



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 10 КЛАСС. Вариант 7

1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен  $6 - 9x$ , шестой член равен  $(x^2 - 2x)^2$ , а десятый равен  $9x^2$ . Найдите  $x$ .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $3y + 6x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$  и  $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$  равно  $11p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 6$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $10 \times 10$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 4$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение.

Пусть  $a + b = 6 - 9n$  (1)

$$\left\{ \begin{array}{l} a + b = 6 - 9n \\ a - b = (n^2 - 2n)^3 \end{array} \right. \quad (2)$$

$$a + b = 9n^2 \quad (3)$$

$$(3) - (2): 6b = 9n^2 + 9n - 6$$

$$6b = 3n^2 + 3n - 2 \Rightarrow 4b = 6n^2 + 6n - 4 \quad (4)$$

$$(3) - (2): 4b = (3n)^2 - (n^2 - 2n)^2 = (3n - n^2 + 2n)(3n + n^2 - 2n)$$

$$4b = (5n - n^2)(n^2 + n) \quad (5)$$

$$(4) \equiv (5): 6n^2 + 6n - 4 = 5n^3 - n^4 + 5n^2 - n^3$$

$$6n^2 + 6n - 4 = -n^4 + 6n^3 + 5n^2$$

$$n^4 - 4n^3 + n^2 + 6n - 4 = 0$$

Переводим членами  $-4$ , множаки по мере необходимости группи.

Когда  $n=1$ :  $1 - 4 + 1 + 6 - 4 = 0 \Rightarrow$  Фактор  $n-1$  есть

$$\begin{array}{r} n^4 - 4n^3 + n^2 + 6n - 4 \\ - n^4 - n^3 \\ \hline - 3n^3 + n^2 \\ - 3n^3 + 3n^2 \\ \hline - 2n^2 + 6n \\ - 2n^2 + 2n \\ \hline - 4n = 0 \end{array} \quad | \quad n-1 \quad \Rightarrow n^4 - 4n^3 + n^2 + 6n - 4 = (n-1)(n^3 - 3n^2 - 2n + 4)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Возьмем, но т. Федор получаем, что  $x^3 - 3x^2 - 2x + 4 = 0$

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \\ - x^3 - x^2 \\ \hline - 2x^2 + 2x \\ - 2x^2 + 2x \\ \hline - 4x + 4 \\ - 4x + 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

Получаем  $(x-1)^2 (x+2)=0$

$$D_2 = 4+4=8 \quad 2+4=6$$

$$x_2 = -2 + \sqrt{6}$$

$$x_2 = -2 - \sqrt{6}$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = (x-1)^2 (x+2 - \sqrt{6})(x+2 + \sqrt{6}) = 0.$$

$\curvearrowleft x=1$

$$x = -2 + \sqrt{6}$$

$$x = -2 - \sqrt{6}$$

Ответ:  $\{-2 - \sqrt{6}; -2 + \sqrt{6}; 1\}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Получили  $p \geq 2$  и  $m+2n=2c$ ; ~~затем~~ подставим в 8:

$$mn+20 = 45Q^2$$

$$mn = Q^2 - \frac{25}{4}. \quad (1)$$

$$m+2n=2c \Rightarrow m=2c-2n. \quad (2)$$

$$\text{Из } (2) \text{ и } (1): \quad (2c-2n)^2 = Q^2 - \frac{25}{4}.$$

$$-4n^2 + 4c^2 - 4cn - Q^2 + \frac{25}{4} = 0$$

$$D = 12c^2 - 4(2c^2 - Q^2) = 12c^2 - 8c^2 + 4Q^2 = 4c^2 + 4Q^2 \leq 12c^2$$

Первое нер

$$Q^2 \leq \frac{22c^2}{30} \Rightarrow Q \leq \sqrt{\frac{22}{30}} c$$

Дополнительное условие сокращается лишь при  $Q=2$  (первое нер)

-1 сл. член), т.к.  $Q > 2 \Rightarrow Q^2 > \frac{22c^2}{30}$ .

