



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a_4 = 6 - 9x \\ a_6 = (x^2 - 2x)^2 \\ a_{10} = 9x^2 \end{cases}$$

где a_n - ар. прогр. тогда b - разность ар. прогр.

$$\begin{cases} 6 - 9x = a_1 + 3b \\ (x^2 - 2x)^2 = a_1 + 5b \\ 9x^2 = a_1 + 9b \end{cases}$$

Заметим, что

$$\begin{cases} a_{10} - a_4 = a_1 + 9b - a_1 - 3b \\ a_{10} - a_4 = 9x^2 + 9x - 6 \end{cases}$$

$6b = 9x^2 + 9x - 6$ т.е. $b = \frac{3x^2}{2} + \frac{3x}{2} - 1$, подставим в

$(x^2 - 2x)^2 + 4b = 3x^2$ (это уравнение $a_{10} = a_6 + 4b$)

$x^4 - 4x^3 - 5x^2 + 4b = 0$ $x^4 - 4x^3 - 5x^2 + 2(3x^2 + 3x - 2)$

$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$ Заметим, что ~~.....~~

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \quad | \quad x - 1 \\ \underline{-x^4 + x^3} \\ -3x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ \underline{-3x^3 + 3x^2} \\ -2x^2 + 6x - 4 \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ 4x - 4 \\ \underline{4x - 4} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \quad | \quad x - 1 \\ \underline{-x^3 + x^2} \\ -2x^2 - 2x + 4 \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ -4x + 4 \\ \underline{-4x + 4} \\ 0 \end{array}$$

и где $x^2 - 2x - 4$: $\frac{D}{4} = 1 + 4 = 5$

$x = 1 \pm \sqrt{5}$

т.е. $\begin{cases} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = (x-1)(x-1)(x^2 - 2x - 4) \\ x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0 \end{cases}$

$x = 1$, и $x = 1 + \sqrt{5}$, и $x = 1 - \sqrt{5}$ - корни уравнения

Ответ: $x = 1$; $x = 1 + \sqrt{5}$; $x = 1 - \sqrt{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $(m+2n)(m+2n-7) = p$
не возм. в $m, n \in \mathbb{N}$

$(m+2n > m+2n-7, a)$
зп. рав-ва не до
 $m+2n = m+2n-7+7$

2) $(m+2n)(m+2n-7) = p$

2.1) $\begin{cases} m+2n = p \\ m+2n-7 = 1 \end{cases}$
 $p = 8$
не возм.
(противоречие)

2.2) $\begin{cases} m+2n-7 = p \\ m+2n = 1 \end{cases}$
не возм.
т.к. $p > 1$

3) $(m+2n)(m+2n-7) = p^2$

3.1) $\begin{cases} m+2n = p^2 \\ m+2n-7 = 1 \end{cases}$

$p^2 = 8$

$p = 2\sqrt{2}$

невозм. (противоречие)

$p \in \mathbb{N}$

3.2) $\begin{cases} m+2n = p \\ m+2n-7 = p \end{cases}$

не возм.

$m+2n \neq m+2n-7$

3.3) $\begin{cases} m+2n = 1 \\ m+2n-7 = p^2 \end{cases}$

невозм.

$p^2 \geq 1$



4) $(m+2n)(m+2n-7) = 11$

4.1) $\begin{cases} m+2n = 11 \\ m+2n-7 = 1 \end{cases}$

невозм.

$11 \neq 8$

4.2) $\begin{cases} m+2n = 1 \\ m+2n-7 = 11 \end{cases}$

не возм.

$m+2n > m+2n-7$

5) $(m+2n)(m+2n-7) = 11p$

5.1) $\begin{cases} m+2n = 11 \\ m+2n-7 = p \end{cases}$

$11 = p+7$

$p = 4$ - не простое
невозм.

5.2) $\begin{cases} m+2n = p \\ m+2n-7 = 11 \end{cases}$

$p = 11+7$

не пр. н.

невозм.

