



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение.

Пусть ^{серьезно} ~~мыслим~~ элемент равен a и b , мал ~~наша~~ прогрессия $-b$.

Тогда:

$$\begin{cases} a - 3b = 6 - 9a & (2) \\ a - b = (n^2 - 2n)^2 & (2) \\ a + 3b = 9n^2 & (3) \end{cases}$$

$$(3) - (2): 4b = 9n^2 + 9a - 6$$

$$4b = 3n^2 + 3a - 2 \Rightarrow 4b = 6n^2 + 6a - 4 \quad (4)$$

$$(3) - (2): 4b = (3n)^2 - (n^2 - 2n)^2 = (3n - n^2 + 2n)(3n + n^2 - 2n)$$

$$4b = (5n - n^2)(n^2 + n) \quad (5)$$

$$(4) \text{ и } (5): 6n^2 + 6a - 4 = 5n^3 - n^4 + 5n^2 - n^3$$

$$6n^2 + 6a - 4 = -n^4 + 4n^3 + 5n^2$$

$$n^4 - 4n^3 + n^2 + 6a - 4 = 0$$

Перебираем множители -4 , пытаюсь по теореме Безу найти

корни. Пусть $x=1$: $1 - 4 + 1 + 6a - 4 = 0 \Rightarrow$ делим многочлен на $x-1$:

$$\begin{array}{r|l} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6a - 4 & x-1 \\ \underline{x^4 - x^3} & \\ -3x^3 + x^2 & \\ \underline{-3x^3 + 3x^2} & \\ -2x^2 + 6a & \\ \underline{-2x^2 + 2a} & \\ -4a + 4 & \end{array} \Rightarrow x^4 - 4x^3 + x^2 + 6a - 4 = (x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Анализировав, по м. Безу найдем, что $x^3 - 3x^2 - 2x + 4 = (x - 1)(x^2 - 2x - 4)$

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \quad | \quad x - 1 \\ - x^3 - x^2 \\ \hline - 2x^2 + 2x \\ - 2x^2 + 2x \\ \hline - 4x + 4 \\ - 4x + 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

Получаем $(x - 1)^2 (x^2 - 2x - 4)$

$$D_x = 4 + 4 \cdot 4 = 2 + 4 = 6$$

$$x_2 = -2 + \sqrt{6}$$

$$x_2 = -2 - \sqrt{6}$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = (x - 1)^2 (x + 2 - \sqrt{6})(x + 2 + \sqrt{6}) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2 + \sqrt{6} \\ x = -2 - \sqrt{6} \end{array} \right.$$

$$\text{Ответ: } \{-2 - \sqrt{6}; -2 + \sqrt{6}; 1\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Получим $p > 2$ и $m+2n=22$; ~~увеличить~~ подставим в 8:
 $mn \cdot 20 = 45Q^2$

$$mn = Q^2 \frac{45}{4} \quad (1)$$

$$m+2n=22 \Rightarrow m=22-2n \quad (2)$$

$$\text{в (2) в (1): } 22n-2n^2 = Q^2 \frac{45}{4}$$

$$-2n^2 + 22n - Q^2 \frac{45}{4} = 0$$

$$D = 121 - 4 \cdot 2 \cdot \frac{45}{4} \cdot Q^2 = 121 - 90Q^2 \Rightarrow 90Q^2 \leq 121$$

Первое условие $Q^2 \leq \frac{121}{90} \Rightarrow Q < \frac{11}{\sqrt{90}}$

Второе условие выполняется лишь при $Q=2$ (первое не выполняется), при $Q > 2$ $Q^2 > \frac{121}{90}$.

Проверим: $mn \cdot 20 = 45 \cdot 4$. $D = 121 - 90Q^2 = 1 \Rightarrow$

$$\begin{cases} mn = 45 \\ m+2n = 22 \end{cases}$$

$$m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n_1 = \frac{-22+21}{-4} = 3, n_2 = \frac{-22-1}{-4} = 3$$

$$\begin{cases} m_1 = 5, n_1 = 3 \\ n_2 = 3, m_2 = 5 \end{cases}$$

$$m = 22 - 2n = 5$$

Получим пару (5; 3)

$$II \quad 18 = 11p^2 \quad 11p^2 = m \cdot n \cdot (m+2n+9)$$

Во II случае пара будет пар не будет, и.к. $(m+2n+9) \nmid 11$

Ответ: (5; 3)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение.

