



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен  $6 - 9x$ , шестой член равен  $(x^2 - 2x)^2$ , а десятый равен  $9x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $3y + 6x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$  и  $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$  равно  $11p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 6$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $10 \times 10$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 4$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение.

Пусть <sup>серьезно</sup> ~~мыслим~~ элемент равен  $a$  и  $b$ , мал ~~наша~~ прогрессия  $-b$ .

Тогда:

$$\begin{cases} a - 3b = 6 - 9a & (2) \\ a - b = (n^2 - 2n)^2 & (2) \\ a + 3b = 9n^2 & (3) \end{cases}$$

$$(3) - (2): 4b = 9n^2 + 9a - 6$$

$$4b = 3n^2 + 3a - 2 \Rightarrow 4b = 6n^2 + 6n - 4 \quad (4)$$

$$(3) - (2): 4b = (3n)^2 - (n^2 - 2n)^2 = (3n - n^2 + 2n)(3n + n^2 - 2n)$$

$$4b = (5n - n^2)(n^2 + n) \quad (5)$$

$$(4) \text{ и } (5): 6n^2 + 6n - 4 = 5n^3 - n^4 + 5n^2 - n^3$$

$$6n^2 + 6n - 4 = -n^4 + 4n^3 + 5n^2$$

$$n^4 - 4n^3 + n^2 + 6n - 4 = 0$$

Перебираем множители  $-4$ , пытаюсь по теореме Безу найти

корни. Пусть  $x=1$ :  $1 - 4 + 1 + 6 - 4 = 0 \Rightarrow$  делим многочлен на  $x-1$ :

$$\begin{array}{r|l} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 & x-1 \\ \underline{x^4 - x^3} & \\ -3x^3 + x^2 + 6x - 4 & \\ \underline{-3x^3 + 3x^2} & \\ -2x^2 + 6x - 4 & \\ \underline{-2x^2 + 2x} & \\ -4x - 4 & \\ \underline{-4x + 4} & \\ 0 & \end{array} \Rightarrow x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = (x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Анализировав, по м. Безу найдем, что  $x^3 - 3x^2 - 2x + 4 = (x - 1)(x^2 - 2x - 4)$

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \quad | \quad x - 1 \\ - x^3 + x^2 \\ \hline -2x^2 + 2x \\ - (-2x^2 + 2x) \\ \hline -4x + 4 \\ - (-4x + 4) \\ \hline 0 \end{array}$$

Получаем  $(x - 1)^2 (x^2 - 2x - 4)$

$$D_x = 4 + 4 \cdot 4 = 2 + 4 = 6$$

$$x_1 = -2 + \sqrt{6}$$

$$x_2 = -2 - \sqrt{6}$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = (x - 1)^2 (x + 2 - \sqrt{6})(x + 2 + \sqrt{6}) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2 + \sqrt{6} \\ x = -2 - \sqrt{6} \end{array} \right.$$

$$\text{Ответ: } \left\{ -2 - \sqrt{6}; -2 + \sqrt{6}; 1 \right\}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Получим  $p > 2$  и  $m+2n=22$ ; ~~увеличить~~ подставим в 8:  
 $mn \cdot 20 = 45Q^2$

$$mn = Q^2 \frac{45}{4} \quad (1)$$

$$m+2n=22 \Rightarrow m=22-2n \quad (2)$$

$$\text{в (2) в (1): } 22n-2n^2 = Q^2 \frac{45}{4}$$

$$-2n^2 + 22n - Q^2 \frac{45}{4} = 0$$

$$D = 121 - 4 \cdot 2 \cdot \frac{45}{4} \cdot Q^2 = 121 - 90Q^2 \Rightarrow 90Q^2 \leq 121$$

Первое условие  $Q^2 \leq \frac{121}{90} \Rightarrow Q < \frac{11}{\sqrt{90}}$

Второе условие выполняется лишь при  $Q=2$  (первое условие

не выполняется), при  $Q > 2$   $Q^2 > \frac{121}{90}$ .