$\begin{cases} m+2n = p \\ m+2n-7 = 11p \end{cases}$

6) $(m+2n)$

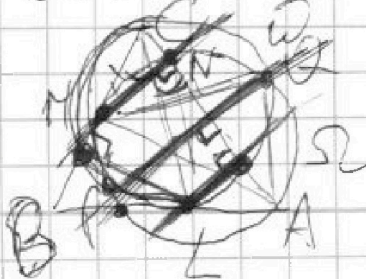
если я

~~невозм. в $m, n \in \mathbb{N}$~~
~~невозм. в $m, n \in \mathbb{N}$~~
~~невозм. в $m, n \in \mathbb{N}$~~

$AC = ?$
 $BC = ?$

$AB = 4$
 $AN = 5$

Черновик





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \begin{cases} m+2n = 11 \\ m+2n-7 = p^2 \end{cases}$$

$$p^2 + 7 = 11$$

$$p = 2 \text{ верно}$$

тогда проверим, выполняется ли условие

$$mn(m+2n+9) = 75q^2$$

$$mn \cdot (11+9) = 75q^2$$

$$mn \cdot 4 = 15q^2$$

q - простое,
m, n ∈ ℕ и т.д.

$$\begin{cases} mn = 15 \\ q = 2 \end{cases}$$

$$1.1) \begin{cases} m = 5 \\ n = 3 \end{cases}$$

$$5 + 2 \cdot 3 = 11$$

верно

$$1.2) \begin{cases} m = 3 \\ n = 5 \end{cases}$$

$$3 + 2 \cdot 5 = 11$$

неверно

$$2) \begin{cases} m+2n = 1 \\ m+2n-7 = 11p^2 \end{cases}$$

$$11p^2 + 7 = 1$$

невозм.

$$3) \begin{cases} m+2n = 11p \\ m+2n-7 = p \end{cases}$$

$$11p = p + 7$$

$$10p = 7$$

невозм.

$$4) \begin{cases} m+2n = p^2 \\ m+2n-7 = 11 \end{cases}$$

$$p^2 = 11 + 7$$

невозм.

$$5) \begin{cases} m+2n = 11p^2 \\ m+2n-7 = 1 \end{cases}$$

$$11p^2 = 1 + 7$$

$$p^2 = \frac{8}{11}$$

невозм.

$$6) \begin{cases} m+2n = p \\ m+2n-7 = 11p \end{cases}$$

$$p = 11p + 7$$

невозм.

$$* 6) \begin{cases} m+2n+9 = 11 \\ mn = p^2 \end{cases}$$

$$6.1) \begin{cases} m = p \\ n = p \end{cases}$$

$$3(p+3) = 11$$

невозм.

$$6.2) \begin{cases} m = p^2 \\ n = 1 \end{cases}$$

$$p^2 + 11 = 11$$

p = 0
невозм.
0 - непрост.

$$6.3) \begin{cases} m = 1 \\ n = p^2 \end{cases}$$

$$10 + 2p^2 = 11$$

$p^2 = \frac{1}{2}$
невозм.

Рассмотрим
все случаи
верен только

$$m = 5 \\ n = 3$$

Ответ: m = 5
n = 3



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассм. варианты где $m^2 + 4mn - 7m - 14 = 759^2$, а
 $m^2n + 2mn^2 + 9mn = 11p^2$

$$\begin{cases} (m+2n)(m+2n-7) = 759^2 \\ mn(m+2n+9) = 11p^2 \end{cases}; 11, p - \text{простые} \\ m, n - \text{натуральные,}$$

тогда случаи могут быть такими:

1) $m+2n+9=1$
невозм. т.к.
 $m, n \in \mathbb{N}$

2) $\begin{cases} m+2n+9=p \\ mn=11p \end{cases}$

2.1) $\begin{cases} m=11 \\ n=p \end{cases}$
 $20+2p=p$
невозм.

2.2) $\begin{cases} m=11p \\ n=1 \end{cases}$
 $11p+11=p$
~~невозм.~~
невозм.

2.3) $\begin{cases} m=p \\ n=11 \end{cases}$
 $p+31=p$
невозм.

2.4) $\begin{cases} m=1 \\ n=11p \end{cases}$
 $10+22p=p$
невозм.

3) $\begin{cases} m+2n+9=p^2 \\ mn=11 \end{cases}$

3.1) $\begin{cases} m=1 \\ n=11 \end{cases}$
 $32=p^2$
 $p=\sqrt{32}$
невозм.

3.2) $\begin{cases} m=11 \\ n=1 \end{cases}$
 $20n=p^2$
 $p=\sqrt{20}$
невозм.

