



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

I

$$\textcircled{1} x-2y \geq 0$$

$$x \geq 2y$$

$$y \leq \frac{1}{2}x$$

$$x-2y \leq 2$$

$$x-2 \leq 2y$$

$$y \geq \frac{1}{2}x-1$$

$$\textcircled{2} x-2y \leq 0$$

$$\frac{1}{2}x \leq y$$

$$2y-x \leq 2$$

$$y \leq \frac{1}{2}x+1$$

на графике заштрихованы
возможные x и y

1) Точки пересечения:

$$\frac{1}{2}x+1 = 2x-1$$

$$\frac{3}{2}x = 2$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$y = 2 \cdot \frac{4}{3} - 1 = \frac{8}{3} - \frac{3}{3} = \frac{5}{3}$$

$3y+6x$ монотонно возрастает при увеличении x и y

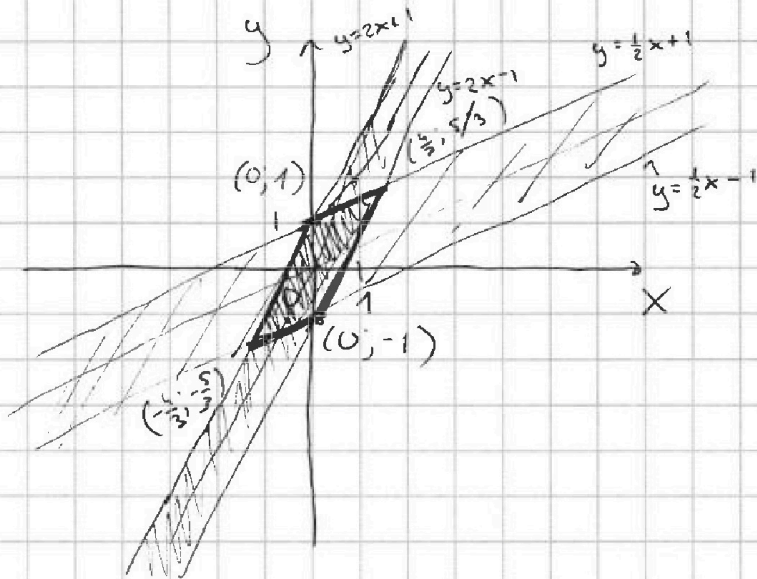
$$x_{\max} = \frac{4}{3}$$

$$y_{\max} = \frac{5}{3} \Rightarrow$$

$$\text{max. значение } 3y+6x = 5+4 \cdot 2 = 5+8 = 13$$

Ответ:

максимальное значение $3y+6x$ равно 13



II

$$\textcircled{1} 2x-y \geq 0$$

$$y \leq 2x$$

$$2x-y \leq 1$$

$$y \geq 2x-1$$

$$\textcircled{2} 2x-y \leq 0$$

$$2x \leq y$$

$$y-2x \leq 1$$

$$y \leq 2x+1$$

$$2) \frac{1}{2}x-1 = 2x+1$$

$$\frac{3}{2}x = -2$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

$$y = 2 \cdot -\frac{4}{3} + 1 = -\frac{5}{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

AX - биссектриса \Rightarrow
 $\Rightarrow \angle CAX = \angle XAB = 2$
 $AX \parallel YM \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle XAZ = \angle MZB = 2$
~~тогда~~
 $\angle CAX = \angle AYM = 2$
 $\angle AZY = \angle MZB = 2$

$\angle AZY = \angle ZYA \Rightarrow$
 $\Rightarrow AY = AZ = 3$
 Пусть $XM = a$
 $\triangle ACX \sim \triangle YCM$
 $\frac{AC}{AY} = \frac{CM - a}{CM}$
 $\frac{6}{3} = \frac{CM - a}{CM}$
 $6CM = 3CM - 3a$
 $3CM = 3a$
 $CM = 3a \Rightarrow CX = 2a$

$\triangle AXB \sim \triangle ZMB$
 $\frac{XB}{AZ + ZB} = \frac{MB}{ZB}$
 $4aZB = 3a + 3aZB$
 $aZB = 3a$
 $ZB = 3$

