



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 10 КЛАСС. Вариант 7

1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен  $6 - 9x$ , шестой член равен  $(x^2 - 2x)^2$ ,

а десятый равен  $9x^2$ . Найдите  $x$ .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $3y + 6x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$  и  $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$  равно  $11p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 6$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14 + 5x - y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $10 \times 10$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 4$ ,  $AN = 5$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3+4+5+5+9+9+6,$$

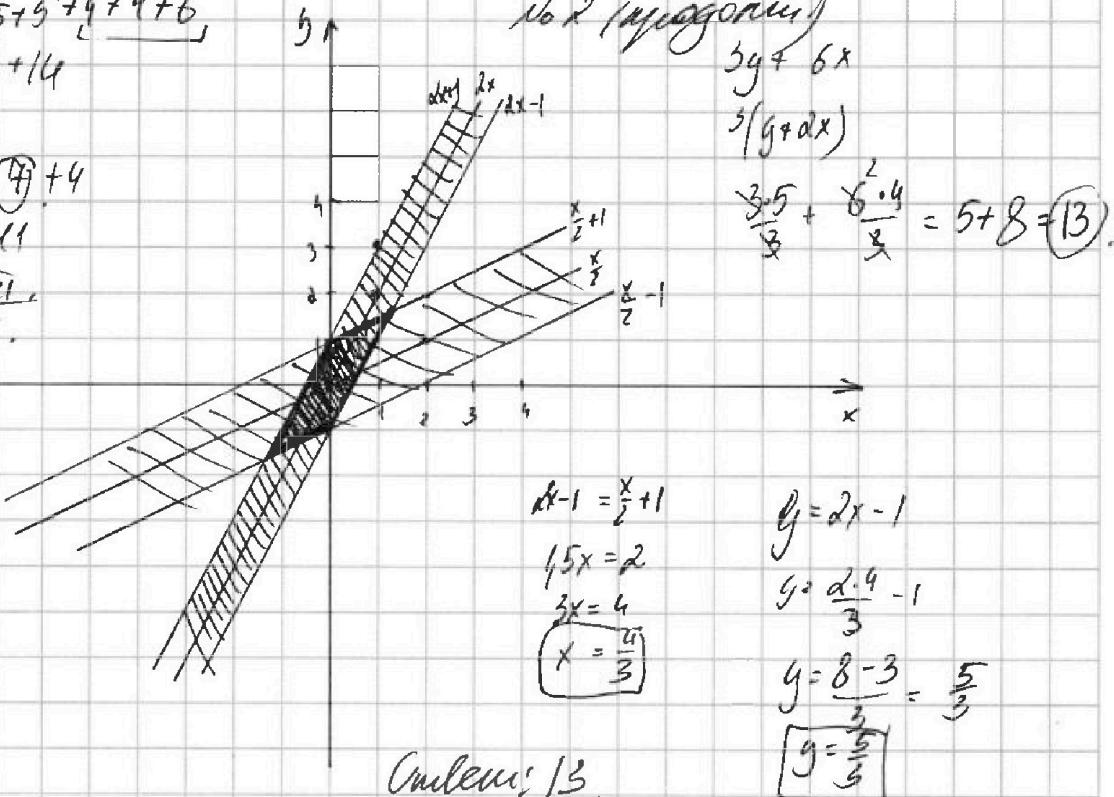
$$7+10+14$$

$$7+24$$

$$\textcircled{31} \cdot \textcircled{4} + 4$$

$$31 \cdot 11$$

$$\underline{10 \text{ ответ.}}$$



$m \wedge n = N$  число

~~$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 11p^2$~~

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 11p^2$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = 75q^2$$

$(p, q)$  - ищется.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a_4 = 6 - 9x & \text{дано} \\ a_6 = (x^2 - 2x)^2 \\ a_{10} = 9x^2 \end{cases} \quad x=?$$