4) $\begin{cases} m+2n+9=11p \\ mn=p \end{cases}$

4.1) $\begin{cases} m=p \\ n=1 \end{cases}$
 $p+11=11p$
 $p=\frac{11}{10}$
невозм.

4.2) $\begin{cases} m=1 \\ n=p \end{cases}$
 $10+p=11p$
 $p=\frac{10}{9}$
невозм.

5) $\begin{cases} m+2n+9=11p^2 \\ mn=1 \end{cases}$

$m=n=1$
 $12=11p^2$
невозм.

*)
Значит

$$m^2 + 4mn - 7m - 14 = 11p^2, \text{ а } m^2n + 2mn^2 + 9mn = 759^2$$

Рассмотрим возможные варианты где

$11 \cdot p^2, 1 \cdot 11p^2, 11p \cdot p$ и $p^2 \cdot 11, 11p^2 \cdot 1, p \cdot 11p$

их всего 6:

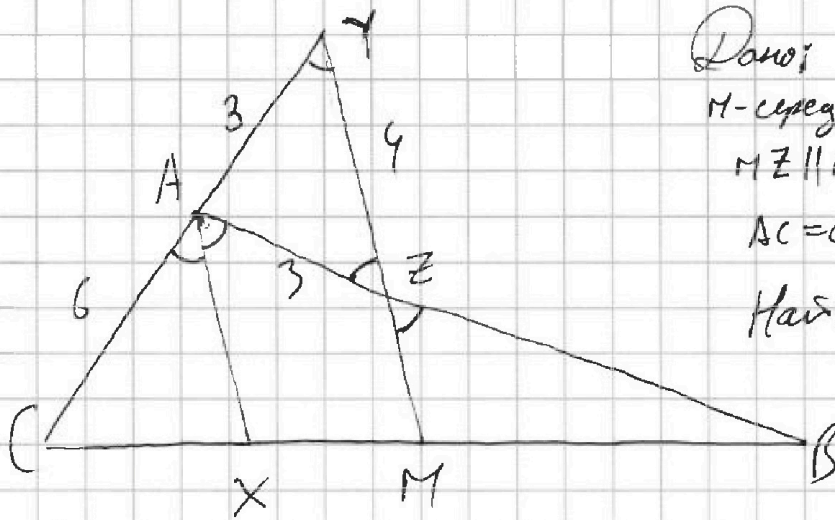


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$; AX - биссектриса
 M - середина BC ; $Z \in AB$ т.ч.
 $MZ \parallel AX$; $MZ \cap AC = Y$
 $AC = 6$; $AZ = 3$; $CY = 4$
 Найти: $BC = ?$

Решение:

1) Пусть $BZ = x$, тогда по ~~т.~~ т.т. Параллельности для $AX \parallel MZ$

$$\frac{AZ}{ZB} = \frac{XM}{MB} \text{ т.т. } \frac{xM}{MB} = \frac{3}{x}, \text{ при этом } BM = MC$$

Пусть $MB = y$, тогда $MB = xy$; $xM = 3y$
 Значит $CX = xy - 3y = y(x-3)$ $BX = BM + MX = 3y + xy = y(x+3)$

2) по св-ву бис-сектрисы (т.т. Параллельности) в $\triangle ABC$ $CX : XB = CA : AB$

$$6 : (3+x) = y(x-3) : y(x+3) \text{ тогда } 6 = x-3$$

$$x = 9$$

3) (т.т. Параллельности) $\angle CAZ = \angle CYM$
 (т.т. Биссектрисы) $\angle XAZ = \angle AZY$ $\Rightarrow \triangle AYZ$ равнобедренный
 (т.т. Параллельности)

т.т. $AY = AZ = 3$ Пусть эти углы равны по д



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) Из $\triangle AYZ$ ($AZ = AY$) получим:

Пусть M - середина YZ , тогда AM - высота, бис-са, медиана равнобедренного тр-ка. т.е. $\cos \alpha = \frac{AM}{AZ} = \frac{2}{3}$

$$5) \angle CAB = 2\alpha; \quad \cos \angle CAB = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = \\ = 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{9}$$

