \quad \text{для } x \geq 0, y \geq 0$$

\Downarrow

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2) + 3(x-y) + \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2 + 3) + \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

При $x > y$, тогда первое слагаемое должно,

$$\text{т.к. } x^2 + xy + y^2 > 0 \quad (\text{т.к. } \frac{x^2 + y^2}{2} > xy \quad \text{и } \sqrt{3} > 0)$$

Второе слагаемое также > 0 , т.к. $\sqrt{x} > \sqrt{y}$ если $x > y$
 \Rightarrow в таком случае нет решений

Аналогично не будет решений при $y > x$

Тогда $x = y$, подставим x вместо y в первом

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{x+7} + 7 = 2\sqrt{14+5x-x^2} \quad (1)$$

\Downarrow

$$\sqrt{x+2} + 7 = \sqrt{14+5x-x^2} + 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

Разложим $14+5x-x^2$ на множители

$$\text{т.к. } 14+5x-x^2 = 0, \text{ то } x_1 = -2, x_2 = 7, 4.$$

$$D = 25 + 4 \cdot 14 = 81, x_{1,2} = \frac{-5 \pm 9}{2}$$

$$\text{тогда } 14+5x-x^2 = -(x-7)(x+2)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5 (продолжение)

В этом случае $\sqrt{14+5x-y^2} = \sqrt{(x+2)(-x+7)}$

$$\sqrt{x+2} + 7 = \sqrt{7-x} + 2\sqrt{(x+2)(-x+7)} \quad |$$

~~ура~~

~~Решение~~ ~~одна часть~~ — ~~показать~~

Одн: $x \geq -2$, $x \leq 7$, т.к. $x \geq 0$, то $x \in [0; 7]$

Решение одн. части ур-я положительных
значим выражение, возведя его в квадрат

$$(x+2) + 49 + 2\sqrt{x+2} \cdot 7 = (7-x) + 4(7-x)(x+2) +$$

$$+ 4(7-x)\sqrt{x+2}$$

$$x+2+49+2\sqrt{x+2}(7+4(x-7)) = 7-x+4(14+5x-x^2)$$

$$2\sqrt{x+2}(4x-21) = -x-2-49+7-x+56+20x-4x^2$$

$$12+18x-4x^2$$

см. пред.

$$14x \rightarrow 2(6+9x-2x^2)$$

В выражении (1) правая часть мак. при

и равна 8 в этом случае

левая часть равна 7, когда $x+2=7-x$

меньше 7, когда $7-x > x+2$, т.е. $x < 2,5$

$$x = \frac{-2+7}{2} \\ = 2,5$$



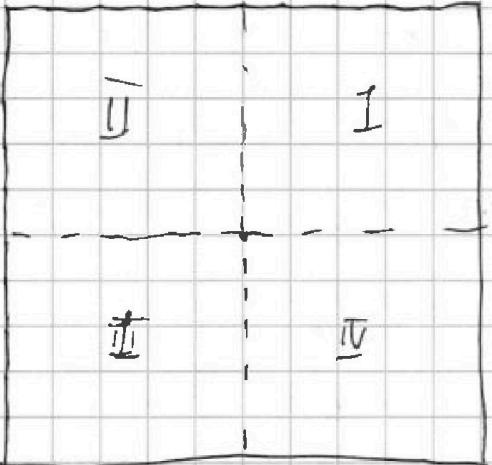
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6 вершинной будем называть белый узел
Введём обозначения
как на рисунке, пронумеровав четверти и вершины.



Рассмотрим случай, когда обе белые точки находятся в одной четверти: (в I.ч и на границе)

Всего в четверти 36 узлов (границы учтываем \Rightarrow таких способов C_{36}^2 , т.к. мы учтываем, что картины, получатся при поворотом одинаковы).

Теперь случай, когда одна белая вершина лежит в I четверти, а вторая внутри II, но одна из узлов ~~лежит~~ не должна при этом лежать на границе с I четвертью, т.к. это мы уже посчитали в 1м случае.