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 4n = (m+2n)^2 - 4(m+n) = (m+2n)(m+2n-4)$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$$

Рассмотрим 2 случая:

$$I) A = 12p^2$$

Поскольку $12 \mid p$ простое, то один из множителей дроби делится нацело на 12 . Однако, оба множителя дроби будут кратны p , либо один из них кратен p^2 . Получим следующие варианты:

следующие варианты:

$$\begin{cases} m+2n = 12 \\ m+2n-4 = p^2 \cdot 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p^2 = -\frac{8}{12} \notin \mathbb{P} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+2n = p \\ m+2n-4 = p \cdot 12 \end{cases} \Rightarrow p = -\frac{4}{11} \notin \mathbb{P} \text{ простое}$$

$$\begin{cases} m+2n = p \cdot 12 \\ m+2n-4 = p \end{cases} \Rightarrow p = \frac{4}{11} \notin \mathbb{P} \text{ простое}$$

$$\begin{cases} m+2n = 12p^2 \\ m+2n-4 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12p^2 = 16 \\ p^2 = \frac{4}{3} \notin \mathbb{P} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+2n = p^2 \\ m+2n-4 = 12 \end{cases} \Rightarrow p^2 = 16, p = 4 \notin \mathbb{P} \text{ простое}$$

$$\begin{cases} m+2n = 12 \\ m+2n-4 = p^2 \end{cases} \Rightarrow p^2 = 8, p = 2\sqrt{2} \notin \mathbb{P} \text{ простое}$$

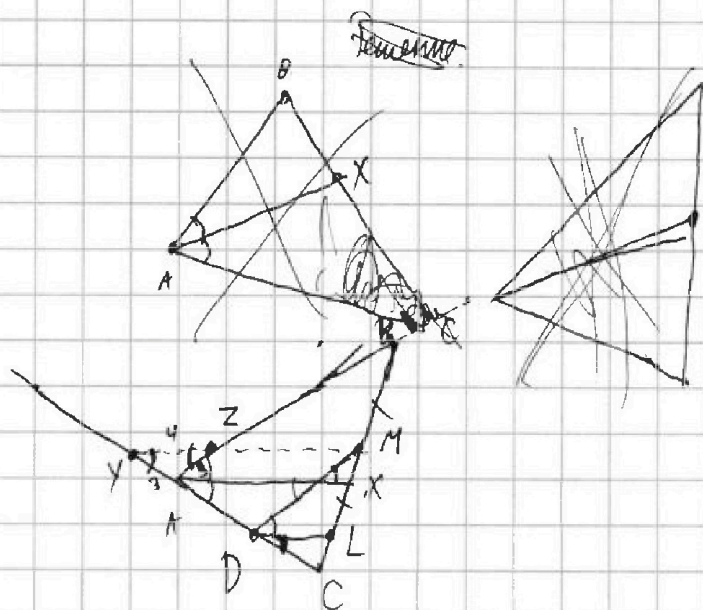


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\triangle ABC$
Дано: $MY \parallel AX$;
 $AC = 5$; $AZ = 3$; $YZ = 4$
 $BC = ?$

Решение:

$YZ \parallel AX$ (по условию), AZ - секущая \Rightarrow как накрест лежащие углы
 $\angle AZY = \angle ZAX$. AX - биссектриса $\Rightarrow \angle ZAX = \angle XAC = \angle YZA$.

$YZ \parallel AX$ при секущей $YC \Rightarrow \angle ZYA = \angle XAC = \angle YZA$ (как смежные-вертикальные углы) $\Rightarrow \triangle AYZ$ - равнобедренный (по признаку); $AY = AZ = 3$.

$\triangle ABC$ и прямая MY , по теореме Менелая:

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YC} = 1.$$

$CM = MB$ (по условию, AM - медиана); $YC = AY + AC = 9$.