6) по т. косинусов в $\triangle ABC$:

$$BC = \sqrt{AC^2 + AB^2 - 2AB \cdot AC \cos \angle CAB} = \sqrt{36 + (3+3)^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right)} = \\ = \sqrt{180 + 2 \cdot 2 \cdot 4} = 14 \quad \text{Ответ: } BC = 14$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

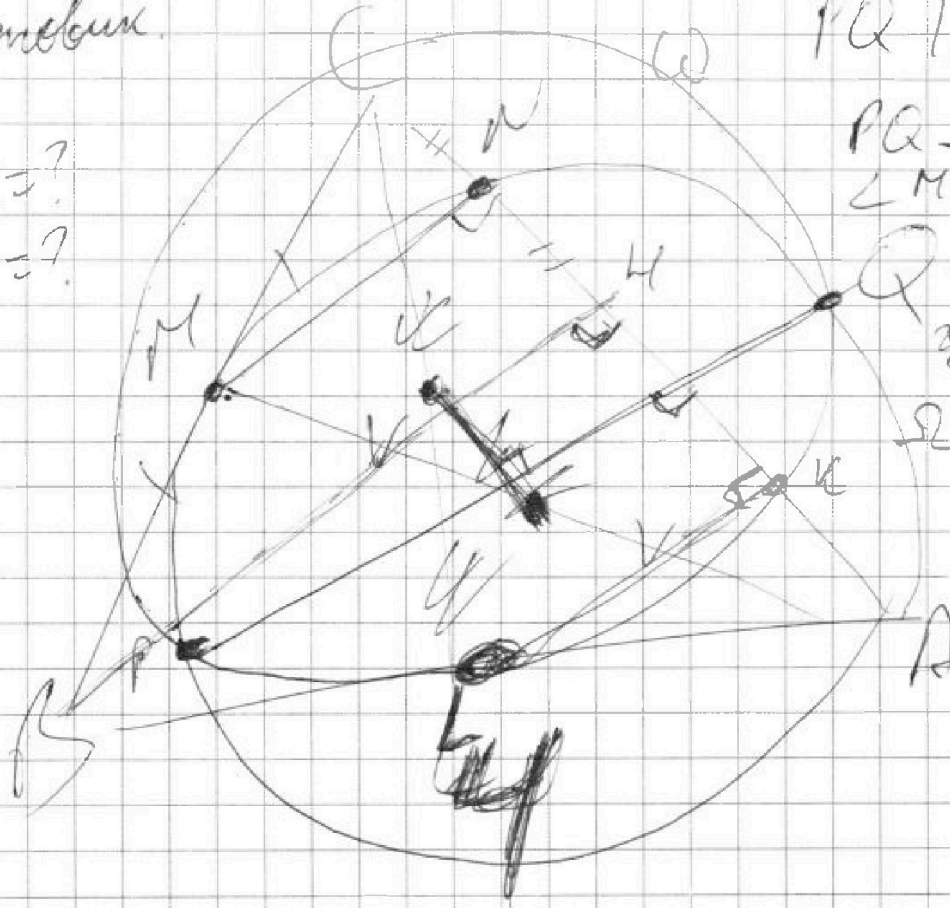
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$BC = ?$
 $AC = ?$



