



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 7

1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14 + 5x - y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$

I

$$① x - 2y \geq 0$$

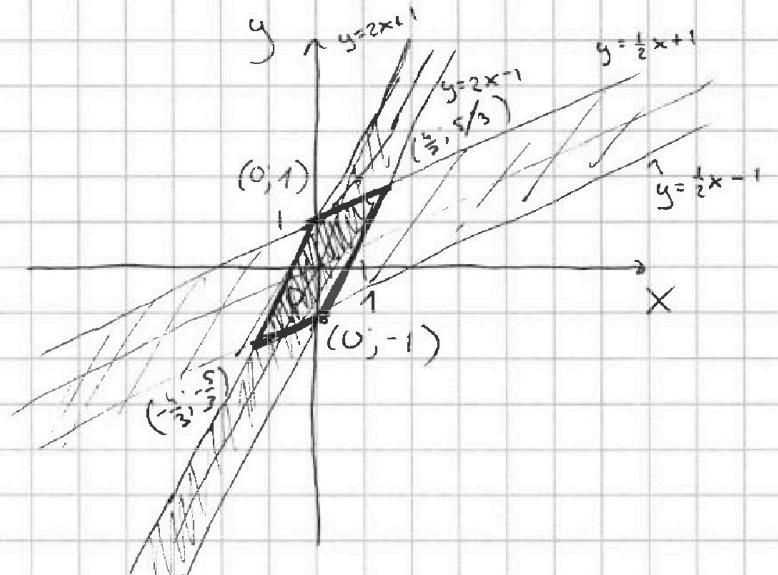
$$x \geq 2y$$

$$y \leq \frac{1}{2}x$$

$$x - 2y \leq 2$$

$$x - 2 \leq 2y$$

$$y \geq \frac{1}{2}x - 1$$



II

$$② 2x - y \geq 0$$

$$y \leq 2x$$

$$2x - y \leq 1$$

$$y \geq 2x - 1$$

$$② x - 2y \leq 0$$

$$\frac{1}{2}x \leq y$$

$$2y - x \leq 0$$

$$y \leq \frac{1}{2}x + 1$$

на чертеже заштрихованы
некоторые области x и y

1) Точки пересечения:

$$1) \frac{1}{2}x + 1 = 2x - 1$$

$$\frac{3}{2}x = 2$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$y = 2 \cdot \frac{4}{3} - 1 = \frac{8}{3} - \frac{3}{3} = \frac{5}{3}$$

$3y + 6x$ возрастает при увеличении x и y

$$x_{\max} = \frac{4}{3}, y_{\max} = \frac{5}{3} \Rightarrow \text{max. значение } 3y + 6x = 5 + 4 \cdot 2 = 5 + 8 = 13$$

Ответ: максимальное значение $3y + 6x$ равно 13

$$② 2x - y \leq 0$$

$$2x \leq y$$

$$y - 2x \leq 1$$

$$y \leq 2x + 1$$

$$2) \frac{1}{2}x - 1 = 2x + 1$$

$$\frac{3}{2}x = -2$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

$$y = 2 \cdot -\frac{4}{3} + 1 = -\frac{8}{3} + 1 = -\frac{5}{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\Delta X - \text{бисек} \Rightarrow$

$$\Leftrightarrow \angle CAX = \angle CAB = 2^\circ$$

$$AX \parallel YM \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle AZY = \angle MZY = 2^\circ$$

~~Мы имеем~~

$$\angle CAX = \angle AYM = 2^\circ$$

$$\angle AZY = \angle MZY = 2^\circ$$

$\angle AZY = \angle MZY = 2^\circ$

Пусть $XM = a$

$\triangle ACX \sim \triangle CYM$

$\frac{AC}{AY} = \frac{CM}{CY}$

$\frac{6}{9} = \frac{CM - a}{CM}$

$6CM = 9CM - 9a$

$3CM = 9a$

$CM = 3a \Rightarrow CX = 2a$

$CM = MB = 3a$

$\triangle AXB \sim \triangle ZMB$

$\frac{XB}{AZ + 2B} = \frac{MB}{ZB}$

$\frac{4a}{3 + 2B} = \frac{3a}{2B}$

$4a \cdot 2B = 3a \cdot 3 + 3a \cdot 2B$

$8aB = 9a + 6aB$

$2B = 9$

$\cos \alpha = \frac{AZ^2 + YZ^2 - AZ^2}{2 \cdot AY \cdot YZ} = \frac{9 + 16 - 9}{2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{16}{6 \cdot 4} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{\frac{4}{9} - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AB = AZ + ZB = 3 + 9 = 12$$