$ZA = 3$ (по условию)

$$= \frac{1 \cdot 9 \cdot MB}{AY \cdot CM} = 3; \quad BZ = 3 \cdot ZA = 9. \Rightarrow AB = BZ + ZA = 12.$$

~~$\triangle AYZ$. $\cos \angle AYZ = \frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{8}$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Delta AYZ \text{ п/д} \Rightarrow \text{высота из т. } A - \text{ медиана; тогда } \cos \angle AYZ =$$
$$= \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Тогда } \cos 2 \angle BAC = \cos 2 \angle AYZ = 2 \cos^2 \angle AYZ - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 =$$
$$= -\frac{1}{9}$$

В ΔABC , по теореме косинусов:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC$$

$$BC^2 = 144 + 36 - 2 \cdot 12 \cdot 6 - \left(-\frac{1}{9}\right) = 180 + \frac{2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2}{9 \cdot 2} = 180 + 16$$

$$= 196$$

$$BC = 14$$

Ответ: 14.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{н.к. } 9-t^2 = 2\sqrt{4+5n-n^2}, n \geq 0:$$

$$\left[\begin{array}{l} 84 = \sqrt{4+5n-n^2} \quad | \cdot 4^2 \\ \frac{5}{2} = \sqrt{4+5n-n^2} \quad | \cdot 2 \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} -n^2 + 5n + 24 - 26 = 0 \\ -n^2 + 5n + 14 - \frac{25}{4} = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} -n^2 + 5n - 2 = 0 \quad (1) \\ -n^2 + 5n + \frac{31}{4} = 0 \quad (2) \end{array} \right.$$

$$(2): \quad \begin{cases} D_{249} = 25 - 4 \cdot 2 = 24; & x_1 = \frac{-5 + \sqrt{24}}{-2} = \frac{5 - \sqrt{24}}{2} \\ & x_2 = \frac{-5 - \sqrt{24}}{-2} = \frac{5 + \sqrt{24}}{2} \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} D_{249} = 25 + 31 = 56 = (2\sqrt{14})^2; & x_1 = \frac{-5 + 2\sqrt{14}}{-2} = \frac{5 - 2\sqrt{14}}{2} < 0 \\ & x_2 = \frac{-5 - 2\sqrt{14}}{-2} = \frac{5 + 2\sqrt{14}}{2} \end{cases}$$

$$(2) \text{ и } (2): \quad \left\{ \begin{array}{l} n_1 = \frac{5 - \sqrt{24}}{2} \\ n_2 = \frac{5 + \sqrt{24}}{2} \\ n_3 = \frac{5 + 2\sqrt{14}}{2} \end{array} \right.$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \frac{5 - \sqrt{24}}{2}; \frac{5 + \sqrt{24}}{2}; \frac{5 + 2\sqrt{14}}{2} \right\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решено

2-ое уравнение ^{случай:} $x^3 + 3x\sqrt{4} = y^3 - \sqrt{2}y + 3y \Leftrightarrow 0 \neq 3: 4y \geq 0, x \geq 0$

$$\Leftrightarrow x^3 + 3x + \sqrt{2}x = y^3 + 3y + \sqrt{2}y.$$

Получим, что $f(x) = f(y)$, причем функция $f(x)$

имеет монотонно возрастаем при $x \geq 0$, т.к. все ее слага-

емые слагаемые и зависят от y и монотонно возрастают.

т.е. монотонно с $f(y)$. Функции совпадают $\Rightarrow f(x) = f(y)$ все

возможно лишь при совпадении аргументов, то есть:

$$x = y.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} + 4 = 2\sqrt{4+5x-x^2} \\ x=y \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{4+5x-x^2} \\ x=y \end{array} \right.$$

Пусть $\sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} = t.$

$$t^2 = x+2+4-x - 2\sqrt{4+5x-x^2} = 9 - 2\sqrt{4+5x-x^2} \Rightarrow 2\sqrt{4+5x-x^2} = 9 - t^2 = 9 - t^2.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t = \sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} \\ x=y \end{array} \right.$$

$$t + 4 = 9 - t^2 \quad t^2 + t - 2 = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} t = \sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} \\ x=y \\ t = \frac{-1 \pm 3}{2} = -2; 1. \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение.