Внешне по белую вершину можно 36 раз способы, а $2 \cdot 5 \cdot 6 = 30 \Rightarrow$ всего $36 \cdot 30$ способов с учётом, что картинки получатся друг за другом по поворотам.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{6}$ (продолжение)

вершина

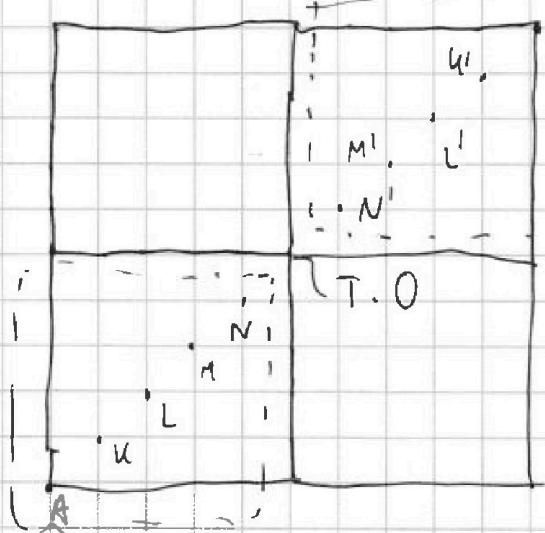
Теперь рассмотрим случай, когда 1я лежит

в I четверти, а II вторая внутри III, причём
и первая, и

II вторая не должны лежать на гра-

ниях с II и IV четвертями, т. е.

Такие случаи мы уже учли. Тогда всего



25 вариантов

здесь для 1й и сильно же
1я гравюра!

мы не учли, и то при
повороте двойным повороте
на 90° точка наложит вершину,
если она лежит на AB
и равноудалена от T.O., то

здесь они переходят друг в друга
1 раз + 2, \Rightarrow общим один раз такие случаи,

поскольку среди 25^2 случаев мы посчитали их
2 раза. Всего 5 таких вариантов: 1я либо A, либо
K, либо L, либо M, либо N, 2я либо C, либо T.O.

Итого $36 + 36 \cdot 30 + 25^2 - 5$ способов = 2330 способов

$$\frac{36!}{2 \cdot 34!} = \frac{36 \cdot 35}{2} = 630$$

Ответ: 2330



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2(x-2)^2 - 3(2-3x) + 2 \Rightarrow 1+2 \Rightarrow -2x^2(x-2)^2 = -6(2-3x) + 12$$

$$9x^2 = x^2(x-2)^2 + 9 +$$

$$\left[\begin{array}{l} 5 \\ 5 \\ 5 \end{array} \right] 9x^2 - 2x^2(x-2)^2 = x^2(x-2)^2 - 6(2-3x)$$

$$3x^2(x-2)^2 = 9x^2 + 6(2-3x)$$

$$3 = 9 - 6$$

$$3x^2(x^2 - 4x + 4) = 9x^2 + 12 - 18x$$

$$3x^4 - 12x^3 + 12x^2 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$(a-6)(a^2+ab+b^2) = x^3(x^2+2x+4)$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \mid x-1$$

$$\begin{array}{r} x^4 - x^3 \\ \hline -3x^3 + x^2 \\ \hline -3x^3 + 3x^2 \\ \hline -2x^2 + 6x \\ \hline -2x^2 + 2x \\ \hline 4x - 4 \\ \hline -4x - 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$1-3-2+4=0$$

$$\frac{52}{52} \cdot \frac{9}{9} - \frac{52}{52} \cdot \frac{9}{9} = \frac{52}{52} \cdot \frac{9}{9} - \frac{52}{52} \cdot \frac{9}{9}$$

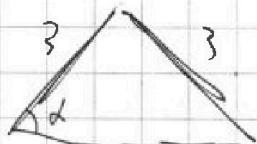


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Реш.
длнг. син.
сина
М УС
Ч ВМЗ равн

$$3 \cdot 3 \cdot \cos \alpha = 4^2$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\frac{6}{\sin \beta} = \frac{2x}{\sin \alpha}$$

$$\frac{9}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{x}{\sin \alpha}$$

$$\frac{3}{\sin \beta} = \frac{x}{\sin \alpha} \Rightarrow x = \frac{3 \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{3 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\frac{6}{\sin \beta} = \frac{18}{\sin \alpha}$$

