



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

из этого можно сделать вывод, что

$$2((x^2 - 4x)^2 - 6x - 18) = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2, \text{ т.к. } \text{сумма}$$

разности квадратов прогрессии, то $(x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = 2x$,

$$-3x^2 - (x^2 - 4x)^2 = 4x$$

$$2(x^2 - 4x)^2 - 12x - 36 = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2$$

$$3(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$(x^2 - 4x)^2 + x^2 - 4x - \frac{36}{3} = 0$$

$$t = x^2 - 4x$$

$$t^2 + t - 12 = 0$$

по методу Виета

$$\begin{cases} t = -4 \\ t = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 4x = -4 \\ x^2 - 4x = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 4x + 4 = 0 \\ x^2 - 4x - 3 = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16+12}}{2}$$

$$x = \frac{2 + \sqrt{7}}{2}$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$x = 2$$

Ответ: $x \in \{2 + \sqrt{7}, 2 - \sqrt{7}, 2\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (4x - 3y) \in [-6, 6] \\ (3x - 4y) \in [-8, 8] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (12x - 9y) \in [-18, 18] \\ (12x - 16y) \in [-32, 32] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (8x - 12y) \in [-24, 24] \\ (9x - 12y) \in [-24, 24] \end{cases} \Rightarrow$$
$$\begin{cases} 7y \in [-50, 50] \\ 7x \in [-48, 48] \end{cases} \Rightarrow (14x + 7y) \in [-148, 148]$$

Ответ: -148 , достигается при $x = -\frac{48}{2}$, $y = -\frac{50}{2}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P = mn - m^2 \text{ - простые числа. } \text{Факторы}$$

$$B = m^2 - mn + 3mn = 6mn \quad (m-n+3)$$

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9 \quad m-3n = (m-n+3)(m-n)$$

если $A = 13P^2$, то

все простые числа P делятся на 3

$$\begin{cases} m-n+3 = 13(m-n) \Rightarrow m-n \neq 2 \\ 6m-n = 13(m-n+3) \Rightarrow m-n \neq 2 \\ m-n = 13, \quad m-3n+9 \in \mathbb{Z}^2 \\ m-n+3 = 13, \quad m-n = p^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-n = 13 \quad (m-n+3 = 12) \\ m-n+3 = 13 \end{cases}$$

д22. ~~не~~ Р

если $m-n=13$, то $m-n+3=12$, не простое

если $m-n+3=13$, то $m-n=4$; $\star \in \mathbb{R}$

проверим, что при $m-n=2 \exists n, n \in \mathbb{N}: B = 3q^2$

$$\begin{cases} B = 5mn \\ m-n=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = 5n(n+2), \quad n \in \mathbb{R} \\ B \text{ простое} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n=5 \\ n=3 \end{cases} \text{ при } n=5 \quad B/3$$

при $n=3 \quad B = 45^2 = 3^2 \cdot 5^2$, т.е. нам подходит пара $(B/3, (5, 3))$

если $A=3q^2$, то аналогично получаем

д22. ~~не~~ Р

но если $m-n=3$, то $m-n+3=12 \notin \mathbb{R}$

если $m-n+3=3$, то $m-n=26 \notin \mathbb{R}$ и $m-n=-6 \rightarrow \sqrt{-6} \notin \mathbb{R}$