$PQ \parallel BH \perp AC$

$PQ \perp AC$
 $\angle MNA = 90^\circ$

$\angle KCB = \beta$
 $K = \omega \cap AC$

Ω
 $AN = \beta$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

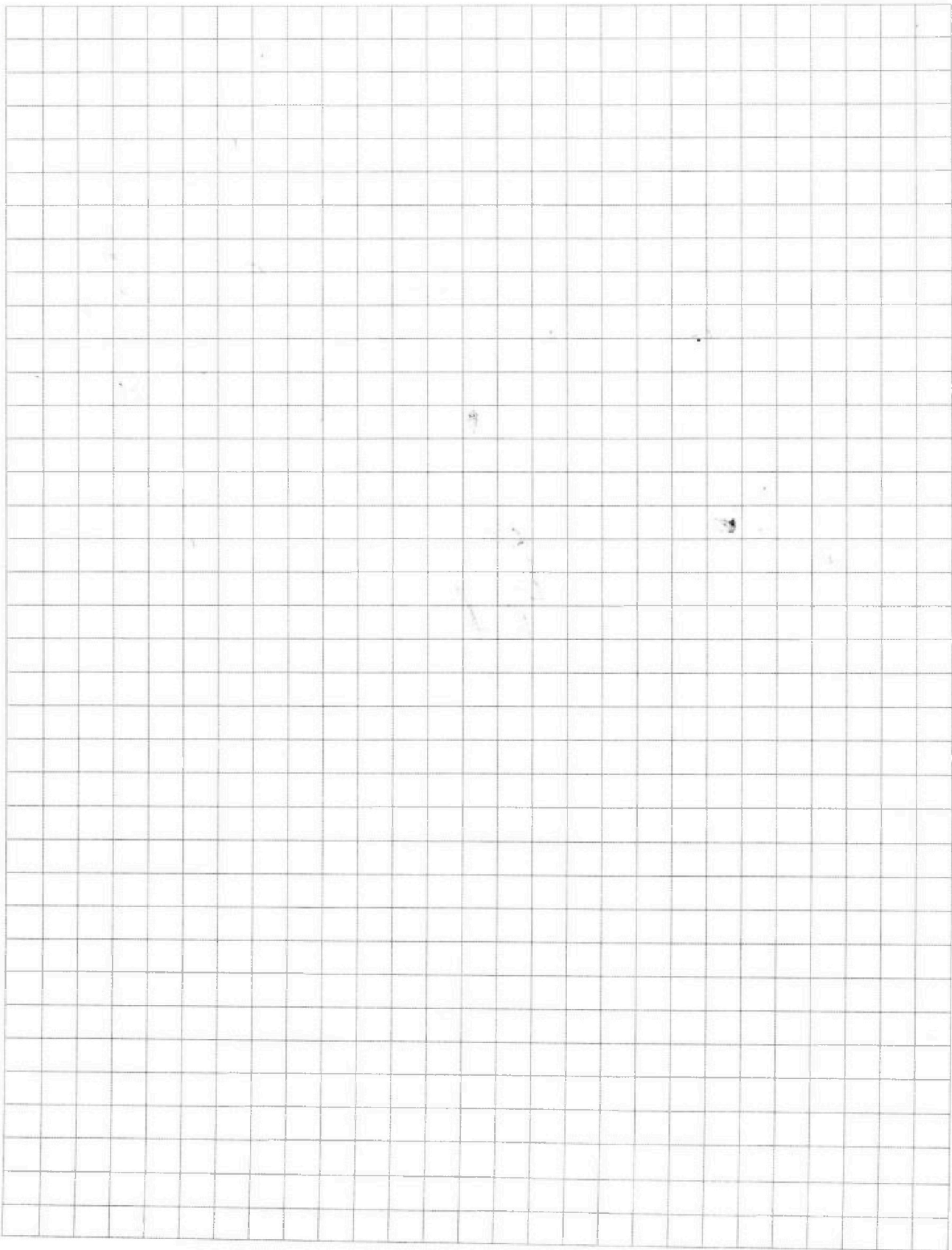
5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$9x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$(x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0$$

$$(x-1)^2(x^2 - 2x - 4) = (x-1)^2/x$$

-3; 1; 9
M4 M6 M10

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \quad (x-1) \\ \underline{x^4 - x^2} \\ -3x^3 + x^2 \\ \underline{-3x^3 + 3x^2} \\ -2x^2 + 6x - 4 \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ -2x^2 + 2x - 4 \end{array}$$

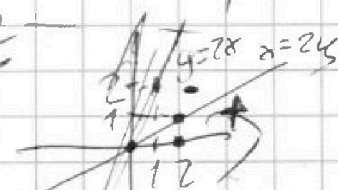
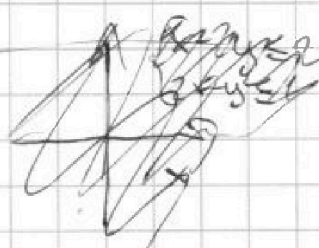
$$\frac{4x-4}{2x-2} = 2$$

$$\frac{4}{2} = 1 + 4 = 5$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

1x
2x
3x
4x
5
6
7

$$\begin{cases} 3x + 6x \\ x - 2y \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$