$$\text{из } \triangle ABC \quad \cos(\angle A) = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2 \cdot AC \cdot AB}$$

$$-\frac{1}{\cos} = \frac{6^2 + 12^2 - BC^2}{2 \cdot 6 \cdot 12}$$

$$-\frac{z^2}{\cos} = 36 + 144 - BC^2$$

$$-16 = 36 + 144 - BC^2$$

$$BC^2 = 144 + 36 + 16 = 144 + 52 = 196 = 14^2$$

$$BC = 14$$

Ответ: $BC = 14$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2} \\ x^2 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y \\ x^2 - y^3 + 3x - 3y + \sqrt{2x} - \sqrt{2y} = 0 \\ (x-y)(x^2 + xy + y^2) + 3(x-y) + \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0 \\ (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) + 3(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0 \\ (\sqrt{x} - \sqrt{y})((\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2 + 3) + \sqrt{2}) = 0 \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \\ (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2 + 3) + \sqrt{2} = 0 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 0 \\ x^2 + xy + y^2 - \text{неполный квадрат} \quad x^2 + xy + y^2 \geq 0 \\ \text{тогда } (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2 + 3) \geq 0 \\ (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2 + 3) + \sqrt{2} > 0 \\ \text{тогда только } \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \\ \sqrt{x} = \sqrt{y} \\ x = y \end{cases}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$\text{Решение} \quad \begin{cases} \sqrt{x+2} = a \\ \sqrt{7-x} = b \end{cases}$$

$$\text{тогда} \quad \begin{cases} a - b + 7 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 9 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте креcтиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a-b+7 = 2ab \\ a^2+b^2 = 9 \end{cases}$$

$$a \geq 0$$

$$b \geq 0$$

$$\cancel{(a-b+7)} \quad a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 = a-b+16$$

$$\begin{cases} a+b = \sqrt{a-b+16} \\ a-b = 2ab - 7 \end{cases}$$

$$a(1-2b) = b-4 \quad b = \frac{1}{2} - \text{Нельзя} \\ \Rightarrow 1-2b \neq 0$$

$$2a = 2ab - 7 + \sqrt{a-b+16}$$

$$a = \frac{b-7}{1-2b}$$

$$\frac{(b-7)^2}{(1-2b)^2} + b^2 = 9$$

$$\frac{b^2 - 14b + 49 + b^2 - 4b^3 + 4b^4 - 9 + 3cb - 36b^2}{1-4b+4b^2} = 0$$

$$4b^4 - 4b^3 - 34b^2 + 22b + 40 = 0$$

$$2b^2 - 2b^3 - 17b^2 + 11b + 20 = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№

Если точки закраинами не симметричны относительно центра то с помощью поворотов можно получить 4 раскраски, которые выглядят по разному без поворотов

Если точки закраинами симметричны относительно центра квадрата, то поворотами можно получить всего две выглядящие по разному раскраски

Пусть n - число узлов сетки

Всего способов выбрать два узла: C_n^2

Способов выбрать узлы симметричные относительно центра:

$$\frac{n-1}{2}$$

Тогда способов раскрасить квадрат: $\frac{C_n^2 - \frac{n-1}{2}}{4} + \frac{n-1}{2}$

$$= C_n^2 - \frac{\frac{n-1}{2}}{4} + \frac{n-1}{4} = \frac{C_n^2 + \frac{n-1}{2}}{4}$$
 для квадратов со стороной $n=121$

$$\frac{C_{121}^2 + \frac{120}{2}}{4} = \frac{C_{121}^2 + 60}{4} = \frac{C_{121}^2}{4} + 15$$