Ответ: $(5, 3)$

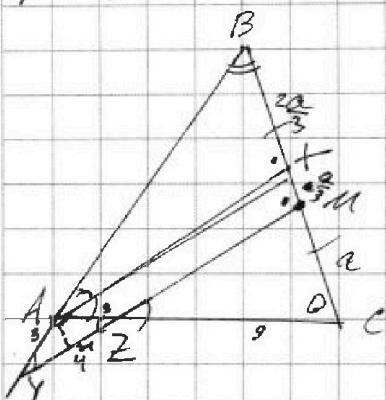
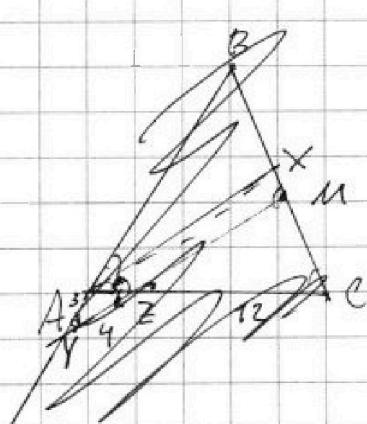
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Решение $\angle XAC = \alpha$.

из $XY \parallel AX \Rightarrow \angle XAC = \angle MZC$
 $\angle BAX = \angle BYM$

также $\angle MZC = \angle AZY$ (внешний угол)

Решение $\angle XAC = \angle MZC = \angle BAX = \angle BYM = \alpha$, так как

$\triangle AZY$ равнобедр., тогда $AY = AZ = 3$

но $\angle AYX = \angle AZC = 90^\circ$

предлагаем высоту AX и BY ΔAYX , тогда $YZ = 2$

тогда $\cos \alpha = \frac{YZ}{AY} = \cos \alpha = \frac{2}{3}$ ~~но это невозможно~~

М.р. $AX \parallel ZM$: $\frac{CZ}{AC} = \frac{CM}{XC} \Rightarrow \frac{CM}{XC} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{AC - AZ}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{AC - 3}{AC} = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow CM(CM + XM) = 4 \times M \Rightarrow XM = \frac{1}{3} CM \Rightarrow \frac{BX}{CX} = \frac{CM - XM}{CM + XM} = \frac{1}{2}$, тогда

по теореме Пифагора $\frac{AB^2}{AC^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}$

тогда $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cos \alpha \cdot AB \cdot AC = 576 + 144 - 576 \cdot (2 \cos^2 \alpha - 1) =$

= ~~погрешность~~ $576 + 144 - 576 \cdot \left(\frac{8}{9} - 1\right) = 576 + 144 + 64 = 784$

$$BC = \sqrt{784} = 28$$

Ответ: 28

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{3x-x-y^2} \\ 4x^4 + x - 5y^4 = 4y^4 + y - 5\sqrt{5x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{3x-x-y^2} \\ 4x^4 + 5\sqrt{5x} + x = 4y^4 + 5\sqrt{y} + y \end{cases}$$

$S(t) = 4t^{16} + 5t + t^4$ задача на метод диф. $t \in \mathbb{R}$, а есть ограничение на значение t в $S(t)$

Рассл. $S(t) = 4t^{16} + 5t + t^4$

Возьмем производную $S'(t)$ и найдем

нули производной $(0, +\infty)$ $S'(t) > 0$ для $t > 0$

$4t^{16}$ при увеличении t на $(0, +\infty)$ (точка $(0, +\infty)$)

стремится к бесконечности, $5t$ и t^4 , тоже значение на $[0, +\infty)$ $S(t)$

всегда расставят, значит есть ограничение на значение t в $S(t)$ для $t > 0$

если $S(\sqrt[4]{x}) = S(\sqrt[4]{y})$, то $x = y$, тогда

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{3x-x-y^2}, x \geq 0$$

~~$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{3x-x-y^2}$~~

~~$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{2x+6}\sqrt{5-x}$~~

~~$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{2x+6}\sqrt{5-x} - 5$~~

~~$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{2x+6}\sqrt{5-x} = 2(x+6)(5-x)$~~

на
одной



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 6 - 2\sqrt{x+6} \sqrt{5-x} + 5 - x = 4(6+x)(5-x) - 2x\sqrt{6+x}\sqrt{5-x} + 25$$