$$\begin{cases} 2y - x \leq 2 \\ y - 2x \leq 1 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} 2y - x \leq 2 & (y \leq 1 + \frac{1}{2}x) \\ 2x - y \leq 1 & (y \geq 2x - 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y - x \leq 2 & (y \leq 1 + \frac{1}{2}x) \\ y - 2x \leq 1 & (y \leq 2x + 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2y \leq 2 & (x - 2y \leq 2) \\ 2x - y \leq 1 & (y - 2x \leq 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq \frac{x-2}{2} \\ y \geq \frac{x-2}{2} \\ 2x - 1 \end{cases}$$

$$(m+n)(m+n-1) = 759$$

$$mn(m+2n+3) = 119^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

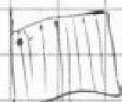
Черновик

$$a_4 = 6 - 9x$$

$$a_6 = (x^2 - 2x)^2$$

$$a_{10} = 9x^2$$

$$x = ?$$



$$a_n = a_{n-1} + b$$

$$a_4 = a_1 + 3b = 6 - 9x$$

$$a_6 = a_1 + 5b = (x^2 - 2x)^2$$

$$a_{10} = a_1 + 9b = 9x^2$$

$$1) 6b = 9x^2 + 9x - 6$$

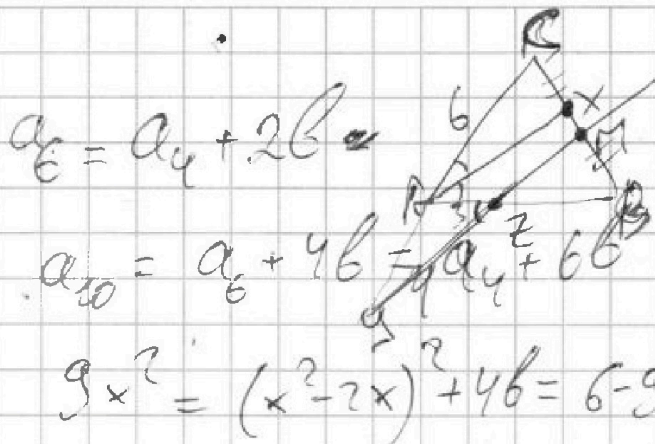
$$b = \frac{3x^2 + 3x - 1}{2}$$

$$2) 4b = 9x^2 - x^4 + 4x^3 - 4x^2$$

$$b = \frac{5}{4}x^2 - \frac{1}{4}x^4 + x^3$$

$$x^4 + x^2 - 4x^3 - 4 = 0$$

$$b = \frac{x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 9x - 3}{2}$$



$$a_6 = a_4 + 2b$$

$$a_{10} = a_6 + 4b = a_4 + 6b$$

$$9x^2 = (x^2 - 2x)^2 + 4b = 6 - 9x + 6b$$

$$9x^2 + 9x = 6 + 6b \quad 3x(x+1) = 2+6b$$

$$9x^2 = (x^2 - 2x)^2 + 4b \quad (x^4 - 4x^3 - 5x^2 + 6x - 4 = 0)$$

$$\begin{cases} 3x^2 + 3x - 2 = 3x^2 - 3x + 2 = 0 \\ x^4 - 4x^3 - 5x^2 + 6x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$\frac{3x^2}{2} + \frac{3x}{2} - 1 = \frac{5}{4}x^2 - \frac{1}{4}x^4 + x^3$$

$$6x^2 + 6x - 4 = 5x^2 + x^4 - 4x^3 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$2x^4 - 8x^3 + 8x^2 + 12x - 8 = 0$$

$$\ominus -x^4 + 5x^2 + 4x^3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$m^2 + 4mn - 7m - 14n = 35^2 p^2 \quad m, n \in \mathbb{N}$$