$\triangle AZY$
 $\cos \alpha = \frac{AY^2 + YZ^2 - AZ^2}{2AY \cdot YZ} = \frac{9 + 16 - 9}{2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$
 $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{\frac{9}{9} - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$
 $\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AB = AZ + ZB = 3 + 9 = 12$$

$$\text{чз } \triangle ABC \quad \cos(\angle A) = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2AC \cdot AB}$$

$$-\frac{1}{2} = \frac{6^2 + 12^2 - BC^2}{2 \cdot 6 \cdot 12}$$

$$-\frac{2 \cdot 6 \cdot 12}{2 \cdot 6 \cdot 12} = 36 + 144 - BC^2$$

$$-16 = 36 + 144 - BC^2$$

$$BC^2 = 144 + 36 + 16 = 144 + 52 = 196 = 14^2$$

$$BC = 14$$

Ответ: $BC = 14$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y$$

$$x^3 - y^3 + 3x - 3y + \sqrt{2x} - \sqrt{2y} = 0$$

$$(x-y)(x^2+xy+y^2) + 3(x-y) + \sqrt{2}(\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^2+xy+y^2) + 3(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y}) + \sqrt{2}(\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^2+xy+y^2+3) + \sqrt{2} = 0$$

$$\sqrt{x}-\sqrt{y} = 0$$

$$(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^2+xy+y^2+3) + \sqrt{2} = 0$$

$$\sqrt{x}+\sqrt{y} \geq 0$$

$$x^2+xy+y^2 - \text{неполный квадрат } x^2+xy+y^2 \geq 0$$

$$\text{Тогда } (\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^2+xy+y^2+3) \geq 0$$

$$(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^2+xy+y^2+3) + \sqrt{2} > 0$$

$$\text{Тогда ТОЛЬКО } \sqrt{x}-\sqrt{y} = 0$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y}$$

$$x = y$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$\text{Положим } \begin{cases} \sqrt{x+2} = a \\ \sqrt{7-x} = b \end{cases}$$

$$\text{Тогда } \begin{cases} a-b+7 = 2ab \\ a^2+b^2 = 9 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a-b+7 = 2ab \\ a^2+b^2 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a &\geq 0 \\ b &\geq 0 \end{aligned}$$

~~$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 = a-b+16$$~~

$$\begin{cases} a+b = \sqrt{a-b+16} \\ a-b = 2ab-7 \end{cases}$$

$$a(1-2b) = b-7 \quad b = \frac{1}{2} \text{ - не реал}$$

$$\Rightarrow 1-2b \neq 0$$

$$a = \frac{b-7}{1-2b}$$

$$2a = 2ab - 7 + \sqrt{a-b+16}$$

$$\frac{(b-7)^2}{(1-2b)^2} + b^2 = 9$$

$$\frac{b^2 - 14b + 49 + b^2 - 4b^3 + 4b^4 - 9 + 36b - 36b^2}{1 - 4b + 4b^2} = 0$$

$$4b^4 - 4b^3 - 34b^2 + 22b + 40 = 0$$

$$2b^2 - 2b^3 - 17b^2 + 11b + 20 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Если точки закрасили не симметрично относительно центра то с помощью поворотов можно получить 4 раскраски, которые выглядят по-разному без поворотов

Если точки закрасили симметрично относительно центра квадрата, то поворотами можно получить всего две выглядящие по-разному раскраски

Пусть n - число узлов сетки

Всего способов выбрать два узла: C_n^2

Способов выбрать узлы симметрично относительно центра: $\frac{n-1}{2}$

Тогда способов раскрасить квадрат: $\frac{C_n^2 - \frac{n-1}{2}}{4} + \frac{n-1}{2}$

$$= \frac{C_n^2 - \frac{n-1}{2}}{4} + \frac{n-1}{4} = \frac{C_n^2 + \frac{n-1}{2}}{4} \quad \text{для квадрата } 10 \times 10 \quad n=121$$

$$\frac{C_{121}^2 + \frac{120}{2}}{4} = \frac{C_{121}^2 + 60}{4} = \frac{C_{121}^2}{4} + 15$$