Всего клеток 21×21 .

Рассмотрим следующие вещи: • если две точки не симметричны относительно центра, то ^{раскраски} их узлы превращаются в 4 способа.
• если две точки симметричны относительно центра, то ^{раскраски} их узлы превращаются в 2 способа.

Всего раскрасок $\frac{21 \cdot 20}{2}$; ^{п.к} для каждого раскраски неважно.

Кол-во симметр. раскрасок: для каждой точки, кроме диаметральной, соответствующая будет равна 1 точке. Итого пар всего

$$\frac{21-1}{2} \Rightarrow \text{всего способов } \left(\frac{21 \cdot 20}{2} - \frac{20}{2} \right) : 4 + \frac{20}{2} =$$

$$= \frac{30 \cdot 60}{2} + 10 = 1800 + 10 = 1810.$$

Ответ: 1810.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x-2y \leq 2 & (1) \\ -1 \leq 2x-y \leq 1 & (2) \end{cases}$$

$$(2) + (1): \quad \cancel{\leq x+y \leq 1}$$

$$-3 \leq 3(x-y) \leq 3$$

$$-1 \leq x-y \leq 1 \quad (3)$$

$$(3) + (2): \quad (3) \quad (2) - (3): \quad \begin{matrix} -3 \leq -y \leq 3 \\ -3 \leq y \leq 3 \end{matrix}$$

$$-(2): \quad -2 \leq y-x \leq 2$$

$$-(1) + (3): \quad -1 \leq y \leq 1 \quad (4)$$

$$(4) + (3): \quad -1 \leq x \leq 1$$

\Downarrow

$$-1 \leq x \leq 1 \quad 3y + 6x \leq 9$$

Ответ: $2 \quad 9$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$y = x$

~~234~~

$BA = 2$

$\frac{MC}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{YA}{YB} = 1$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{4}{4} = 1$

$MC^2 = 36 + 9 - 36 \cdot \cos(\frac{2}{3}) = 36 + 9 - \frac{36 \cdot 4}{9} = 45 - 16 = 29$

$MC = \sqrt{29}$

$BC = 2$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = \frac{8}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$

Разность косинусов $= -\frac{1}{9}$

$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

$9 - 4 = 5$

$\cos \alpha = \frac{2}{3}$

$\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$BZ \cdot \frac{2}{9} = 1$

$BZ = 4.5$

$BZ = 9$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) (m+2n-4)(m+2n) = 250^2$$

$$250^2 = n \cdot y \cdot z$$

$$m \cdot n \cdot (m+2n+4) = 250^2$$

$$250^2 = 2 \cdot 5^3 \cdot 5^2 = 2 \cdot 5^5 = 2 \cdot 3125$$

$$m = 25; n = 20 + 2n \Rightarrow n = -20$$

$$2n + 20 = 2$$

$$m = 25; m = m + 32$$

$$m = n = 1$$

$$2n + 20 = 2$$

$$m + 2n + 4 = 25; m = n$$

$$25 + 20 = 45 \neq 250^2$$

$$375 = 12$$

$$3m = 2$$

$$n = 11$$

$$m + 11 = 250^2$$

$$m + 2n =$$

$$m = 11$$

$$m + 2n = -8$$

$$m = n, 3m + 4 = 25, 3n = 2$$

$$2n + 11 = 250^2$$

$$m + 11 = 11m$$

$$n = 11$$

$$m = 11$$

$$2n + 11 = 11n$$

$$m = n + 32$$

$$n = 1, m + 2n = 2$$

$$n = 2n + 20$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1. \begin{cases} -2 \leq x-2y \leq 2 \\ -1 \leq 2x-y \leq 1 \\ -3 \leq 3x-2y \leq 3 \\ -1 \leq x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$b) = \frac{(x^2-2y)^2 - 6+9x}{2}$$

$$x =$$

$$+6b = 9x^2 + 9x - 6$$

$$2b = 3x^2 + 3x - 2$$

$$3x^2 + 9x - 2 = (x^2 - 2y)^2 - 6 + 9x$$

$$3x^2 + 3x - 2$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6 + 9x - 9x^2 - 3x + 2 = 0$$