$$m^2 + 2mn + 9mn = 11p^2$$

$$(m+2n)^2 - 7(m+2n) = 3 \cdot (5p)^2 \quad AC, BC, AD = 4$$

$$mn(m+2n+9) = 11p^2 \quad AKS$$

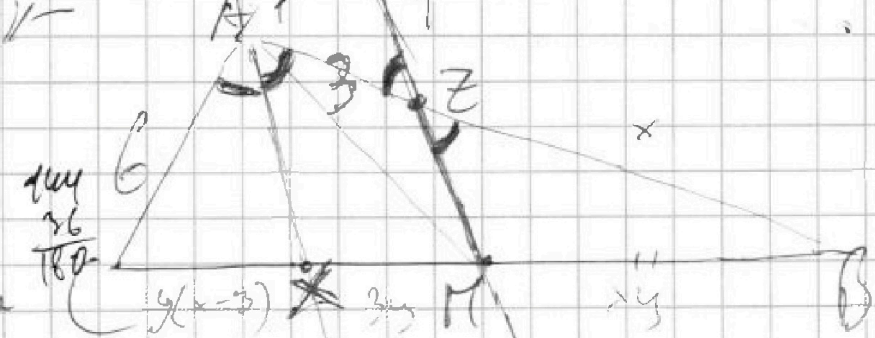
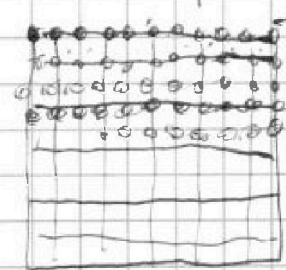
$$(m+2n)(m+2n-7) = 3 \cdot (5p)^2$$

$$mn(m+n+9) = 11p^2$$

~~$m+2n = 30^2$~~ ~~$m+2n-7 = 3$~~ ~~$m+2n = 15^2$~~ ~~$m+2n-7 = 15$~~ ~~$m+2n = 5^2$~~ ~~$m+2n-7 = 5$~~ ~~$m+2n = 25^2$~~ ~~$m+2n-7 = 25$~~ ~~$m+2n = 75^2$~~ ~~$m+2n-7 = 75$~~ ~~$m+2n = 9$~~ ~~$m+2n = 9^2$~~

~~$x^2 - 75p = 0$~~
 ~~$Q - 7x - 75p = 0$~~
 ~~$1(x+9) = 11$~~

~~$BC = ?$~~



$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

~~$y(x-3) = 34$~~ ~~196~~ ~~14~~ ~~6~~ ~~11~~ ~~14~~ ~~196~~

$y(x+3) = 4(x-3)$
 $3+x = 6$
 $x = 3$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~34~~ = 31, 8 Черновик

1) $m+2n=f$, $m+2n$, $m+2n+g$

1	p^2	1	q^2	1	p	p^2
5	5	5	5	11	1	p
3	3	3	3	11	11	p^2
3*5	15	3*5	15	11	11	$11p$
5 ²	25	5*5	25			
3*5 ²	75	3*5 ²	75			
4*5		4*5				

$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$

2) $x^2 + 3x - \sqrt{y} = p^2$
 $mn = p^2$
 $+3y - \sqrt{2x}$

2) $m+2n+g=p$
 $mn=11p$

$m=11$	$m=11p$	$m=p$	$m=1$
$n=p$	$n=1$	$n=11$	$n=11p$

$\sqrt{x^2+3x} + \sqrt{2x} = y\sqrt{3x+2y}$
 $m = \sqrt{x^2+3x}$
 $n = \sqrt{2x}$
 $p = y\sqrt{3x+2y}$

$20+2p=p$	$11p+21=p$	$p+31=p$	$1+11p=p$
$p = \frac{11}{10}$	X	X	$p = \frac{10}{21}$
X			X

~~$20+2=p$~~ ~~$21+2=p$~~

4) $m+2n+g=11p$
 $mn=p$
 $m=p$ $m=1$
 $n=1$ $n=p$

$p = \sqrt{22}$
 $\sqrt{-xy+7x-2y+14}$
 $\sqrt{-y^2+5x+14}$

5) $m+2n+g=11p^2$
 $mn=1$
 $m=n=1$
 $12=11p^2$
 X

$p+11=11p$ $10+2p=11p$
 $p = \frac{11}{10}$ $p = \frac{10}{9}$
 X X



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

$$x^3 + 3x + \sqrt{2x} = y^3 + 3y + \sqrt{2y}$$

$$(x+2+7 + 2 \cdot 7 \sqrt{x+2} = 4(14+5x-y^2) + 7-y + 2\sqrt{(14+5x-y^2)(7-y)})$$

$$(x-y)(x^2+xy+y^2) + 3(x-y) + \sqrt{2}(\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x}-\sqrt{y})\left(\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x^2+xy+y^2+3} + \sqrt{2}\right) = 0$$