Проверка:  $mn+20 = 45 \cdot 4. \quad D = 12c^2 - 80Q^2 = 1 \Rightarrow$

$$\begin{cases} mn = 15, \\ m+2n = 2c, \\ m, n \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 5, n_1 = 3 \\ m_2 = 3, n_2 = 5 \end{cases} \Rightarrow n_2 = \frac{-2c+1}{-4} = 3.5 \notin \mathbb{N}$$

$$m = 2c - 2n = 5.$$

Получим пару  $(5; 3)$

$$\text{II} \quad 18 = 45p^2. \quad 18p^2 = m \cdot n \cdot (m+2n+9)$$

Во II случае пару будем пару не будем, т.к.  $(m+2n+9) \nmid 18$

Ответ:  $(5; 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение.

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 4n = (m+2n)^2 - 4(m+2n) = (m+2n)(m+2n-4)$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9).$$

Рассмотрим 2 случая:

I)  $A = 12p^2$ .

Как как «зир» простое, то один из множителей должен делиться на 12. Тогда, ведь множители должны быть кратны  $p$ , чтобы один из них кратен  $p^2$ . Получаем следующие варианты:

$$\begin{cases} m+2n = 2 \\ m+2n-4 = p^2 \cdot 2 \end{cases} \Rightarrow p^2 = -\frac{6}{12} \cancel{fp} \text{ - не подходит}$$

$$\begin{cases} m+2n = p \\ m+2n-4 = p \cdot 2 \end{cases} \Rightarrow p = -\frac{8}{10} \cancel{fp} \text{ - не подходит}$$

$$\begin{cases} m+2n = p \cdot 2 \\ m+2n-4 = p \end{cases} \Rightarrow p = \frac{8}{10} \cancel{fp} \text{ - не подходит}$$

$$\begin{cases} m+2n = 12p^2 \\ m+2n-4 = 2 \end{cases} \Rightarrow 12p^2 = 8 \Rightarrow p^2 = \frac{8}{12} \cancel{fp} \text{ - не подходит}$$

$$\begin{cases} m+2n = p^2 \\ m+2n-4 = 2 \end{cases} \Rightarrow p^2 = 12 \Rightarrow p = \sqrt{12} \cancel{fp} \text{ - не подходит}$$

$$\begin{cases} m+2n = 2 \\ m+2n-4 = p^2 \end{cases} \Rightarrow p^2 = 4 \Rightarrow p = 2 \cancel{fp} \text{ - не подходит}$$



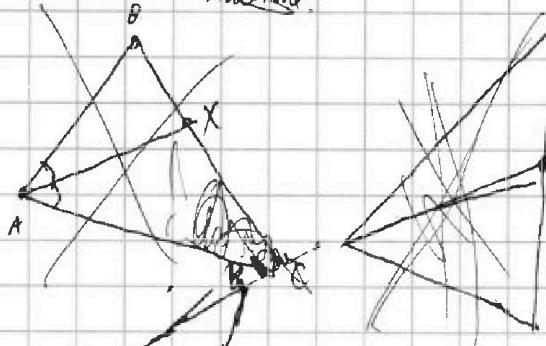
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

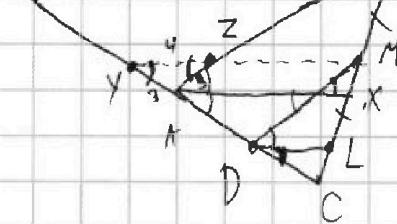
СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Доказать:



$\Delta ABC$   
Доказ:  $MY \parallel AX$ ;  
 $AZ = ?$ ,  $YZ = ?$ ,  $YI = ?$



Доказ:

$YZ \parallel AX$  (по условию),  $AZ$  секущая  $\Rightarrow$  как поперечная линия  $\angle AZY = \angle ZAX$ .  $AX$ -биссектриса  $\Rightarrow \angle ZAX = \angle XAC = \angle YZA$ .

$YZ \parallel AX$  при  $\angle YC = \angle ZYA \Rightarrow \angle ZYA = \angle XAC = \angle YZA$  (взаимно-одинаковые углы)  $\Rightarrow \triangle AYZ$  равнобедренный (по признаку);  $AY = AZ = 3$ .