$$3 \sin \beta = \sin(\alpha+\beta)$$

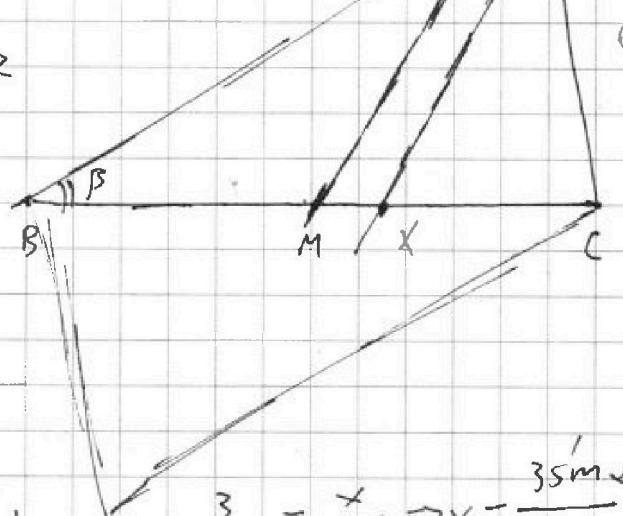
$$3 \sin \beta = \frac{\sqrt{5}}{3} \cos \beta + \frac{2}{3} \sin \beta$$

$$7 \sin \beta = \sqrt{5} \cos \beta$$

$$49 \sin^2 \beta = 5 \cos^2 \beta$$

$$-5 + 5 \sin^2 \beta = 5 \cos^2 \beta$$

$$5 = 5 \sin^2 \beta \Rightarrow \sin^2 \beta = \frac{5}{5}$$



$$\frac{6}{\sin \beta} = \frac{9}{\sin \alpha}$$

$$\frac{6}{\sin \beta} = \frac{9}{\sin \alpha}$$

$$\sqrt{\frac{80}{81}} = \frac{\sqrt{80}}{9} = \frac{\sqrt{16 \cdot 5}}{9} = \sqrt{5} \cdot \frac{4}{9}$$

$$\frac{6}{\sin \beta} = \frac{2x}{\sin \alpha} \quad \frac{9}{\sin \beta} = \frac{x}{\sin \alpha}$$

$$\frac{3}{\sin \alpha} = \frac{4}{\sin \beta}$$

$$\frac{3}{\sin \alpha} = \frac{3}{4} \sin \beta \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot \frac{4 \sqrt{5}}{3}$$

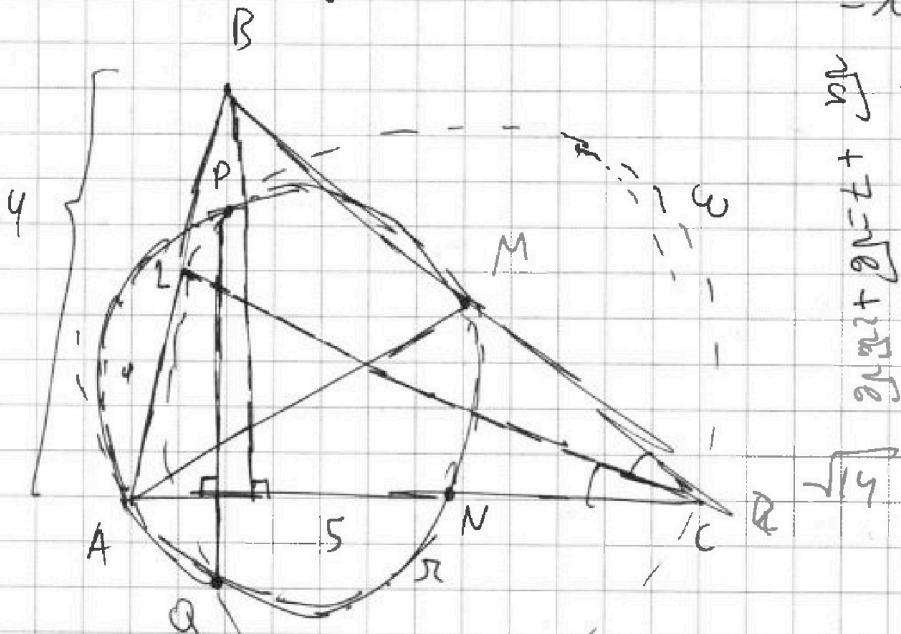
$$361 + 80 = 441$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 25 \\ + 56 \\ \hline 81 \end{array}$$