Проверим:  $mn \cdot 20 = 45 \cdot 4$ .  $D = 121 - 90Q^2 = 1 \Rightarrow$

$$\begin{cases} mn = 45 \\ m+2n = 22 \end{cases}$$

$$m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n_1 = \frac{-22+21}{-4} = 3, n_2 = \frac{-22-1}{-4} = 3$$

$$\begin{cases} m_1 = 5, n_1 = 3 \\ m_2 = 3, n_2 = 5 \end{cases}$$

$$m = 22 - 2n = 5$$

Получим пару (5; 3)

$$II \quad 18 = 11p^2 \quad 11p^2 = m \cdot n \cdot (m+2n+9)$$

Во II случае пара будет пар не будет, и.к.  $(m+2n+9) \nmid 11$ .

Ответ: (5; 3)





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение.

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 4n = (m+2n)^2 - 4(m+n) = (m+2n)(m+2n-4)$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$$

Рассмотрим 2 случая:

$$I) A = 12p^2$$

Поскольку  $12 \mid p$  простое, то один из множителей дроби делится нацело на  $12$ . Однако, оба множителя дроби будут кратны  $p$ , либо один из них кратен  $p^2$ . Получим следующие варианты:

$$\left. \begin{cases} m+2n = 12 \\ m+2n-4 = p^2 \cdot 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p^2 = -\frac{8}{12} \notin \mathbb{P} \text{ - простое} \end{cases}$$

$$\left. \begin{cases} m+2n = p \\ m+2n-4 = p \cdot 12 \end{cases} \Rightarrow p = -\frac{4}{11} \notin \mathbb{P} \text{ - простое}$$

$$\left. \begin{cases} m+2n = p \cdot 12 \\ m+2n-4 = p \end{cases} \Rightarrow p = \frac{8}{11} \notin \mathbb{P} \text{ - простое}$$

$$\left. \begin{cases} m+2n = 12p^2 \\ m+2n-4 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12p^2 = 28 \\ p^2 = \frac{7}{3} \notin \mathbb{P} \end{cases}$$

$$\left. \begin{cases} m+2n = p^2 \\ m+2n-4 = 12 \end{cases} \Rightarrow p^2 = 16, p = 4 \notin \mathbb{P} \text{ - простое}$$

$$\left. \begin{cases} m+2n = 12 \\ m+2n-4 = p^2 \end{cases} \Rightarrow p^2 = 8, p = 2\sqrt{2} \notin \mathbb{P} \text{ - простое}$$

$$\left. \begin{cases} m+2n = 12 \\ m+2n-4 = p^2 \end{cases} \Rightarrow p^2 = 4, p = 2 \notin \mathbb{P} \text{ - простое}$$

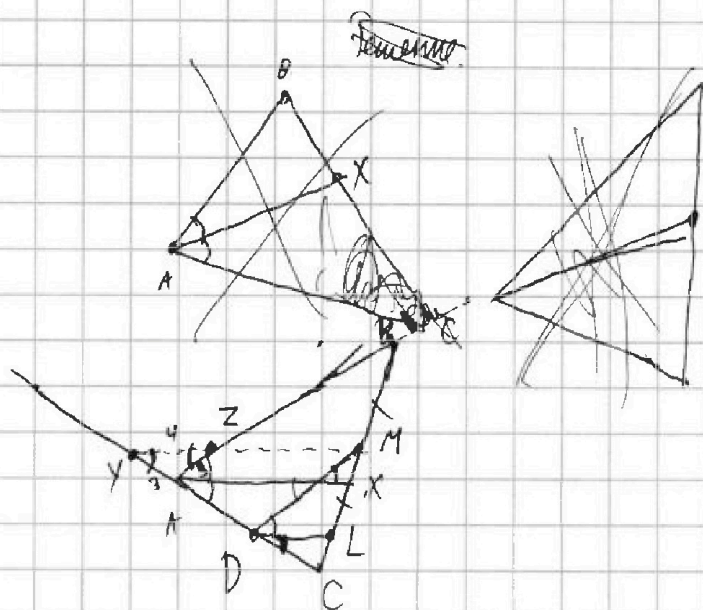


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\triangle ABC$   
Дано:  $MY \parallel AX$ ;  
 $AC = 5$ ;  $AZ = 3$ ;  $YZ = 4$   

---

 $BC = ?$

Решение:

$YZ \parallel AX$  (по условию),  $AZ$  - секущая  $\Rightarrow$  как накрест лежащие углы  
 $\angle AZY = \angle ZAX$ .  $AX$  - биссектриса  $\Rightarrow \angle ZAX = \angle XAC = \angle YZA$ .