Ответ: $\frac{C_{121}^2}{4} + 15$ способов выбрать 2 узла



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-\frac{1}{8} \cdot 2 \cdot 6 \cdot g = 36 + 81 - x^2$$

$$-12 = 36 + 81 - x^2$$

$$x^2 = 36 + 81 + 12 = 81 + 48 = 129$$

$$\underline{x = \sqrt{129}}$$

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 11p^2 ; 75q^2$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 3mn =$$

$$= mn(m + 2n + 3)$$

$$A = (m + 2n)^2 - 7(m - 2n)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

d - ~~шаг прогрессии~~

$$a_4 = 6 - 9x$$

$$a_6 = a_4 + 2d$$

$$a_6 = (x^2 - 2x)^2$$

$$a_{10} = a_6 + 4d$$

$$a_{10} = 3x^2$$

$$a_6 - a_4 = 2d = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6 + 9x = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6$$

$$a_{10} - a_6 = 4d = 9x^2 - x^4 + 4x^3 - 4x^2 = -x^4 + 4x^3 + 5x^2$$

$$4d = -x^4 + 4x^3 + 5x^2 = 2x^4 - 8x^3 + 8x^2 + 18x - 12$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$x=1$ - корень

$$(x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0$$

$x=1$ - корень

$$(x-1)^2(x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 4 = 20$$

$$(x-1)^2(x-1-\sqrt{5})(x-1+\sqrt{5}) = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2}$$

$$x = 1 \pm \sqrt{5}$$

Ответ: $x \in \{1; 1+\sqrt{5}; 1-\sqrt{5}\}$

$$\begin{array}{c|ccccc|c} & 1 & -4 & 1 & 6 & -4 \\ \hline 1 & 1 & -3 & -2 & 4 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & -2 & -5 & 0 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(N5)

$$\sqrt{x+2} \cdot \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14 + 5x - y^2}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{7 \cdot 2 + (7-2)x - y^2}$$

$$(x+2)(7-y) = 14 - 2y + 7x - xy$$

$$x^3 + 3x + \sqrt{2x} = y^3 + 3y + \sqrt{2y}$$

$$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2) =$$

$$= x^3 + y^3 - 2xy - xy^2 - xy^3 - y^3$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 \\ = 2\sqrt{14 + 5x - x^2} = \\ = 2\sqrt{(x+2)(7-x)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+2} &= a \\ \sqrt{7-x} &= b \end{aligned}$$

$$a+b+7 = 2ab$$

$$a^2 + b^2 = g$$

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2) + 3(x-y) + \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) + 3(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})((\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) + 3) + \sqrt{2} = 0$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \quad (x=y)$$

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2 + 3) + \sqrt{2} = 0$$

$$(x+y)^2 \geq 0$$

$$x^2 + 2xy + y^2 \geq 0$$

$$x^2 + xy + y^2 \geq -xy$$

$$x^2 + y^2 \geq -2xy$$

$$x^2 + xy + y^2 \geq -2xy + xy^2 - xy$$

~~Проверка~~

$$1^2 + 1 \cdot (-0,5) + 0,25$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a-b+7 = 2ab \\ (a^2+b^2 = ab) \end{cases}$$

(NS)

$$a - 2ab - b + 7 = 0$$

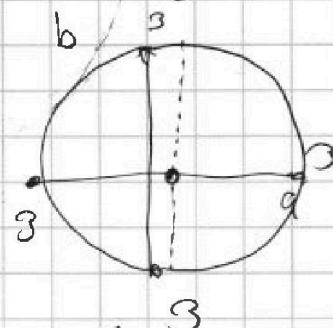
$$a(1-2b) = b - 7$$

$$(a-2b)^2 = (b-7)(b+7)$$

$$\frac{(b-7)^2}{(1-2b)^2} + b^2 = 9$$

$$a = \frac{b-7}{1-2b}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ -14 \\ \hline 22 \end{array}$$