Ответ: $\frac{C_{121}^2}{4} + 15$ способов выбрать 2 узла



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-\frac{1}{9} = 2 \cdot 6 \cdot 9 = 36 + 81 - x^2$$

$$-12 = 36 + 81 - x^2$$

$$x^2 = 36 + 81 + 12 = 81 + 48 = 129$$

$$x = \sqrt{129}$$

$11p^2$; $75q^2$

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n =$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn =$$

$$= mn(m + 2n + 9)$$

$$A = (m + 2n)^2 - 7(m - 2n)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

d - шаг прогрессии

$$a_4 = 6 - 9x$$

$$a_6 = a_4 + 2d$$

$$a_6 = (x^2 - 2x)^2$$

$$a_{10} = a_6 + 4d$$

$$a_{10} = 3x^2$$

$$a_6 - a_4 = 2d = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6 + 9x = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6$$

$$a_{10} - a_6 = 4d = 9x^2 - x^4 + 4x^3 - 4x^2 = -x^4 + 4x^3 + 5x^2$$

$$4d = -x^4 + 4x^3 + 5x^2 = 2x^4 - 8x^3 + 8x^2 + 18x - 12$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$x = 1$ - корень

$$(x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0$$

$x = 1$ - корень

$$(x-1)^2(x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$(x-1)^2(x-1-\sqrt{5})(x-1+\sqrt{5}) = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 4 = 20$$

$$x = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2}$$

$$x = 1 \pm \sqrt{5}$$

Ответ: $x \in \{1, 1 + \sqrt{5}, 1 - \sqrt{5}\}$

	1	-4	1	6	-4
1	1	-3	-2	4	0
1	1	-2	-4	0	



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(N5)

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{7 \cdot 2 + (7-2)x - y^2}$$

$$(x+2)(7-y) = 14 - 2y + 7x - xy$$

$$x^2 + 3x + \sqrt{2x} = y^2 + 3y + \sqrt{2y}$$

$$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2) =$$

$$= x^2 - \cancel{xy} + \cancel{xy} - \cancel{xy} - \cancel{xy} - y^3$$

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2) + 3(x-y) + \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) + 3(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \left((\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2 + 3) + \sqrt{2} \right) = 0$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \quad (x=y)$$

$$\underbrace{(\sqrt{x} + \sqrt{y})}_0 \left(x^2 + xy + y^2 + 3 \right) + \sqrt{2} = 0$$

$$(x+y)^2 \geq 0$$

$$x^2 + 2xy + y^2 \geq 0$$

$$x^2 + xy + y^2 \geq -xy$$

$$x^2 + y^2 \geq -2xy$$

$$x^2 + xy + y^2 \geq -2xy + xy + xy$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7$$

$$= 2\sqrt{14+5x-x^2} =$$

$$= 2\sqrt{(x+2)(7-x)}$$

$$\sqrt{x+2} = a$$

$$\sqrt{7-x} = b$$

$$a+b+7 = 2ab$$

$$a^2 + b^2 = 9$$

~~Handwritten scribbles~~

~~Handwritten scribbles~~
 $1^2 + 1 \cdot (-0,5) + 0,25$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a-b+7=2ab \\ a^2+b^2=9 \end{cases}$$

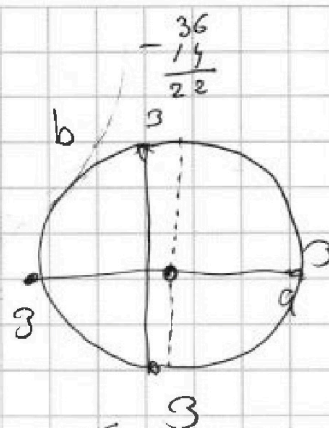
(NS)

$$\begin{aligned} a-2ab-b+7 &= 0 \\ a(1-2b) &= b-7 \end{aligned}$$

~~$$a^2+b^2=9 \Rightarrow (a+b)(a-b)=9$$~~

$$a = \frac{b-7}{1-2b}$$

$$\frac{(b-7)^2}{(1-2b)^2} + b^2 = 9$$



~~$$b^2 - 14b + 49 + b^2 - 4b^3 + 4b^4 - 9 + 36b - 36b^3 = 0$$~~

$$1 - 4b + 4b^2$$

~~$$(b+1)^4 + b^4 - 6b^3 - 21b^2 + 7b + 19 = 0$$~~

~~$$4b^4 - 4b^3 - 34b^2 + 22b + 40 = 0$$~~

~~$$2b^4 - 2b^3 - 17b^2 + 11b + 20 = 0$$~~

$$a^2 = 9 - b^2 = (3-b)(3+b)$$

$$\begin{aligned} a^2 + 2ab + b^2 &= a - b + 7 + 9 \\ (a+b)^2 &= a - b + 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot 16 - 2 \cdot 8 - \\ -17 \cdot 4 + 11 \cdot 2 + 20 &= \\ = 32 - 16 - 68 + 22 + 20 &= \\ = 32 + 42 - 16 - 68 &= \\ = 74 - 84 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a-b+7 &= 2ab \\ 3-b &= 2ab - a - 7 \end{aligned}$$