Victor Gray

$$4(x+6)(5-x) - 180x^2 + 120x + 14 = 0$$

$$t = \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x}, \quad t \geq 0$$

$$t^2 - 18t + 14 = 0$$

$$2t^2 - 3t + 7 = 0$$

no me guste Buena

$$\begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\sqrt{(2t+6)(5-x)} = y$$

$$\sqrt{(x+6)(5-x)} = \frac{1}{2} - \text{[Redacted]} , \quad x \in [-6, 5]$$

$$\left[\begin{array}{l} 30 - x - x^2 = 1 \\ 30 - x - x^2 = \frac{49}{4} \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 + x - 29 = 0 \\ x^2 + x - \frac{71}{4} = 0 \end{array} \right]$$

$$\begin{cases} x = \frac{-16\sqrt{t+29}e}{2} \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+t+71}}{2} \end{cases}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 2g^2}}{2} \quad \text{and} \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 2g^2}}{2} \in [-6, 5]$$

$$\frac{-1 + \sqrt{1+29^2}}{2} > \frac{-1 + \sqrt{29^2}}{2} > 14.75$$

$$\frac{-1 - \sqrt{1+4g^2}}{2} < \frac{-1 + \sqrt{1+4g^2}}{2} < 13c_1$$

$$\frac{-1 + \sqrt{7}i}{2} \quad 707.5^\circ \quad \times \quad \frac{-1 + \sqrt{7}i}{2} \quad \times \quad \frac{-1 + \sqrt{7}i}{2} = -5$$

14. x. 22/0, ms $\frac{-t - \sqrt{t^2 - 4}}{2}$ für zbd. Kapitel

$$\text{Ansatz: } \left(\frac{-1 + \sqrt{7}z}{2}, \frac{-1 - \sqrt{7}z}{2} \right)$$

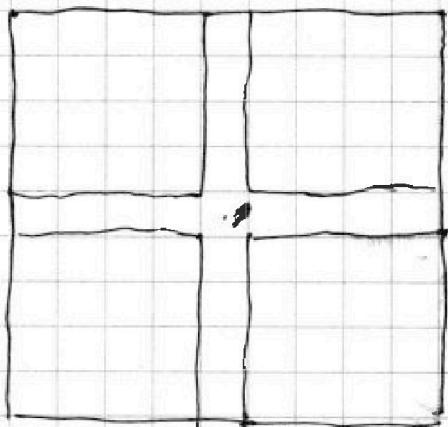


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Раз забыл квадратик, как
на рисунке. Тогда надо нужно
найти как-то способов покрасить
две ячейки в двух соседних, в
одном и в то же время находящихся
квадратах четырех

$$\binom{2}{4}^2 + 8 \binom{1}{4} \cdot \binom{1}{4} + \cancel{\binom{2}{4} \cdot \binom{2}{4}} + \binom{1}{4} \cdot \binom{1}{4} = 2 \cdot 16 + \frac{15 \cdot 16}{2} = \\ = 608$$

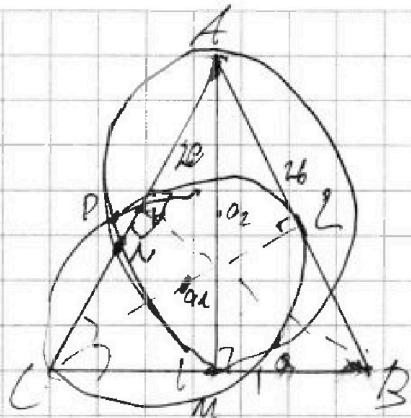


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



O_1 и O_2 - центры вспомогательных окружностей

тогда $O_1L \perp AB$

$O_2M \perp CB$ (радиусы к касательным)

тогда CL - высота до длины стороны AB
 AM - медиана и высота \Rightarrow

$\triangle ABC$ равносторонний $\Rightarrow AB = AC = BC = 26$

I-

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4a^6 + a^4 + 5a = 48^6 + 6^4 + 56 \quad 3+4+4+4+5+\underline{5}=25$$