$YZ \parallel AX$  при секущей  $YC \Rightarrow \angle ZYA = \angle XAC = \angle YZA$  (как смежные-вертикальные углы)  $\Rightarrow \triangle AYZ$  - равнобедренный (по признаку);  $AY = AZ = 3$ .

$\triangle ABC$  и прямая  $MY$ , по теореме Менелая:

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YC} = 1.$$

$CM = MB$  (по условию,  $AM$  - медиана);  $YC = AY + AC = 9$ .

$ZA = 3$  (по условию)

$$= \frac{1 \cdot 9 \cdot MB}{AY \cdot CM} = 3; \quad BZ = 3 \cdot ZA = 9. \Rightarrow AB = BZ + ZA = 12.$$

~~$\triangle AYZ$ .  $\cos \angle AYZ = \frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{8}$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Delta AYZ \text{ п/д} \Rightarrow \text{высота из т. } A - \text{ медиана; тогда } \cos \angle AYZ = \\ = \frac{4}{3} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Тогда } \cos 2 \angle BAC = \cos 2 \angle AYZ = 2 \cos^2 \angle AYZ - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = \\ = -\frac{1}{9}.$$

В  $\Delta ABC$ , по теореме косинусов:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC.$$

$$BC^2 = 144 + 36 - 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = 180 + \frac{2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2}{9 \cdot 1} = 180 + 16 \\ = 196$$

$$BC = 14.$$

Ответ: 14.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{н.к. } 9-t^2 = 2\sqrt{4+5n-n^2}, n \geq 0:$$

$$\begin{cases} 84 = \sqrt{4+5n-n^2} & | \cdot 4^2 \\ \frac{5}{2} = \sqrt{4+5n-n^2} & | \cdot 2^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -n^2 + 5n + 24 - 26 = 0 \\ -n^2 + 5n + 14 - \frac{25}{4} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -n^2 + 5n - 2 = 0 & (1) \\ -n^2 + 5n + \frac{31}{4} = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(2): \quad \begin{cases} D_{249} = 25 - 4 \cdot 2 = 24; & x_1 = \frac{-5 + \sqrt{24}}{-2} = \frac{5 - \sqrt{24}}{2} \\ & x_2 = \frac{-5 - \sqrt{24}}{-2} = \frac{5 + \sqrt{24}}{2} \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} D_{249} = 25 + 31 = 56 = (2\sqrt{14})^2; & x_1 = \frac{-5 + 2\sqrt{14}}{-2} = \frac{5 - 2\sqrt{14}}{2} < 0 \\ & x_2 = \frac{-5 - 2\sqrt{14}}{-2} = \frac{5 + 2\sqrt{14}}{2} \end{cases}$$

$$(2) \text{ и } (2): \quad \begin{cases} n_1 = \frac{5 - \sqrt{24}}{2} \\ n_2 = \frac{5 + \sqrt{24}}{2} \\ n_3 = \frac{5 + 2\sqrt{14}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \frac{5 - \sqrt{24}}{2}; \frac{5 + \sqrt{24}}{2}; \frac{5 + 2\sqrt{14}}{2} \right\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решено

2-ое уравнение <sup>случай:</sup>  $x^3 + 3x\sqrt{4y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y \Leftrightarrow \exists y \geq 0, x \geq 0$

$$\Leftrightarrow x^3 + 3x + \sqrt{2x} = y^3 + 3y + \sqrt{2y}$$

Покажем, что  $f(x) = f(y)$ , причем функция  $f(x)$

монотонно возрастает при  $x \geq 0$ , т.к. все ее слага-

емые слагаемые и зависят от  $y$  и монотонно возрастают.

т.е. монотонно с  $f(y)$ . Функции совпадают  $\Rightarrow f(x) = f(y)$  все

возможно лишь при совпадении аргументов, то есть:

$$x = y$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+2} - \sqrt{4-y} + 4 = 2\sqrt{4+5x-y^2} \\ x=y \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{4+5x-x^2} \\ x=y \end{array} \right.$$

Пусть  $\sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} = t$ .

$$t^2 = x+2+4-x - 2\sqrt{4+5x-x^2} = 9 - 2\sqrt{4+5x-x^2} \Rightarrow 2\sqrt{4+5x-x^2} = 9 - t^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t = \sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} \\ x=y \end{array} \right.$$

$$t + 4 = 9 - t^2 \quad t^2 + t - 2 = 0 \Rightarrow t = \frac{-1 \pm 3}{2} = -2; 1$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение.