$$a-b+7 = 2ab$$

$$2ab + b - a - 7 = 0$$

$$b(2a+1) = a+7$$

$$b = \frac{a+7}{2a+1}$$

$$\begin{aligned} 2a+1 &= 0 \quad -\frac{1}{2} + 7 \neq 0 \\ 2a &= -1 \\ a &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

~~$$(a-b)^2 = a-b-9$$~~

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 + 2ab &= a - b + 16 \\ a^2 + b^2 - 2ab &= 2 - a + b \end{aligned}$$

~~$$a = \pm \sqrt{9-b^2}$$~~

$$a = \sqrt{9-b^2}$$

$$\sqrt{9-b^2} - b + 7 = 2b\sqrt{9-b^2}$$

$$7-b = \sqrt{9-b^2} (2b-1)$$

$$9-b^2 = \frac{49-14b^2+b^2}{4b^2-4b+1}$$

~~$$49 - 14b^2 + b^2 - 36b^2 + 36b - 9 + 4b^4 - 4b^3 + b^2 = 0$$~~

~~$$4b^4 - 4b^3 - 34b^2 + 22b + 40 = 0$$~~

~~$$2b^4 - 2b^3 - 17b^2 + 11b + 20 = 0$$~~

~~$$b^4 + 4b^3 + 6b^2 + 4b + 1 = 0$$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a_4 &= 6 - 9x \\ a_6 &= (x^2 - 2x)^2 \\ a_{10} &= 9x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_1 &= a \\ a_2 &= a + d \\ a_6 &= a + 5d \\ a_{10} &= a + 9d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_6 &= a + 5d = a_4 + 2d \\ a_{10} &= a + 9d = a_6 + 4d = 2a + 6d \end{aligned}$$

(N1)

$$\begin{aligned} a_4 &= -3 \\ a_6 &= 1 \\ a_{10} &= 9 \quad d=2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_4 &= a + 3d \\ a_6 &= a + 5d \end{aligned}$$

$$\frac{a_6 - a_4}{2} = \frac{2a + 5d - (a + 3d)}{2} = \frac{a + 2d}{2} = a_5$$

$$a_5 = \frac{6 - 9x + (x^2 - 2x)^2}{2} = \frac{6 - 9x + x^4 - 4x^2 + 4x^3}{2} = \frac{1}{2}x^4 - 2x^3 + 2x^2 - \frac{9}{2}x + 3$$

$$a_4 = 6 - 9x$$

$$a_6 = a_4 + 2d = (x^2 - 2x)^2$$

$$a_{10} = a_4 + 6d = 9x^2$$

$$a_{10} - a_4 = 6d = 9x^2 + 9x - 6$$

$$6d = 9x^2 + 9x - 6$$

$$2d = 3x^2 + 3x - 2$$

$$d = \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 1$$

$$a_{10} - a_6 = 4d = 9x^2 - (x^2 - 2x)^2 = 9x^2 - x^4 - 4x^2 + 4x^3 = -x^4 + 4x^3 + 5x^2$$

$$d = -\frac{1}{4}x^4 + x^3 + \frac{5}{4}x^2$$

$$\frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 1 = -\frac{1}{4}x^4 + x^3 + \frac{5}{4}x^2$$

$$6x^2 + 6x - 4 = -x^4 + 4x^3 + 5x^2$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$a_6 - a_4 = 2d = (x^2 - 2x)^2 - 6 + 9x =$$

$$= x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6 + 9x =$$

$$= x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6$$

$$a_{10} - a_6 = 4d = 9x^2 - x^4 + 4x^3 - 4x^2 = -x^4 + 4x^3 + 5x^2$$

$$-x^4 + 4x^3 + 5x^2 = 2x^4 - 8x^3 + 8x^2 + 18x - 12$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$x=1$ - корень

$$(x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0$$

$x=1$ - корень

$$(x-1)^2(x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 4 = 20 \quad x = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2}$$