~~4a⁶+a⁴~~

$$2(4a^6 + a^4 + 5a)$$

$$a = -1$$

$$2(a+1)$$

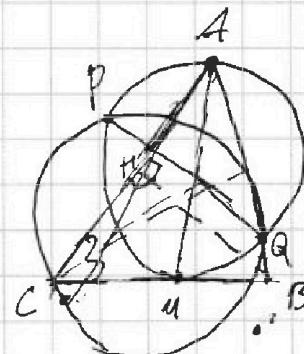
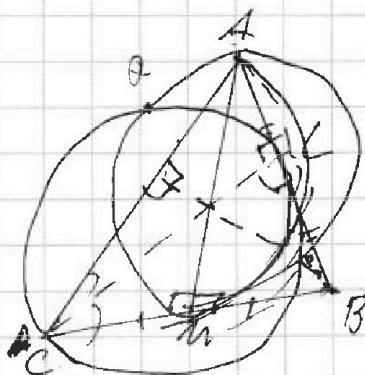
$$4a^{15} + a^3 + 5/a + 1$$

$$4a^{14} + 4a^{13} + 4a^{12} + \dots + 4a^5 + 5a^2 - 5a + 5$$

~~2~~ $a=8$

$$a = -1$$

17





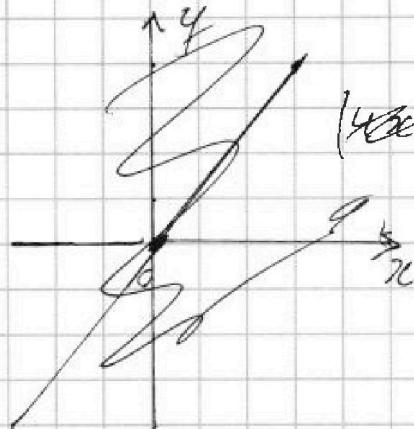
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|4x - 3y| \leq 6 \text{ система линий}$$



$$(4x + 3y) \leq 6$$

$$\begin{cases} 4x - 3y - 6 \leq 0 \\ 4x - 3y \geq 0 \end{cases}$$

$$4x - 3y \in [0, 6] \cup$$

$$4 \cdot 4x - 3y \in [-6, 6]$$

$$3 \cdot 3x - 4y \in [-8, 8]$$

$$7x \in [-24, 24] \Rightarrow x \in [-\frac{48}{7}, \frac{48}{7}]$$

$$\begin{aligned} 4 \cdot 12x - 3y &\in [-48, 48] & 16x - 3y &\in [-24, 24] & x &\in [-\frac{48}{7}, \frac{48}{7}] \\ 3x &\in -24 & -24 && & \\ 12x - 16y &\in [-32, 32] & 7y && & \end{aligned}$$

$$7y \in$$

$$7y \in [-50, 50]$$

$$14x = -96$$

$$7y = -50$$

$$4 \cdot \left(-\frac{48}{7}\right) - 3 \cdot \left(-\frac{50}{7}\right) = -146$$

$$\frac{1}{7}(-48 \cdot 4 + 150) = \frac{1}{7}$$

$$160 + 192$$

$$|3x - 4y| = \left| \frac{1}{7}(-146 + 202) \right|$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 \quad | \cancel{x^2 - 4x - 3} \\ & x^4 - 4x^3 - 3x^2 \\ & -4x^3 + 20x^2 - 4x \\ & 4x^3 + 16x^2 + 12x \\ & \cancel{36x^2 + 32x + 12} \\ & 4x^2 - 16x - 12 \end{aligned}$$

$$(x-1)(x+3)(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$t(t+4) = 12$$

$$t^2 + t - 12 = 0$$

$$\begin{cases} t = -4 \\ t = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 4x = -4 \\ x^2 - 4x = 3 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2$$

~~$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18 = -3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2$$~~

~~$$x^4 - 2(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 - 6x - 18 = 0 \quad 36 \cdot 64 =$$~~