Всего клеток  $21 \times 21$ .

Рассмотрим следующие вещи: • если две точки не симметричны относительно центра, то <sup>раскраски</sup> их узлы превращаются в 4 способа.  
• если две точки симметричны относительно центра, то <sup>4</sup> их раскраски превращаются в 2 способа.

Всего раскрасок  $\frac{21 \cdot 20}{2}$ ; <sup>н.к</sup> для парных раскраски неважно.

Кол-во симметр. раскрасок: для каждой точки, кроме диаметральной, соответствующая будет равна 1 точке. Итого пар всего

$$\frac{21-1}{2} \Rightarrow \text{всего способов } \left( \frac{21 \cdot 20}{2} - \frac{20}{2} \right) : 4 + \frac{20}{2 \cdot 2} =$$

$$= \frac{30 \cdot 60}{2 \cdot 4} + 50 = 2250 + 50 = 2300.$$

Ответ: 2300.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x-2y \leq 2 & (1) \\ -1 \leq 2x-y \leq 1 & (2) \end{cases}$$

$$(2) + (1): \quad \leq x+y \leq 1$$

$$-3 \leq 3(x-y) \leq 3$$

$$-1 \leq x-y \leq 1 \quad (3)$$

$$(3) + (2): \quad (3) \quad (2) - (3): \quad \begin{matrix} -3 \leq -y \leq 3 \\ -3 \leq y \leq 3 \end{matrix}$$

$$-(2): \quad -2 \leq 2y-x \leq 2$$

$$-(4) + (3): \quad -1 \leq y \leq 1 \quad (4)$$

$$(4) + (3): \quad -1 \leq x \leq 1$$

⇓

$$-1 \leq x \leq 1 \quad 3y + 6x \leq 9$$

Ответ:  $[-1; 1] \times [-1; 1]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$y = x$

~~234~~

$BA = 2$

$$\frac{MC}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{YA}{YB} = 1$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{4}{4} = 1$$

$$MC^2 = 36 + 9 - 36 \cdot \cos\left(\frac{2}{3}\right) = 36 + 9 + \frac{36}{9} = \frac{45}{9} + \frac{49}{9} = \frac{36 + 9 + 4}{9} = \frac{49}{9}$$

$MC = \frac{7}{3}$   $BC = 2$

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{YB}{YC} = 1$$

$$\frac{8/3}{3} \cdot \frac{4}{9} = 1$$

$MC = \dots$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = \frac{2 \cdot \frac{4}{9}}{9} - 1 = -\frac{5}{9}$$

Разность направлений  $= -\frac{5}{9}$

$$\frac{2}{2} \cdot \frac{2}{2} = \frac{2}{3}$$

$$9 - 4 = 5$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$BZ \cdot \frac{2}{9} = 1$$

$BZ = 9$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) (m+2n-4)(m+2n) = 250^2$$

$$m \cdot n \cdot (m+2n+4) = 250^2$$

$$250^2 = n \cdot d \cdot z$$

$$250^2 = 2 \cdot 125^2 = 2 \cdot 5^3 \cdot 5^2 = 2 \cdot 5^5 = 2 \cdot 3125$$

$$m = 11; n = 20 + 2n \Rightarrow n = -20$$

$$2n + 20 = 2$$

$$m = 20; m = m + 32$$

$$m = n = 1;$$

$$2n + 20 = 2$$

$$m + 2n + 4 = 25; m = n$$

$$3n = 12$$

$$3m = 2$$

$$2n + 20 = 250^2$$

$$n = 11$$

$$m + 22 = 250^2$$

$$m = 22$$

$$m + 2n =$$

$$m + 2n = -8$$

$$m = n; 3m + 4 = 25; 3n = 2$$

$$2n + 22 = 250^2$$

$$n = 125000$$

$$m + 22 = 250^2$$

$$m = 250^2 - 22$$

$$2n + 22 = 250^2$$

$$m = n + 32$$

$$n = 1; m + 22 = 2$$

$$n = 2n + 20$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1. \begin{cases} -2 \leq x-2y \leq 2 \\ -1 \leq 2x-y \leq 1 \\ -3 \leq 3x-2y \leq 3 \\ -1 \leq x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$b) = \frac{(x^2-2y)^2 + 6+9x}{2}$$

$$x =$$

$$+6b = 9x^2 + 9x - 1$$

$$2b = 3x^2 + 3x - 2$$

$$3x^2 + 9x - 2 = (x^2 - 2y)^2 - 6 + 9x$$

$$3x^2 + 3x - 2$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6 + 9x - 9x^2 - 3x + 2 = 0$$