	+1	-4	+1	+6	-4
1	1	-3	-2	4	0
1	1	-2	-4	0	

$$\begin{aligned} x &= 1 \pm \sqrt{5} \\ (x-1)^2(x-1-\sqrt{5})(x-1+\sqrt{5}) &= 0 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



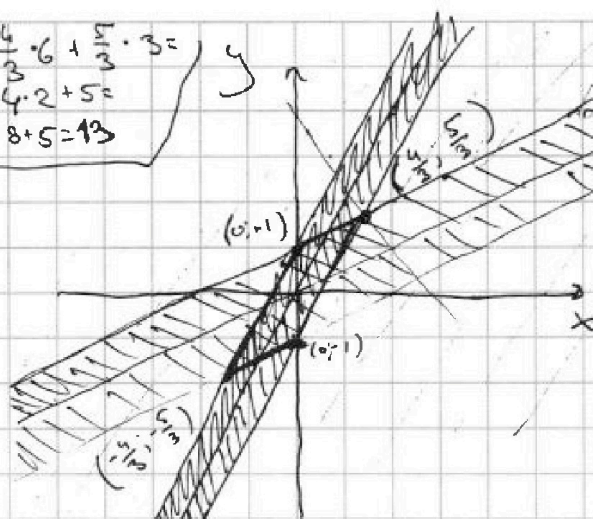
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$a = \frac{1}{2} \cdot 6 + \frac{1}{3} \cdot 3 = 4 \cdot 2 + 5 = 8 + 5 = 13$$



$$\textcircled{1} \begin{cases} x-2y \geq 0 \\ x \geq 2y \end{cases}$$

$$y \leq \frac{1}{2}x$$

$$x-2y \leq 2$$

~~$$x-2 \leq 2y$$~~

~~$$\frac{1}{2}x - 1 \leq y$$~~

~~AAA~~

$$|2x-y| \leq 1$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} 2x-y \geq 0 \\ y \leq 2x \end{cases}$$

$$2x-y \leq 1$$

$$2x-1 \leq y$$

$$\frac{1}{2}x + 1 = 2x - 1$$

$$2x - \frac{1}{2}x = 2$$

$$\frac{3}{2}x = 2$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x-2y \leq 0 \\ x \leq 2y \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}x \leq y$$

$$2y-x \leq 2$$

$$2y \leq 2+x$$

$$y \leq \frac{1}{2}x + 1$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} 2x-y \leq 0 \\ 2x \leq y \end{cases}$$

$$y-2x \leq 1$$

$$y \leq 2x + 1$$

$$y = 2 \cdot \frac{4}{3} - 1 = \frac{8}{3} - \frac{3}{3} = \frac{5}{3}$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} + 1 = \frac{4}{6} + \frac{6}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{1}{2}x - 1 = 2x + 1$$

$$2x - \frac{1}{2}x = -2$$

$$\frac{3}{2}x = -2$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

$$y = 2 \cdot \frac{4}{3} + 1 =$$

$$= \frac{8}{3} + \frac{3}{3} = \frac{11}{3}$$

$$3y + 6x = 9$$

$$3y = -6x + 9$$

$$y = -2x + \frac{3}{1}$$

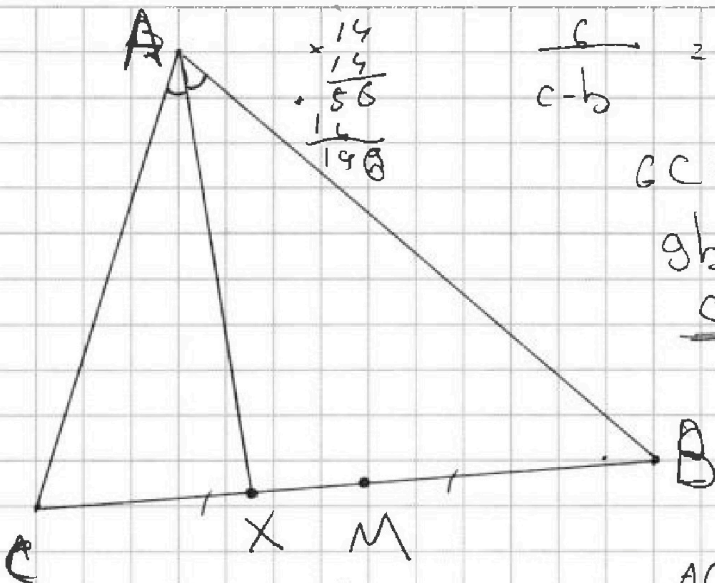
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{c}{c-b} = \frac{a}{c}$$