Доказать  $\Delta ABC$  и прямой  $MY$ , то  $MY \parallel AX$ :

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YC} = 1.$$

$CM = MB$  (по условию, AM-пунктка);  $YC = AY + AC = 9$ .  $\Rightarrow \frac{BZ}{ZA} = \frac{AY}{YC}$

$\angle A = 9$  (по условию)

$$= \frac{1 \cdot YC \cdot MB}{AY \cdot CM} = 3; \quad BZ = 3 \cdot ZA = 9 \Rightarrow AB = BZ + ZA = 12.$$

Доказать  $\Delta AYZ$ .  $\cos \angle AYZ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\triangle AYZ \sim \triangle ABC \Rightarrow$  внесено из т. А - медиана; тогда  $\cos \angle AYZ =$

$$= \frac{\frac{4}{9}}{3} = \frac{2}{9}.$$

$$\text{Тогда } \cos 2 \angle BAC = \cos 2 \angle AYZ = 2 \cos^2 \angle AYZ - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}.$$

$\triangle ABC$ , по теореме косинусов:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC.$$

$$BC^2 = 144 + 36 - 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = 180 + \frac{2 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2}{9 \cdot 3 \cdot 2} = 180 + \frac{16}{9} = 180 + 1\frac{7}{9} = 181\frac{7}{9}$$

$$= 196$$

$$BC = 14.$$

Ответ: 14.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Н.р. } 9 - t^2 = 2\sqrt{24 + 5x - x^2}, \text{ но:}$$

$$[ 84 = \sqrt{24 + 5x - x^2} ]^2$$

$$[ \frac{5}{2} = \sqrt{24 + 5x - x^2} ]^2$$

$$[ -x^2 + 5x + 24 - 25 = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} -x^2 + 5x - 1 = 0 \quad (1) \\ [ -x^2 + 5x + 24 - \frac{25}{4} = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} -x^2 + 5x + \frac{31}{4} = 0 \quad (2)$$

$$(1): \quad \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{-5 + \sqrt{29}}{-2} = \frac{5 - \sqrt{29}}{2} \\ x_2 = \frac{-5 - \sqrt{29}}{-2} = \frac{5 + \sqrt{29}}{2} \end{array} \right\}$$

$$(2): \quad \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{-5 + 2\sqrt{64}}{-2} = \frac{5 - 2\sqrt{64}}{2} \\ x_2 = \frac{-5 - 2\sqrt{64}}{-2} = \frac{5 + 2\sqrt{64}}{2} \end{array} \right\} \neq 0$$

$$(1) \text{ и } (2): \quad \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2} \\ x_2 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2} \\ x_3 = \frac{5 + 2\sqrt{64}}{2} \end{array} \right\}$$

$$\text{Ответ: } \left. \begin{array}{l} \frac{5 - \sqrt{29}}{2}; \quad \frac{5 + \sqrt{29}}{2}; \quad \frac{5 + 2\sqrt{64}}{2} \end{array} \right\}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение.

$$\text{2-е уравнение: } n^3 + 3n \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2y} \Leftrightarrow 0 \Leftrightarrow 3y \geq 0, y \geq 0$$

$$\Leftrightarrow n^3 + 3n + \sqrt{2y} = y^3 + 3y + \sqrt{2y}.$$

Получим, что  $f(n) = f(y)$ , причем функция  $f(n)$  имеет монотонный возраст при  $n \geq 0$ , т.е. вся её структура положительных и отрицательных  $y$  и монотонно возрастает. Внешне это означает  $f(n) = f(y)$ .

Можно лише при отгадке аргументов, то есть:

$$n = y.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{n+2} - \sqrt{y+2} = t \Leftrightarrow 2\sqrt{24+5n-y^2} \\ n = y \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{n+2} - \sqrt{n-n^2} = 2\sqrt{24+5n-n^2} \\ n = y. \end{array} \right.$$

$$\text{Пусть } \sqrt{n+2} - \sqrt{n-n^2} = t.$$

$$t^2 = n+2 + n - 2\sqrt{24+5n-n^2} = 9 - 2\sqrt{24+5n-n^2} \Rightarrow 2\sqrt{24+5n-n^2} = 9-t^2$$

$$= 9-t^2.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t = \sqrt{n+2} - \sqrt{n-n^2} \\ n = y \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t + t^2 = 9 \\ t^2 + t - 9 = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t = \sqrt{n+2} - \sqrt{n-n^2} \\ n = y \\ t^2 + t - 9 = 0 \Rightarrow t = \frac{-1 \pm 3}{2} = -2; 1. \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение.

Беск пленка  $22 \times 22$ .

Решим следующую задачу: если две точки не симметричны относительно центра, то  
 и <sup>расстояние</sup> между ними не симметричны относительно центра, то  
 если две точки симметричны относительно центра, то их расстояния  
 пропорциональны в единицах.