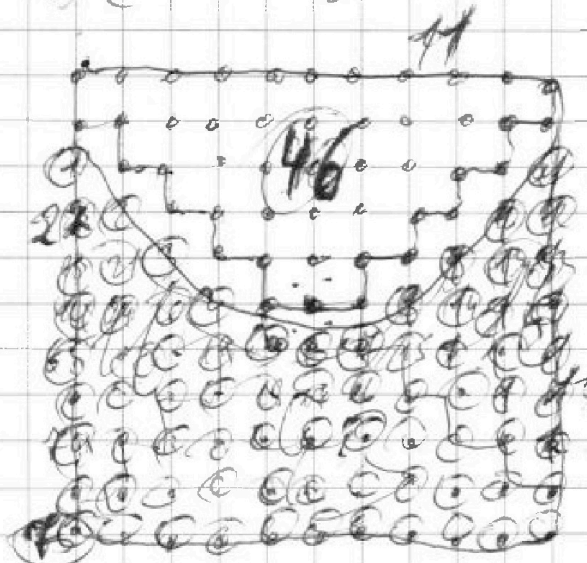
усл

$$x+9+14\sqrt{x+2} = 58+20x-4y^2-y+2\sqrt{\frac{(14+5x-y^2)(7-y)}{x^2+xy+y^2+3}}$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y}$$

$$(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^2+xy+y^2+3) = -\sqrt{2}$$

усл.



$$46 + 46 = 134$$

$$\frac{46 \cdot 45}{2} = 1035$$

$$\frac{46 \cdot 75}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

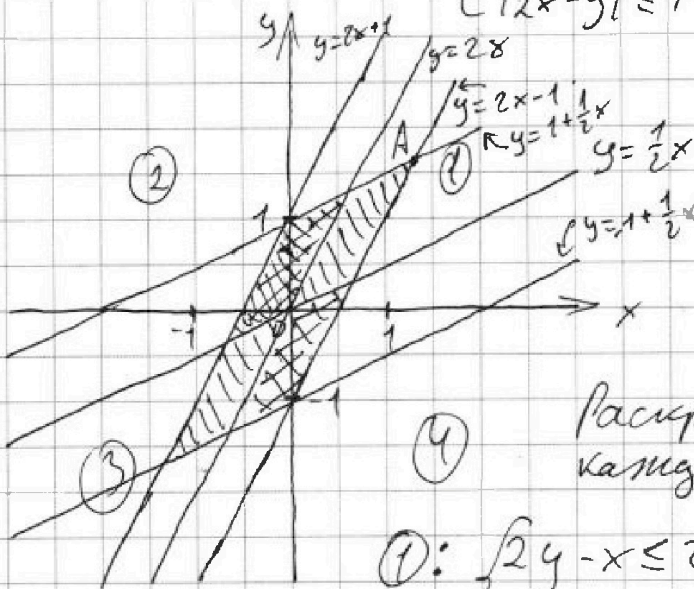


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\max(3y+6x) = ?$ $\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$



Область между $y = 2x$ и $y = \frac{1}{2}x$
 в 1-й четверти ①
 во 2-й четверти ②
 в 3-й четверти ③
 в 4-й четверти ④

④ Раскроем модули в каждой области:

①: $\begin{cases} 2y - x \leq 2 \\ 2x - y \leq 1 \end{cases} \begin{cases} y \leq 1 + \frac{1}{2}x \\ y \geq 2x - 1 \end{cases}$

②: $\begin{cases} 2y - x \leq 2 \\ y - 2x \leq 1 \end{cases} \begin{cases} y \leq 1 + \frac{1}{2}x \\ y \leq 2x + 1 \end{cases}$

③: $\begin{cases} x - 2y \leq 2 \\ y - 2x \leq 1 \end{cases} \begin{cases} y \geq \frac{1}{2}x - 1 \\ y \leq 1 + 2x \end{cases}$

④: $\begin{cases} x - 2y \leq 2 \\ 2x - y \leq 1 \end{cases} \begin{cases} y \geq \frac{1}{2}x - 1 \\ y \geq 2x - 1 \end{cases}$

$\max(3y+6x)$ там где x и y max это г.А

$2x_A - 1 = 1 + \frac{1}{2}x_A$
 $\frac{3x_A}{2} = 2$
 $x_A = \frac{4}{3}$ $y_A = \frac{8}{3} - 1 = \frac{5}{3}$

$3y_A + 6x_A = 3 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = 5 + 8 = 13$

Ответ: 13