-3

$$\begin{cases} -2 \leq x-2y \leq 2 \\ -1 \leq 2x-y \leq 1 \\ -3 \leq 3x-2y \leq 3 \\ -1 \leq x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} -2 \leq 2x-y \leq 1 \\ -3 \leq 3x-2y \leq 3 \\ -1 \leq x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$-3 \leq 3x-2y \leq 3$$

$$-1 \leq x-y \leq 1$$

$$-2-3-2+4$$

3.

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \mid x-1 \\ -x^4 + x^3 \\ \hline -3x^3 + x^2 \\ -3x^3 + 3x^2 \\ \hline -2x^2 + 6x \\ -2x^2 + 2x \\ \hline 4x - 4 \end{array}$$

$$x^3(x-4) + x(x+6) - 4$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x \neq 0$$

$$x^2 - 4x + 1 + \frac{6}{x} - \frac{4}{x^2}$$

$$x_2 = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$(x-1)^2(x^2-2x-4)$$

$$D = 4 + 4 \cdot 4 = 20$$

$x-3b$ ab a $a+3b$
 $-1 \leq y \leq 1$ u 5 6 7 8 9 ≤ 0
 $-1 \leq y \leq 1$
 $-9 \leq 3x-2y \leq 3$ $3+6=9$

$$a-3b = 6-9x$$

$$a-b = (x^2-2y)^2$$

$$a+3b = 9x^2$$

$$x=1$$

$$2a = 9x^2 - 9x + 6$$

$$6a + 3y = 0$$

$$a = \frac{9x(x-1) + 6}{2}$$

$$-4b = (x^2-2y-3x)(x^2+2y+3x)$$

$$-4b = x^2(x-5)(x+1)$$

$$f(x) = f(y)$$

$$-2 \leq -2y \leq 2$$

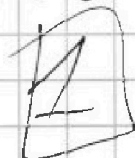
$$2 \geq 2y \geq -2$$

$$0 \leq x \leq 0 \Rightarrow x=0$$

$$2 \geq y \geq -2$$

$$3y + 6x = 3$$

$$3y^2 + 6x - 4 = -3(x^2+2x)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m+2n)^2 - 4(m+2n) = (m+2n-4)(m+2n) \quad (2) \quad 5 \cdot 6 = 30$$

$$B = mn(m+2n+9) \quad m+2n-4 = 4 \quad m+2n-4 = 8$$

2)

? <

$$p-4 = p^2$$

$$p^2 - p + 4 = 0$$

$$m+2n = 28$$

$$\begin{array}{|c|} \hline m+ \\ \hline 5 \cdot 3 \\ \hline \end{array}$$

$$m+2n = 22$$

$$m+2n-4 = p^2$$

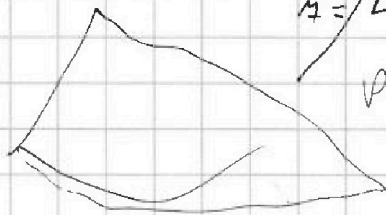
$$22-4 = p^2$$

$$p^2 = 18$$

$$p = \sqrt{18}$$

$$m+2n = 41$$

$$m = 41 - 2n$$



$$m+2n = 22$$

$$m+2n-4 = p$$

$$m = 40p$$

$$\begin{array}{r} 22 \cdot 4 \cdot 2 \\ 5 \cdot 6 \cdot 20 = 600 \\ 25 \cdot 3 \cdot 4 \\ 5 \cdot 3 \cdot 20 \\ 2^2 = 8 \end{array}$$