$$cc = ac - ab$$

$$ab = 3c$$

$$c = 3b$$

$$\frac{3b}{d} = \frac{4b}{d+3}$$

$$3bd + gb = 4bd$$

$$gb = bd$$

$$d = g$$

AC < AB

~~cos α = (AC² + BC² - AB²) / (2 * AC * BC) = 6 / (2 * 3 * 4) = 1/4~~

$$\cos 2\alpha = \frac{2\cos^2\alpha - 1}{2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{2 \cdot \frac{1}{16} - 1}{24} = \frac{-15}{24} = -\frac{5}{8}$$

$$= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{3}$$

$$= \frac{\sqrt{8}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{1}{9} - \frac{2}{9} = -\frac{1}{9}$$

$$= \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$$

$$\frac{6}{c-b} = \frac{a}{c}$$

$$\frac{c}{d} = \frac{c+b}{d+3}$$

$$\frac{1}{9} = \frac{c^2 + a^2 - x^2}{2 \cdot 6 \cdot 9}$$

$$= \frac{36 + 81 - x^2}{12 \cdot 9}$$

$$\frac{6}{3+d} = \frac{c-b}{c+b}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

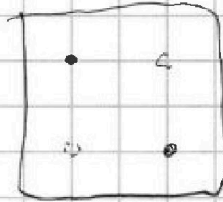
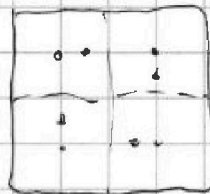
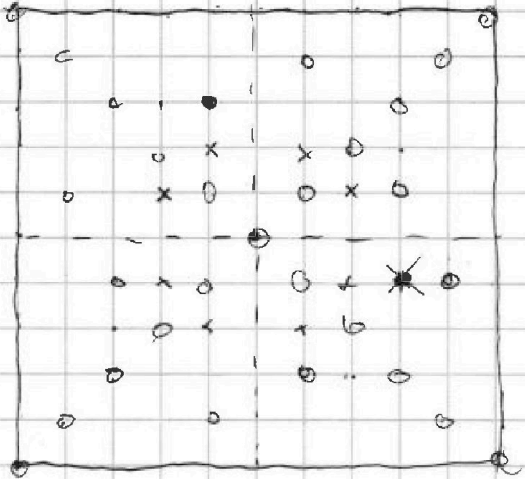
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$32 + 16 - 68 + 22 + 20 =$$

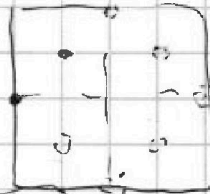
$$48 - 68 - 2 = -22$$

$$\text{узлов} = 121$$

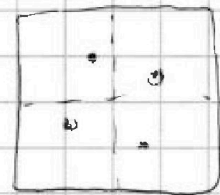
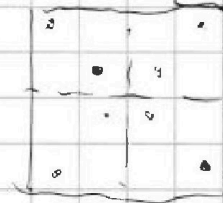
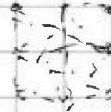
(NG)



разбиваются на группы по 4



20-ка узлов, но не в центре



всего способов: C_n^2

способов ~~внутри~~ $\frac{n-1}{2}$
способов ~~от~~ $\frac{n-1}{2}$

$$C_n^2 - \frac{n-1}{2} + \frac{n-1}{2} = C_n^2 - \frac{n-1}{2} + \frac{n-1}{2} =$$

$$= \frac{C_n^2 - \frac{n-1}{2} + 2 \cdot \frac{n-1}{2}}{4} = \frac{C_n^2 + \frac{n-1}{2}}{4}$$

$$\frac{36 + 4}{4} = 10$$