$$14 + 5x - x^2$$

$$-x^2 + 5x + 4 = 0$$

$$\sqrt{a^2} = 25 + 4 \cdot 14 = 81$$

$$t_1 = \frac{-5+9}{-2}$$

$$2. \quad x_1 = -2$$

$$x_1 = 7$$

✓2

$$+ \sqrt{4x^2 - 4x + 1} = \sqrt{(2x-1)^2} = |2x-1|$$

$$2+2\sqrt{2}+6n+(2+x)$$

$$\sqrt{x+2} + 7 \leq \sqrt{14 + 5x - 7c^2} + \sqrt{7 - 7c}$$

$$2\sqrt{x+2}(x-6)$$

681

$$x^2 + 2x + 49 + 2\sqrt{x+x^2} = 14 + 5x - x^2 + 7 - x \rightarrow (x+2)\sqrt{(x+7)(14-x^2)}$$

$$\sqrt{z} - \sqrt{z} + z$$

$$2\sqrt{14}$$

2. $\sqrt{2} \approx 1.41$

$$(x-y)(x^2+xy+y^2) + \sqrt{2}(\sqrt{x^2-y^2}) = 0$$

$$x^2 + xy + y^2 + 3 < 0$$

$$(k-g)b + (l+b)y \quad \{ \quad ?$$

$$(L - g)h + (L + h)g$$

$$5 - ab + g = ab + b - g = t$$

$+ b \quad \leftarrow \text{cancel } b$

~~September 10~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

$$x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y$$

$$x_1 = \frac{-9 \pm \sqrt{129}}{2}$$

$$\vartheta = 87 + 41,6 \cdot 2$$

$$= 87 + 48 = 129$$

$$(x-y)(x^2+xy+y^2) + 3(x-y) + \sqrt{2}(\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0$$

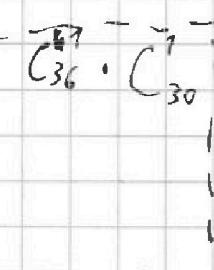
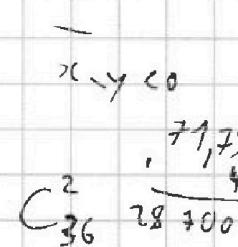
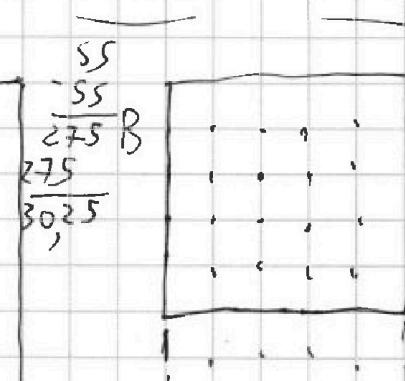
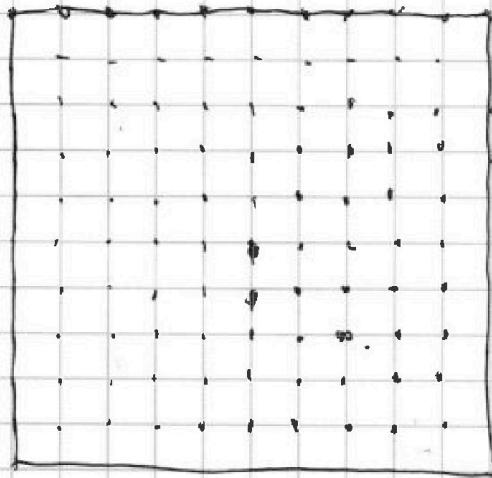
$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 11p^2 = m(m+4n-7) + n(4n-7)$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = 75q^2 = m^2$$

$$mn(m+2n+9) \geq 75q^2$$

$$+ \frac{30,25}{27,5} \frac{14}{27,5}$$

$$m, n, 5, 27, 5$$



$$\sqrt{25} - 7 = 2\sqrt{14}$$

$$\sqrt{25} + 7 = 2\sqrt{14}$$

$$(2,7)$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = \sqrt{14+5x-x^2}$$

$$x = 2$$

$$9 - \sqrt{5} + 7 = 16 - \sqrt{5}$$

$$2\sqrt{14+10-4} = 2\sqrt{20}$$

$$2\sqrt{14} =$$

$$\sqrt{7} - \sqrt{2} + 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N^1 \quad a_4 = 6 - 9x = 3(2 - 3x)$$