-3

$$\begin{cases} -2 \leq x-2y \leq 2 \\ -1 \leq 2x-y \leq 1 \\ -3 \leq 3x-2y \leq 3 \\ -1 \leq x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} -2 \leq 2x-y \leq 1 \\ -3 \leq 3x-2y \leq 3 \\ -1 \leq x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$-3 \leq 3x-2y \leq 3$$

$$-1 \leq x-y \leq 1$$

3.

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \mid x-1$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ -x^4 + x^3 \\ \hline -3x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ +3x^3 - 3x^2 \\ \hline -2x^2 + 6x - 4 \\ +2x^2 - 2x \\ \hline 4x - 4 \end{array}$$

$$-2x^2 + 6x - 4$$

$$4x - 4$$

$$x^3(x-4) + x(x+6) - 4$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x \neq 0$$

$$x^2 - 4x + 1 + \frac{6}{x} - \frac{4}{x^2}$$

$$x_2 = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$(x-1)^2(x^2-2x-4)$$

$$D = 4 + 4 \cdot 4 = 20$$

$x-3b$   $ab$   $a$   $a+3b$   
 $-1 \leq y \leq 1$   $u$   $5$   $6$   $7$   $8$   $9$   $\leq 0$   
 $-1 \leq y \leq 1$   
 $-9 \leq 3x-2y \leq 3$   $3+6=9$

$$a-3b = 6-9x$$

$$a-b = (x^2-2y)^2$$

$$a+3b = 9x^2$$

$$x=1$$

$$2a = 9x^2 - 9x + 6$$

$$6a + 3b = 0$$

$$a = \frac{9x(x-1) + 6}{2}$$

$$-4b = (x^2-2x-3)(x^2+2x+3)$$

$$-4b = x^2(x-5)(x+1)$$

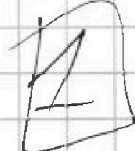
$$f(x) = f(y)$$

$$-2 \leq -2y \leq 2 \Rightarrow 2 \geq 2y \geq -2$$

$$2 \geq y \geq -1$$

$$3y + 6x = 3$$

$$3y^2 + 6x - 4 = -3(x^2 + 2x)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m+2n)^2 - 4(m+2n) = (m+2n-4)(m+2n) \quad (2) \quad 5 \cdot 6 = 30$$

$$B = mn(m+2n+4) \quad m+2n-4 = 4 \quad m+2n-4 = 8$$

2)

?

$$p-4 = p^2$$

$$p^2 - p + 4 = 0$$

$$m+2n = 28$$

$$\begin{array}{|c|} \hline m+ \\ \hline 5 \cdot 3 \\ \hline \end{array}$$

$$m+2n = 22$$

$$m+2n-4 = p^2$$

$$m+2n = 4p$$

$$m+2n-4 = p$$

$$m = 40p$$

$$\begin{array}{r} 28 \cdot 4 \cdot 2 \\ 5 \cdot 6 \cdot 20 = 600 \\ 25 \cdot 3 \cdot 4 \\ 5 \cdot 3 \cdot 20 \\ 2^2 = 8 \end{array}$$