~~$$(x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = -3x^2 - 6x - 18$$~~

~~$$x^4 - 4x^2 - 12x - 18 = 6x^2 - 6x - 18$$~~

~~$$x^4 - 6x^2 - 6x - 18 = -6x^2 + 3x^2 - 6x - 18 = 0 \quad 74^2 =$$~~

~~$$-12x^2 - 12x - 36 + 3x^2 - 6x - 18 = 0 \quad 4370 + 71 = 5041$$~~

~~$$-9x^2 - 18x - 54 = 0$$~~

~~$$x^2 + 2x + 6 = 0$$~~

$$-\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{5052}{64}}$$

~~$$\frac{1}{2}(x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = 2(-3x^2 - 6x - 18)$$~~

~~$$x^4 - 6x^3 + 6x^2 - 6x^2 - 12x - 36 = -6x^2 - 6x - 18$$~~

~~$$-6x^2 - 12x - 36 = -6x^2 - 6x - 18 + 3x^2 = 0$$~~

~~$$-9x^2 - 18x - 54 = 0$$~~

~~$$x^2 + 2x + 6 = 0$$~~

$$-\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{5052}{64}} < -6$$

~~$$\left\{ \begin{array}{l} 6x^2 + 12x + 6 \\ (x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = 2(x^2 - 4x)^2 - 3x^2 \end{array} \right.$$~~

$$2(x^2 - 4x)^2 - 12x - 36 = (x^2 - 4x)^2 - 3x^2$$

$$3(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 - 12x - 36$$

$$(x^2 - 4x)^2 + x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x^2 - 4x)(x^2 - 4x + 1) - 12 = 0$$

$$x^2 - 4x = 3$$

$$x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 12}}{2} = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 9x - 12 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = 0 \text{ (1)} \\ -3x^2 - (x^2 - 4x)^2 + 4 = 0 \text{ (2)} \end{cases}$$

Любое из них не подходит

$$\begin{cases} -3x^2 - 6x - 18 = 0 \text{ (1)} \\ 2(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 - 6x - 18 = 0 \text{ (2)} \end{cases}$$

$$3(x^2 - 4x) = 0$$

$$2(-3x^2 - 6x - 18) = -3x^2 - 6x - 18$$

$$-6x^2 - 4x^2 + 4x^2 = -3x^2 - 6x - 18 \quad x =$$

$$-12x = -18$$

$$\frac{-18}{12} = \frac{3}{2}$$

$$2(x^2 - 4x) = -12x = -3x^2 - 6x - 18 \quad 112$$

$$2(x^2 - 4x)(x^2 - 4x + 3) + 3x^2 - 6x = 0$$

$$2x^4 - 16x^3 + 24x^2 + 3x^2 - 6x = 0$$

$$2x^4 - 16x^3 + 27x^2 - 6x = 0$$

$$2x^2(2x^2 - 8x + 3)$$

$$2x^4 - 16x^3 + 27x^2 - 6x = 0$$

$$\left(\frac{1}{2} - 2\right)^2 =$$

$$x \neq 1 \quad x \neq 3$$

$$\begin{array}{ll} 0 \rightarrow 0 & 10 \rightarrow 9 \\ 1 \rightarrow 1 & 11 \rightarrow 4 \\ 2 \rightarrow 4 & 12 \rightarrow 1 \\ 3 \rightarrow 9 & \\ 4 \rightarrow 3 & \\ 5 \rightarrow 12 & \\ 6 \rightarrow 10 & \\ 7 \rightarrow 10 & \\ 8 \rightarrow 12 & \\ 9 \rightarrow 3 & \end{array}$$

$$18+6x-3x^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 3m - 9n$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn$$