$$\cancel{b^4 - 14b^3 + 49} + \cancel{b^3 - 6b^2 + 4b} - 9 + 36b - 36b^3$$

$$\frac{1 - 4b + 4b^2}{(b+1)^4 + b^4 - 6b^3 - 21b^2 + 7b + 19 = 0}$$

~~$$2b^4 - 2b^3 + 34b^2 + 22b + 40 = 0$$~~

~~$$2b^4 - 2b^3 + 17b^2 + 11b + 20 = 0$$~~

$$a^2 = 9 - b^2 = (3 - b)(3 + b)$$

$$\begin{cases} a-b+7 = 2ab \\ 3-b = 2ab-a-4 \end{cases}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = a-b+7+9$$

$$(a+b)^2 = a-b+16$$

$$\begin{array}{r} 2 \cdot 16 - 2 \cdot 8 - \\ - 17 \cdot 4 + 11 \cdot 2 + 20 = \end{array}$$

$$2ab + b - a - 7 = 0$$

$$\begin{array}{r} = 32 - 16 - 68 + 22 + 20 : \\ = 32 + 42 - 16 - 68 = \\ = 74 - 84 \end{array}$$

$$b(2a+1) = a+7$$

$$b = \frac{a+7}{2a+1}$$

$$\textcircled{4} \quad 2a+1=0 \quad -\frac{1}{2} + 7x_0$$

$$2a = -1$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{l} 49 - 14b^2 + b^2 - 36b^2 + 36b - 9 \\ + 36b^3 - 36b^3 + b^2 = 0 \end{array}$$

$$a^2 + b^2 + 2ab = a-b+16$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = 2a + b$$

$$a > 0$$

$$\textcircled{2} \quad a = \pm \sqrt{9 - b^2}$$

$$a = \sqrt{9 - b^2}$$

$$\sqrt{9 - b^2} - b + 7 = 2b\sqrt{9 - b^2}$$

$$7 - b = \sqrt{9 - b^2}(2b - 1)$$

$$9 - b^2 = \frac{49 - 14b + b^2}{4b^2 - 4b + 1}$$

$$\sqrt{9 - b^2}$$

$$4b^4 - 4b^3 - 34b^2 + 22b + 40 = 0$$

$$2b^4 - 2b^3 - 17b^2 + 11b + 20 = 0$$

$$b^4 + 4b^2 + 4b^2 + 4b + 1 = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a_4 &= 6 - 3x \\ a_6 &= (x^2 - 2x)^2 \\ a_{10} &= 9x^2 \end{aligned}$$

$$a_1 = a_1 + 0d = a_1 + 2d$$

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_1 + 2d$$

$$a_4 = a_1 + 3d$$

$$a_5 = a_1 + 4d = a_1 + 7d = 2a_1 + 6d$$

№1

$$\begin{array}{|c|c|} \hline a_4 & -3 \\ a_6 & 1 \\ a_{10} & 9 \\ \hline d & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$a_5 = a_1 + 2d$$

$$a_6 = a_1 + 5d$$

$$\frac{a_5 + a_6}{2} = \frac{2a_1 + 8d}{2} \Rightarrow a_1 + 4d = a_5$$

$$a_5 = \frac{6 - 3x + (x^2 - 2x)^2}{2} = \frac{6 - 9x + x^4 - 4x^2 + 4x^3}{2} = \frac{1}{2}x^4 - 2x^3 + 2x^2 - \frac{9}{2}x + 3$$

$$a_4 = 6 - 3x$$

$$a_6 = a_1 + 2d = (x^2 - 2x)^2$$

$$a_{10} = a_4 + 6d = 3x^2$$

$$a_{10} - a_4 = 6d = 3x^2 + 9x - 6$$

$$6d = 9x^2 + 9x - 6 \quad 2d = 3x^2 + 3x - 2$$

$$d = \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 1$$

$$a_{10} - a_6 = 4d = 3x^2 - (x^2 - 2x)^2 = 9x^2 - x^4 - 4x^2 + 4x^3 = -x^4 + 4x^3 + 5x^2$$