Беск раскрасок  $\frac{22 \cdot 20}{2}$ ; <sup>нк</sup> на первых раскрасках не было.

Несколько симметричных раскрасок: две находящиеся друг от друга раскраски симметричны относительно центра, соответствующим образом расположены одна относительно другой.

$$\frac{\frac{22 \cdot 20}{2}}{2} \Rightarrow \text{Беск раскрасок } \left( \frac{\frac{22 \cdot 20}{2}}{2} - \frac{20}{2} \right) : 4 + \frac{20}{2} = \\ = \frac{30 \cdot 60}{8 \cdot 4} + 30 = 2800 + 30 = 2830.$$

Ответ: 2830.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x-2y \leq 2 \quad (1) \\ -1 \leq 2x-y \leq 1 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) + (2): \quad -3 \leq x+y \leq 3$$

$$-2 \leq x-y \leq 2 \quad (3)$$

$$(3) - (2): \quad (3) \quad (2) - (3): \quad -3 \leq -y \leq 3$$

$$-3 \leq y \leq 3$$

$$(2): -2 \leq 2y - 1 \leq 2$$

$$(1) + (3): \quad -2 \leq y \leq 2 \quad (4)$$

$$(4) + (3): \quad -3 \leq x \leq 3$$

У

$$-9 \leq x+3y \leq 9$$

Ответ: 9 2 9

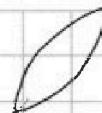
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y = x.$$



$$\delta A = 22$$

$$\frac{MC}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{YB}{YA} = 0.$$

$$\frac{YB}{YA} = 4$$

$$MC^2 = 36 + 9 - 36 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{9}\right) = 36 + 9 + \frac{36}{9}$$

$$= 36 + 9 + 4 = \frac{45}{9}$$

$$MO = 0$$

$$MC = \sqrt{BC^2 - 20}$$

$$\sqrt{3}$$

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{YB}{YC} = 1$$

$$\frac{BZ}{3} \cdot \frac{2}{7} = 1$$

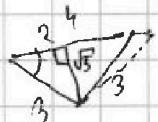
$$\cos \omega = 20 \cdot \frac{2}{9} - 1 =$$

$$= \frac{2 \cdot 4}{9} - 1 =$$

$$\text{Пределы} \quad \text{Нормат} = -\frac{4}{9}.$$

$$\frac{4}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\cos \omega = \frac{4}{9} - \frac{2}{9} =$$

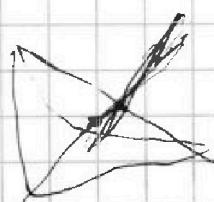
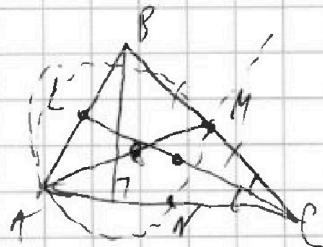


$$9 - 4 = 5$$

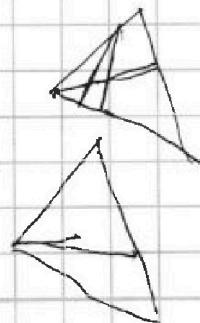
$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$BZ \cdot \frac{2}{9} = 1$$



$$BZ = 9$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) (m+2n-4)(m+2n) = 25p^2$$

~~«x»~~

$$m \cdot n \cdot (m+2n+9) = 25p^2$$

$$\underline{m=11};$$

$$n = 20 + 24 \Rightarrow n > 20$$

$$2m+2n=2$$

$$\underline{m=22} \quad m = m + 38$$

$$3m=12$$

$$3m=2$$

$$m+2n+9 > 25; m=n$$

$$m=n=1;$$

$$2n+60=2$$

$$\begin{array}{l} 22 \\ 24+60=2 \\ \hline 86+p^2 \\ 86+120 \approx 22 p^2 \end{array}$$