$$m = 22 - 6 = 16$$

$$2n-4$$

$$mn(20) = 450 \quad 27y - 2n \geq -2$$

$$mn = \frac{45}{4} p^2$$

$$(22-2n)n = \frac{45}{4} p^2$$

$$-2n^2 + 22n = \frac{45}{4} p^2$$

$$2n^2 - 22n + \frac{45}{4} p^2 = 0$$

$$D = 22^2 - 4 \cdot \frac{45}{4} p^2 = 484 - 45p^2$$

$$484 - 45p^2 \geq 0$$

$$n_1 = \frac{22 + 11}{2} = 16.5$$

$$n_2 = \frac{22 - 11}{2} = 5.5$$

m

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(a+b)(a-b)^2 =$
 $x=y = \frac{-5 \pm \sqrt{25}}{-2} = \frac{5 \pm \sqrt{25}}{2}$
 $x=y = \frac{-5 + \sqrt{25}}{-2} = \frac{5 - \sqrt{25}}{2}$

$t = 2$
 $4 + 5 + 5 + 4 + 4 + 6 = 32$
 $4 \cdot 8 = 2 \sqrt{24 + 5a - a^2}$
 $-a^2 + 5a - 2 = 0$
 $5a - a^2 - 2 = 0$
 $a = y = \frac{5 \pm \sqrt{25}}{2}$
 $a = y = \frac{5 + \sqrt{25}}{2}$
 $(-1; 2; 8)$

$2 \sqrt{24} = \frac{2 \cdot 5}{5} = 18$
 $2L$
 $t + 2 = 9 - t^2$
 $5^2 = 25/4 (2 + t - 2 = 0)$
 $56 - 25 = 31$
 $D = 1 + 8 = 3^2$

$x + 2 + 4 - x = 2 \sqrt{4a + 4 - 2y + 4x - xy}$
 $0 \leq y \leq 7$
 $t_2 = \frac{-2 + 9}{2} = 2.5$
 $t_2 = \frac{-2 - 9}{2} = -2.5$

$n = y$
 $n^3 + 3a + \sqrt{24n} = y^3 + 3y + \sqrt{24y}$
 $\sqrt{n+2} - \sqrt{2-n} + 4 = 2 \sqrt{4n+4+2n}$
 $a - 6 + 7 = 206$
 $t = \sqrt{n+2} - \sqrt{2-n}$
 $t^2 = 9 - 2 \sqrt{24 + 5a - a^2} \Rightarrow 2 \sqrt{\quad} = 9 - t^2$
 $n_1 = \frac{-5 + 2\sqrt{24}}{2}$
 $n_2 = \frac{-5 - 2\sqrt{24}}{2}$
 $360 = 25$
 $D = 25 + 36 = 50 = (2\sqrt{24})^2$

$t^2 = 4$
 $t = 2$
 $4 \cdot 24 = 56$
 $9 - 4 = 2 \sqrt{4a + 4 + 2n}$
 $-a^2 + 5a + \frac{32}{4} = 0$
 $24 + 3a - a^2 = \frac{25}{4}$
 $-a^2 + 5a - 11.25 = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$B \begin{matrix} -21 \\ 0 \end{matrix}$
 $10^2 - 1 = 120$
 $4 \quad 6 - 18 = -12$
 $6 \rightarrow 9$
 $10 = 30$
 1) $10 = 30$
 2) Sum
 $2345 \quad 0$
 $1 \quad 1$

$222 \cdot 990$
 $S_{AP} = 0 \pi$
 $S_{AB} = 4 \int_0^{\pi} \sin x dx$
 $\sin \rightarrow \cos$
 $-\cos \rightarrow +\sin$

$4 \cdot (\cos \pi) = -4$
 $11 \cdot 3 +$
 $6 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$
 -46

$(x^2 - 2x - 3x)(x^2 + x) = -46$
 $x^2 - 4x^3 + 2^2 + 8x - 4$
 $x^4 - 2x^3 + x^2$
 $-2x^3 + 0x^2 + 0x$
 $-2x^3 + 4x^2 - 2x$
 $-4x^2 + 8x - 4$
 $-4x^2 + 8x - 4$
 0

$222 \cdot 220 = 48840$
 $2 - 4$
 $200 \cdot 220 \cdot 30 = 60 + 30 = 30 \cdot 60 + 30 =$
 $8 - 21$
 $= 30 \cdot 62 = 1830$

$x^2 - 2x - 4$