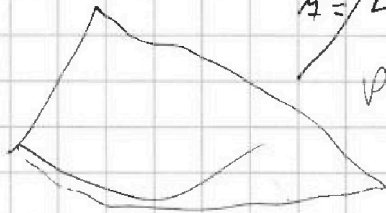
$$22-4 = p^2$$

$$p^2 = 4$$

$$p = 2$$

$$m+2n = 41$$

$$m = 22 - 2n$$



$$m = 22 - 6 = 5$$

2y-2

$$mn(20) = 45Q^2 \quad 27y - 2n \geq -2$$

$$mn = \frac{45}{4} Q^2$$

$$(22-2n)n = \frac{25}{4} Q^2$$

$$-2n^2 + 22n = \frac{25}{4} Q^2$$

$$2n^2 - 22n + \frac{25}{4} Q^2 = 0$$

$$D = 22^2 - 4 \cdot \frac{25}{4} Q^2 = 22^2 - 25Q^2$$

при  $Q=2$

$$n_1 = \frac{22+2}{4} = 3$$

$$n_2 = \frac{22-2}{4} = 5$$

m





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(a+b)(a-b)^2 =$   
 $x=y = \frac{-5 \pm \sqrt{25}}{-2} = \frac{5 \pm \sqrt{25}}{2}$   
 $x=y = \frac{-5 + \sqrt{25}}{-2} = \frac{5 - \sqrt{25}}{2}$

$t = 2$   
 $4 + 5 + 5 + 4 + 4 + 6 = 32$   
 $4 \cdot 8 = 2 \sqrt{24 + 5a - a^2}$   
 $-a^2 + 5a - 2 = 0$   
 $5a - a^2 - 2 = 0$   
 $a = y = \frac{5 \pm \sqrt{25}}{2}$   
 $a = y = \frac{5 + \sqrt{25}}{2}$   
 $(-1; 2; 8)$

$\partial \Phi_3: a > 0$   
 $2 \sqrt{24} = \frac{2}{5} \cdot 56 = 18$   
 $2L$   
 $t + 2 = 9 - t^2$   
 $5^2 = 25/4 (2 + t - 2) = 0$   
 $56 - 25 = 31$   
 $D = 1 + 8 = 3^2$

$x + 2 + 4 - x = 2\sqrt{\dots}$   
 $0 \leq y \leq 7$   
 $x + 2 + 4 + y - 2 \sqrt{4a(4-2y) + 4a - 2y}$   
 $t_2 = \frac{-2 + 9}{2} = 2.5$   
 $t_2 = \frac{-2 - 9}{2} = -2.5$

$n = y$   
 $n^3 + 3a + \sqrt{24n} = y^3 + 3y + \sqrt{24y}$   
 $t^2 = 4$   
 $t^2 = 4$   
 $24 - 56 = -32$   
 $9 - 4 = 2 \sqrt{4a - a^2}$   
 $-a^2 + 5a + \frac{32}{4} = 0$   
 $24 + 3a - a^2 = \frac{25}{4}$   
 $-a^2 + 5a - 12 = 0$

$a - 6 + 7 = 206$   
 $t = \sqrt{n+2} - \sqrt{2-n}$   
 $t^2 = 9 - 2 \sqrt{24 + 5a - a^2} \Rightarrow 2\sqrt{\dots} = 9 - t^2$   
 $n_1 = \frac{-5 + 2\sqrt{24}}{2}$   
 $n_2 = \frac{-5 - 2\sqrt{24}}{2}$   
 $D = 25 + 32 = 57 = (2\sqrt{24})^2$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$B \begin{matrix} -21 \\ 0 \end{matrix}$   
 $10^2 - 1 = 120$   
 $4 \quad 6 - 18 = -12$   
 $6 \rightarrow 9$   
 $10 = 30$   
 1)  $10 = 30$   
 2)  $Sum$   
 $2345$   
 $1$

$122 \cdot 990$   
 $S_{AP} = 0 \pi$   
 $S_{AB} = 4 \int \sin \alpha d\alpha$   
 $\sin \rightarrow \cos$   
 $-\cos \rightarrow +\sin$

$4 \cdot (\cos \pi) = -4$   
 $12 \cdot 3 +$   
 $6 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$   
 $-46$

$(x^2 - 2x - 3x)(x^2 + x) = -46$   
 $x^2 - 4x^3 + 2^2 + 8x - 4$   
 $x^4 - 2x^3 + x^2$   
 $-2x^3 + 0x^2 + 8x$   
 $-2x^3 + 4x^2 - 2x$   
 $-4x^2 + 8x - 4$   
 $-4x^2 + 8x - 4$   
 $0$

$x^2 - 2x - 4$   
 $200 \cdot 220 \cdot 30 \cdot 60 + 30 = 30 \cdot 60 + 30 =$   
 $8 \cdot 21$   
 $= 30 \cdot 62 = 1830$