$$a_6 = (x^2 - 2x)^2 = (x(x-2))^2 = x^2(x-2)^2$$

$$a_{10} = 9x^2$$

$$a_6 = x^2(x-2)^2 = a_4 + 2d = 3(2 - 3x) + 2d$$

$$a_{10} = 9x^2 = a_6 + 4d = x^2(x-2)^2 + 4d$$

$$\text{знач} \quad a_{10} - a_4 + 6d \Rightarrow 9x^2 = 3(2 - 3x) + 6d$$

$$3x^2 = 2 - 3x + 6d$$

$$D. 25 | 25 \quad 6d = 3x^2 + 3x - 2 \Rightarrow 2d = x^2 + x - \frac{1}{3}$$

$$\begin{array}{rcl} x^2(x-2)^2 & = & x^2 + x - \frac{1}{3} + 6x \\ \cancel{x^2} \cancel{(x-2)^2} & & \cancel{\frac{1}{3}} + 6 - 3 = 3 + \cancel{\frac{1}{3}} \end{array}$$

$$\frac{x^2(x-2)^2 + 9x^2}{2} + 6 - 9x = (3x-1)^2$$

$$6 - 9x = a_1 + 3d$$

$$= 9x^2 - 6x - 1$$

$$D. 25 | 25 \quad (x^2 - 2x)^2 = x^2(x-2)^2 = a_1 + 5d$$

$$9x^2 = a_1 + 9d$$

$$3x$$

$$2a_1 + 12d = 9x^2 + 6 - 9x = 3(3x^2 - 3x + 2)$$

96% APM



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2y \leq x-2 \\ x-2y \geq -2 \\ 2x-y \leq 1 \\ 2x-y \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y \leq 2 \quad (1) \\ x-2y \geq -2 \quad (2) \\ 2x-y \leq 1 \quad (3) \\ 2x-y \geq -1 \quad (4) \end{cases}$$

Тогда (1) и (3) $\Rightarrow 3x-3y \leq 3 \quad (5)$

(2) и (4) $\Rightarrow 3x-3y \geq -3 \quad (6)$

$3x-3y \geq -3$ Участок фигуры

$$\begin{aligned} x-y &\leq 1 \\ x-y &\geq -1 \end{aligned}$$

$$x-2y+1 \geq -2 + 2x - y$$

$$y \geq$$

$$-y \geq -3 + 2x$$

$$(3)$$

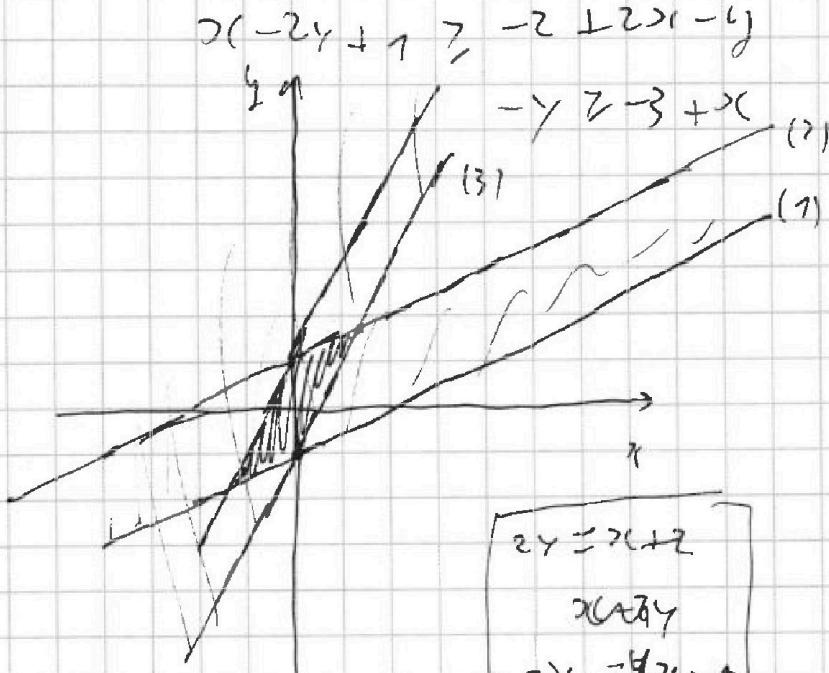
$$(1)$$

$$2y \geq 2x - 1$$

$$x, y \geq 0$$

$$2y \leq 2x + 2$$

$$y \leq \frac{x}{2} + 1$$



$$\begin{aligned} 2y &= 2x + 2 \\ x + 2y & \\ 2y &= 4x - 1 \end{aligned}$$

$$x + 2 - 4x + 2 = 0$$

$$-3x + 4 = 0$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$2y \geq 2x - 1$$

$$y \leq x + 1$$