$$m+2n = \cancel{25p^2}$$

$$\cancel{m=22}$$

$$n=11$$

$$n+2n =$$

$$m=n$$

$$3m+9=22$$

$$3n=2$$

$$m+2n = -8$$

$$m+22 = \cancel{12m}$$

$$\cancel{m=22}$$

$$n=1$$

$$m+\cancel{22}=2$$

$$n$$

$$2m+2n=25p$$

$$\cancel{n=p}$$

$$\cancel{-2n+22=12n}$$

$$-m=m+32$$

$$-n=2m-20$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Та же укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & -2 \leq n-y \leq 2 \\
 & -1 \leq 2n-y \leq 1 \\
 & 1. \quad -3 \leq 3n-3y \leq 3 \\
 & -1 \leq n-y \leq 1 \\
 & f = \frac{(n^2-2n)^2+6n+9}{2} \\
 & n = \\
 & 16b = 9n^2 + 9n - 6 \\
 & 26 = 3n^2 + 3n - 2 \\
 & 3n^2 + 3n - 2 = (n^2 - 2n)^2 - 6 + 9n \\
 & 3n^2 + 3n - 2 \\
 & -4b = (n^2 - 2n - 3)(n^2 + 2n + 3) \\
 & n^4 - 4n^3 + 4n^2 - 6 + 9n - 3n^2 - 3n + 2 = 0 \\
 & -3 \\
 & 2. \quad \left\{ \begin{array}{l} -2 \leq n-2y \leq 2 \\ -1 \leq 2n-y \leq 1 \\ -3 \leq 3n-3y \leq 3 \\ -1 \leq n-y \leq 1 \end{array} \right. \\
 & -2 \leq -2y \leq 2 \quad 2 \geq 2y \geq -2 \\
 & 0 \leq x \leq 0 \quad x = 0 \\
 & 2 \geq y \geq -2 \\
 & 3y + 6n = 3 \\
 & 3. \quad n^3(n-4) + n(n+6)^{-4} \\
 & n^4 - 4n^3 + n^2 + 6n - 4 \mid n-1 \\
 & n^4 - n^3 \\
 & -3n^3 + n^2 \\
 & -3n^3 + 3n^2 \\
 & \hline -2n^2 + 6n \\
 & 4n - 4 \\
 & n = \\
 & a = \frac{2 + \sqrt{20}}{2} \\
 & a^2 - 4n + 4 + \frac{4}{a} - \frac{4}{a^2} \\
 & 0 = 4 + 4 \cdot \frac{4}{2^2} = 8 \\
 & (n-1)^2 (a^2 - 2n - 4)
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m+2n)^2 - 4(m+2n) = (m+2n-2)(m+2n) \quad (\cancel{m+2n} \cdot \cancel{m+2n}) \quad 5+6=11$$

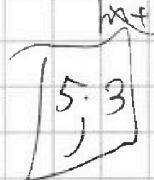
$$\theta = mn(m+2n+9) \quad m+2n-2 = 11 \quad m+2n-2 = 18$$

1)

? <

$$p-2 = p^2$$

$$p^2 - p + 4 = 0$$



$$m+2n = 11$$

$$m+2n = 18 - 4 = ?$$

$$m+2n = 12p$$

$$m+2n-2 = p$$

$$\begin{aligned} 18-4 &= 14 \\ 5 \cdot 6 &= 30 = 150^2 \\ 18-3 &= 15 = 15^2 \\ 5 \cdot 3 &= 15 = 15^2 \\ 2 &= 8 \end{aligned}$$

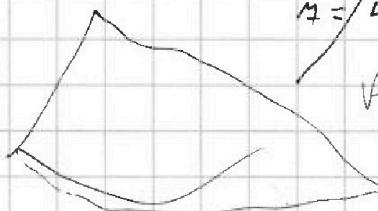
$$11-2 = p^2$$

$$p^2 = 4$$

$$p = 2$$

$$m+2n = 11$$

$$m = 11 - 2n$$



$$m = 11 - 6 = 5$$

$$2y-x$$

$$mn(2n) = 25q^2. 27y - 2n \geq -2$$

$$mn = \frac{25}{4} q^2$$

$$(11-2n)n = \frac{25}{4} q^2$$

$$-2n^2 + 11n = \frac{25}{4} q^2$$

$$D = 121 - 8 \cdot \frac{25}{4} q^2 = 1. > 0$$

нужна?