$$d = -\frac{1}{4}x^4 + x^3 + \frac{5}{4}x^2$$

$$\frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 1 = -\frac{1}{4}x^4 + x^3 + \frac{5}{4}x^2$$

$$6x^2 + 6x - 4 = -x^4 + 4x^3 + 5x^2$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$a_6 - a_4 = 2d = (x^2 - 2x)^2 - 6 + 9x =$$

$$= x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6 + 9x =$$

$$= x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6$$

$$a_{10} - a_6 = 4d = 9x^2 - x^4 + 4x^3 - 4x^2 = -x^4 + 4x^3 + 5x^2$$

$$-x^4 + 4x^3 + 5x^2 = 2x^4 - 8x^3 + 8x^2 + 18x - 12$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$x = 1$ - корень

$$(x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0$$

$x = 1$ - корень

$$(x-1)^2(x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & +1 & -4 & +1 & +6 & -4 \\ \hline 1 & 1 & -3 & -2 & 4 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & -2 & -4 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & x = 1 \pm \sqrt{5} \\ \hline & (x-1)^2(x-1-\sqrt{5}) \\ \hline & (x-1+\sqrt{5}) = 0 \\ \hline \end{array}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2}$$

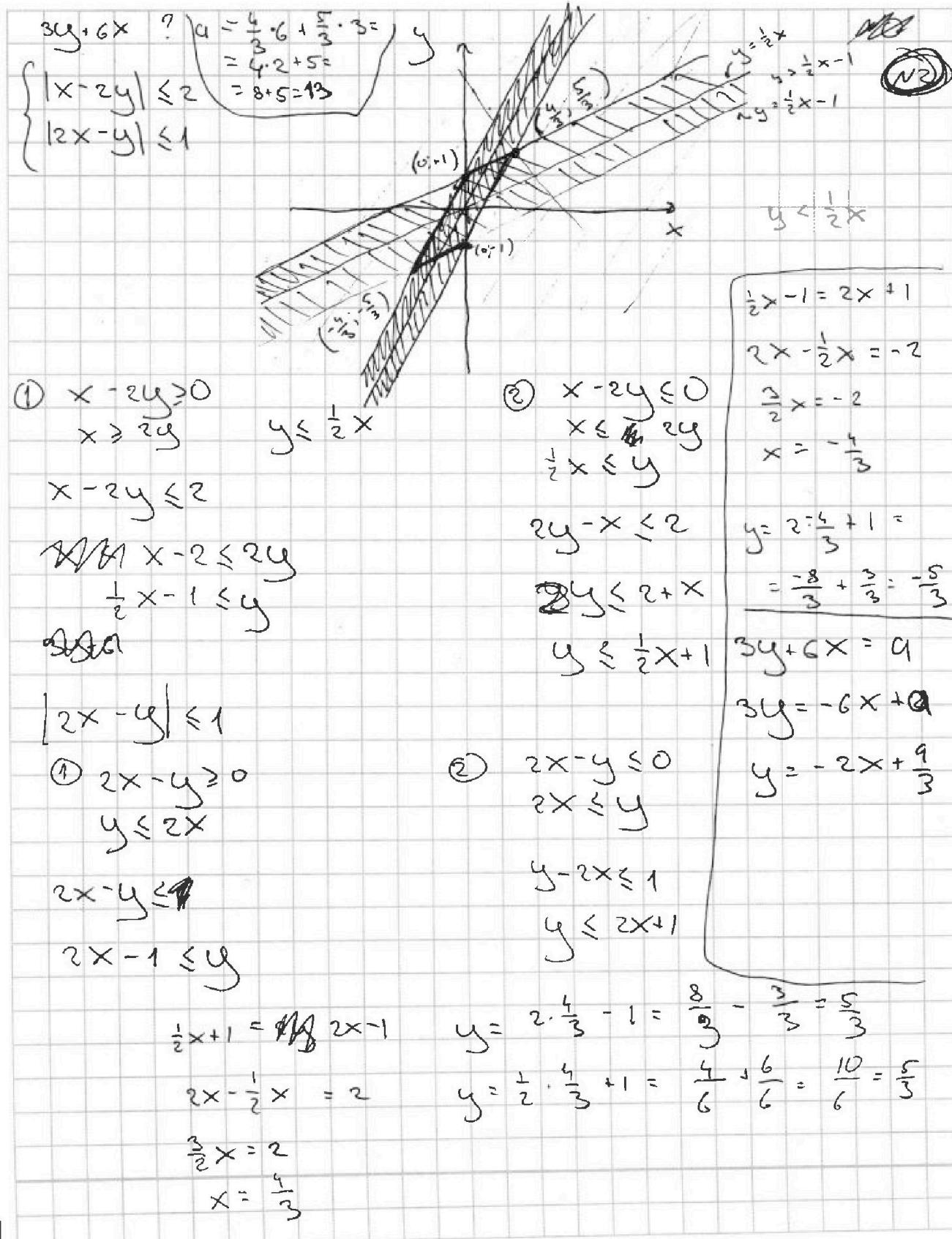


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



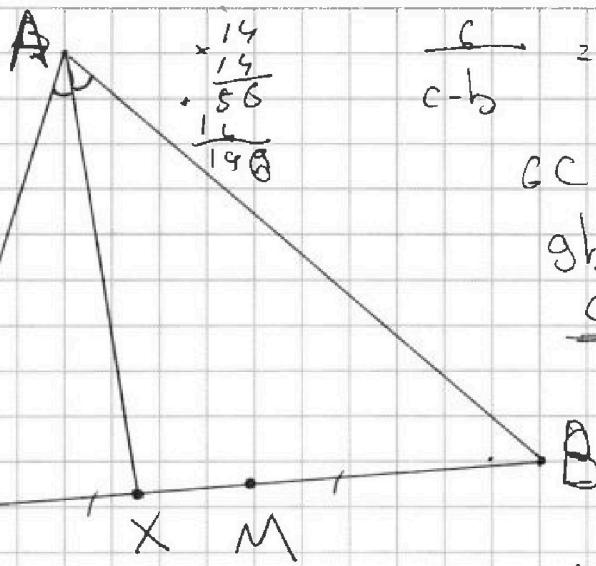


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} \times 14 \\ + 14 \\ \hline 28 \end{array}$$

$$\frac{c}{c-b} = \frac{9}{c}$$

$$gc = 9c - gb$$

$$gb = 3c$$

$$\underline{c = 3b}$$



$$AC < AB$$

$$\frac{3b}{d} = \frac{4b}{d+3}$$

$$3bd + gb = 4bd$$

$$gb = bd$$

$$d = g$$

$$\cancel{\frac{g}{d}} = \cancel{\frac{2b}{d+3}}$$

$$\frac{g}{d+3} = \frac{2b}{7b}$$

$$\frac{g}{d+3} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{1}{g} = \frac{b^2 + g^2 - x^2}{2 \cdot b \cdot g}$$

$$B = \frac{36 + 81 - x^2}{12 \cdot g}$$

$$\frac{6}{3+d} = \frac{c-b}{c+b}$$

$$\frac{c}{d} = \frac{c+b}{d+3}$$

~~$$\cos x = \frac{A^2 + C^2 - B^2}{2 \cdot A \cdot C} = 6$$~~

~~$$\cos 2\alpha = \frac{3^2 + 4^2 - 6^2}{2 \cdot 3 \cdot 4} = -\frac{1}{2}$$~~

~~$$-\frac{1}{2} = \frac{2}{3}$$~~

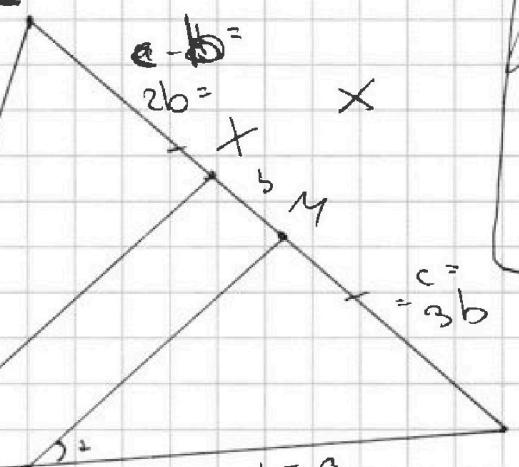
~~$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$$~~