$$A = (m-n+3)(m-n)$$

$$B = mn(m-n+3)$$

~~P₁² = 13p², т.к. 13~~

~~P₂² = B = 4A, если B = A~~

$$(m-n+3) \equiv 1 \pmod{13}$$

$$(m-n+3)(m-n) \equiv 1 \cdot (-1) \pmod{13}$$

$$(m-n+3)(m-n) \equiv 12 \pmod{13}$$

$$A = 13p^2, \text{ если } m-n \equiv 1 \pmod{13}$$

$$\text{или } m-n+3 \equiv 1 \pmod{13}$$

$$m \equiv n \pmod{13} \quad m-n \equiv 0 \pmod{13}$$

$$\text{или } m-n+3 \equiv 1 \pmod{13} \quad m \equiv n \pmod{13} \quad m-n \equiv 0 \pmod{13}$$

$$B = 3q^2, \text{ если } m-n+3 \equiv 3 \pmod{3}, \text{ т.е. } m \equiv n \pmod{3} \quad m-n \equiv 0 \pmod{3}$$

$$m \equiv 0 \pmod{3}, \text{ т.е. } m \equiv 0 \pmod{3}$$

$$n \equiv 0 \pmod{3}, \text{ т.е. } n \equiv 0 \pmod{3}$$

$$\text{если } A = 13p^2, \text{ то } p_{\text{мин}}^2 \equiv 9 \pmod{13} \Rightarrow p_{\text{мин}} \equiv 4 \pmod{13}$$

$$p_{\text{мин}}^2 \equiv 4 \pmod{13} \Rightarrow p \equiv 2 \pmod{13}$$

$$p \equiv 4 \pmod{13}$$

$$\text{если } B = 3q^2, \text{ то } n(3-n) \equiv q^2 \pmod{3}, \text{ т.е. } -n^2 \equiv q^2 \pmod{3}$$

$$m(3-m) \equiv q^2 \pmod{3}$$

$$-m^2 \equiv q^2 \pmod{3}$$

$$mn \equiv q^2 \pmod{3}$$

Ответ

$$m = n+4 \quad \text{Число } 4 \cdot 13 \quad n+4 + 13k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Н.Б. } 13(k+1) \cdot (4+13k) = 13q^2$$

$$(k+1)(4+13k) = p^2$$

$$n(6+4+13k)(7+13k) = 3q^2$$

$$3(4+13k)$$

$$k+1 = 4+13k$$

$$k \notin \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m-n+9)(m-n)$$

$$B = mn(m-n+3)$$

~~если~~ (то отб.)

$$\begin{cases} m=3 \\ n=3 \\ m-n+3=3 \\ \cancel{m=1} \\ \cancel{n=1} \\ m-n+3=1 \end{cases}$$

$$\cancel{(m-n+9)(m-n)}$$

~~тогда~~

$$t+9=13+$$

$$13t+117=t$$

~~тогда~~

$$m-n+3 = 13(m-n) \quad \cancel{\text{или}}$$

$$m-n = 13(m-n+9) \Rightarrow 0 \quad (2(m-n) + 117 = 0 \\ 2(n-m) = 117$$

~~117/2~~

$$m-n+9 = 3(m-n) \quad \cancel{\text{или}}$$

$$m-n+9 = 3(m-n+9) \quad m-n = 3(m-n+9)$$

$$2(n-m) = 9 \quad \cancel{\text{или}}$$

~~5/26~~

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{3x-2-y^2}$$

$$4x^4 + x + 5\sqrt{x} = 4y^4 + y + 5\sqrt{y}$$

$$\cancel{4x^4 + x + 5\sqrt{x}}$$

$$3x - x - y^2 =$$

$$4t^4 + t^4 + 5t = 4$$

$$(t+6)(5-y) = 5x + 3x - xy - 6y$$

$$25^2 = 625$$

$$3x^2 = 9x$$

$$28 \cdot 28 = 660 + 224$$

$$\begin{array}{r} 57619 \\ 54 \quad 64 \\ \hline 36 \end{array}$$