$$2n^2 - 11n + \frac{25}{4} q^2 = 0$$

$$\begin{aligned} n_1 &= \frac{11+1}{2} = 6 \\ n_2 &= \frac{11-1}{2} = 5 \end{aligned}$$

m

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{-5-\sqrt{24}}{-2} = \frac{5+\sqrt{24}}{2}$   
 $\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{-5+\sqrt{24}}{-2} = \frac{5-\sqrt{24}}{2}$   
 $(a+b)(a-b)^2 =$   
 $t = 2$   
 $PB$   
 $\frac{1+5\sqrt{5}+4\sqrt{48}}{24} = \frac{32d}{24}$   
 $4\cdot 8 = 2\sqrt{14+5x - x^2}$   
 $-x^2 + 5x - 2 = 0$   
 $28 \checkmark$   
 $32$   
 $5x - x^2 - 2 = 0$   
 $x = y = \frac{209}{105} \approx 5$   
 $(-4; 2; 8)$   
 $a > 0$   
 $2\sqrt{24} = \frac{2\sqrt{48}}{2} = \frac{2\sqrt{18}}{2} = \sqrt{18}$   
 $t + 4 = 9 - t^2$   
 $\frac{5^2}{4} = 2\frac{5}{4} + 2 + t - 2 = 0$   
 $56 - 25 = 3x$   
 $x = 1 + 8 = 3^2$   
 $t_1 = \frac{-1+9}{2} = 4$   
 $t_2 = \frac{-1-9}{2} = -2$   
 $x + 2 + 4y = 2\sqrt{14-2y + 4x - xy}$   
 $y = 0$   
 $x^3 + 3x + \sqrt{2x} = y^3 + 3y + \sqrt{2y}$   
 $\sqrt{x+2} - \sqrt{2-x} + 2 = 2\sqrt{x+2}\sqrt{4-x}$   
 $x - 6 + 2 = 2x$   
 $t = \sqrt{x+2} - \sqrt{2-x}$   
 $t^2 = 9 - 2\sqrt{14+5x - x^2} \Rightarrow 2\sqrt{\dots} = 9 - t^2$   
 $y_1 = \frac{-5+2\sqrt{48}}{2}$   
 $y_2 =$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{matrix} 3 & -21 \\ 0 & \end{matrix}$$

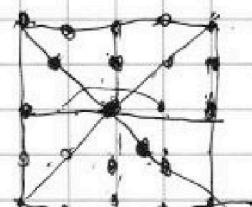
$$12^2 - 1 = 120$$

$$4) 6 - 18 = -12$$

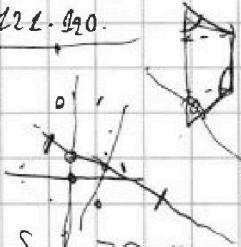
$$1) 10 = \frac{3\pi}{8} \text{радии}$$

$$2) \delta_{\text{ши}}$$

$$\begin{matrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \\ 4 & 7 \\ 5 & 6 \\ 6 & 1 \end{matrix}$$

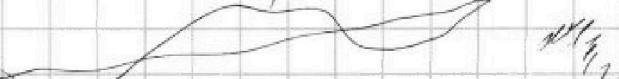
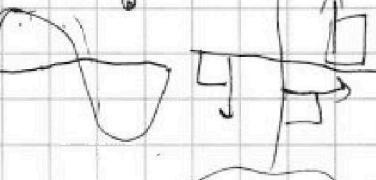


$$12 \cdot 120$$



$$\begin{matrix} S_{AP} = 0 \\ S_{AB} = 4 \int_0^\pi \sin \varphi d\varphi \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \sin \rightarrow \cos \\ -\cos \rightarrow +\sin \end{matrix}$$



$$12 \cdot 5 +$$

$$6 \cdot 8 \cdot 20$$

$$-4b$$

$$(x^2 - 2n - 3n)(x^2 + 2) = -4b.$$

$$12 \cdot 120 - 4b$$

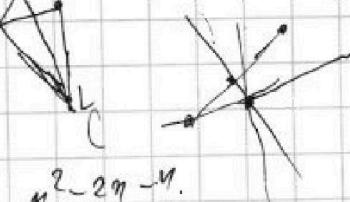
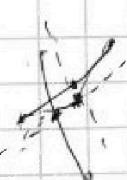
$$2 \cdot 4$$

$$2 \cdot 4^2$$

$$\begin{matrix} x^4 - 4x^3 + x^2 + 8x - 4 \\ x^4 - 2x^3 + x^2 \\ -2x^3 + 4x^2 - 2x \\ -4x^2 + 8x - 4 \\ 9 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 280 \cdot 280 \cdot 30 \\ 8 \cdot 2 \cdot 60 + 30 = \\ = 30 \cdot 62 = 1860. \end{matrix}$$

$$n^2 - 2n - 4.$$



$$n^2 - 2n - 4.$$