~~$$= 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$~~

~~$$= \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$~~

~~$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha =$$~~

~~$$= \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$$~~



$$\frac{c-b}{2b} =$$

$$X =$$

$$Y =$$

$$Z =$$

$$d = g$$

$$c = 3b$$

$$A = 3$$

$$B = 4$$

$$C = 5$$

~~$$\cancel{\frac{g}{d}} = \cancel{\frac{2b}{d+3}}$$~~

~~$$\cancel{\frac{g}{d+3}} = \cancel{\frac{2b}{7b}}$$~~

~~$$\frac{g}{c-b} = \frac{g}{c}$$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

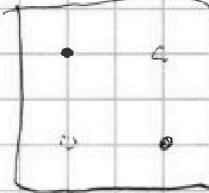
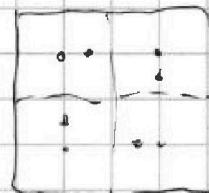
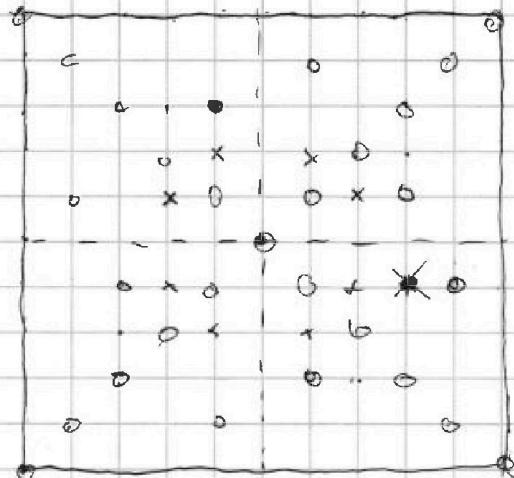
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$32 + 16 - 68 + 22 + 20 =$$

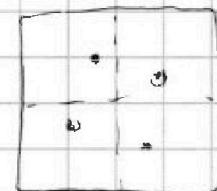
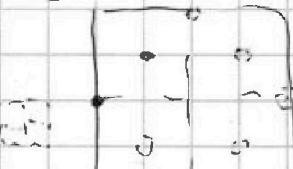
$$48 - 68 - 2 = -22$$

Узлов - 121

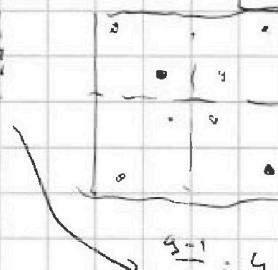
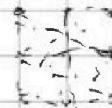
(N6)



разделяются на группы



20-ки диагональ, но не
в центре



всего способов: C_n^2

$$\frac{n-1}{2}$$

способ ~~каким~~ это

$$\text{способ от } y: \frac{n-1}{2}$$

$$\begin{array}{cccccc} & & & & 1 & \\ & & & & 2 & \\ & & & & 3 & \\ 1 & 3 & 3 & 1 & & \\ 1 & 5 & 6 & 4 & 1 & \\ 1 & 7 & 8 & 6 & 5 & \\ 1 & 9 & 10 & 8 & 7 & \\ \end{array}$$

$$\frac{C_n^2 - \frac{n-1}{2}}{4} + \frac{\frac{n-1}{2}}{2} = \frac{C_n^2 - \frac{n-1}{2}}{4} + \frac{n-1}{4} =$$

$$\frac{C_n^2 - \frac{n-1}{2} + \frac{2(n-1)}{2}}{4} =$$

$$\frac{C_n^2 + \frac{n-1}{2}}{4}$$

$$\begin{array}{r} 1615 \\ 1721 \\ 1828 \\ 1936 \end{array}$$

$$\frac{36+4}{4} = 10$$