1)  $a_n = a_1 + d(n-1) \Rightarrow$   
 $\Rightarrow a_4 = a_1 + 3d$   
 $a_6 = a_1 + 5d = a_1 + 3d + 2d = a_4 + 2d$   
 $a_{10} = a_1 + 9d = a_1 + 3d + 6d = a_4 + 6d$

2)  $a_4 + 2d = a_6$  (а. н. № 16)

$$6 - 9x + 2d = (x^2 - 2x)^2$$

$$6 - 9x + 2d = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6 = 2d$$

$$d = \frac{x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6}{2}$$

$$(x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0$$

$$x=1$$

$$1 - 3 - 2 + 4 = 0$$

$$0=0$$

По решению Борисова:

$$\begin{array}{r|rr} 1 & 1 & -3 & -2 & 4 \\ \hline 1 & 1 & -2 & -4 & 0 \end{array}$$

$$(x^2 - 2x - 4)(x - 1) = x^3 - 3x^2 - 2x + 4$$

$$(x-1)^2(x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$D = 4 + 16 = 20$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$$

Четыре числа получились:

$$(x-1)^2(x - (1+\sqrt{5})) / (x - (1-\sqrt{5})) = 0$$

$$x=1 \quad x=1+\sqrt{5} \quad x=1-\sqrt{5}$$

$$\text{Ответ: } 1-\sqrt{5}; 1; 1+\sqrt{5}$$

3)  $a_{10} = a_4 + 6d$  (а. н. № 16)

$$9x^2 = 6 - 9x + 6 \cdot \cancel{(x^4 - 4x^3 + 4x^2)}$$

$$9x^2 = 6 - 9x + 3x^4 - 12x^3 + 12x^2 + 27x - 18$$

$$3x^4 - 12x^3 + (12-9)x^2 + (27-9)x - 18 = 0$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$$
 ~~$x=2$~~   $x=1$   
 ~~$x=3$~~   $x=1$   
 $1-4+1+6-4=0$   
 $0=0$

По решению Борисова:

$$\begin{array}{r|rr} 1 & 1 & -3 & 1 & 6 & -4 \\ \hline 1 & 1 & -2 & -2 & 4 & 0 \end{array}$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = (x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1      2      3      4      5      6      7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задачами, где это было нужно, наименьшее значение  $3y+6x$  и  $x$  и  $y$  должны быть положительными.

Наименьшее значение по градуснику неравенства — это точка пересечения прямых  $y=2x-1$  и  $y=\frac{x}{2}+1$ , тогда решими систему

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = \frac{x}{2} + 1 \end{cases}$$
$$\begin{aligned} 2x - 1 &= \frac{x}{2} + 1 \\ \frac{3}{2}x &= 2 \\ x &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$
$$y = \frac{2 \cdot 4}{3} - \frac{3}{3} = \frac{8-3}{3} = \frac{5}{3}$$

$(\frac{4}{3}, \frac{5}{3})$  — наименьшее значение  $x$  и  $y$

$$3y + 6x = 3 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = 5 + 8 = 13$$

Ответ: наименьшее значение выражения  $3y+6x=13$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \\ (3y+6x) \text{ макс.=?} \end{cases}$$

$$\textcircled{I} \quad |x-2y| \leq 2$$

$$1) x-2y \geq 0 \Rightarrow x \geq 2y \Rightarrow y \leq \frac{x}{2}$$

$$x-2y \leq 2$$

$$2y \geq x-2$$

$$y \geq \frac{x}{2} - 1$$

$$2) x-2y < 0 \Rightarrow x < 2y \Rightarrow y > \frac{x}{2}$$

$$-(x-2y) \leq 2$$

$$-x+2y \leq 2$$

$$2y \leq x+2$$

$$y \leq \frac{x}{2} + 1$$

Итак:

$$\begin{cases} y \leq \frac{x}{2} \\ y \geq \frac{x}{2} - 1 \\ y > \frac{x}{2} \\ y \leq \frac{x}{2} + 1 \end{cases}$$

$$\textcircled{II} \quad |2x-y| \leq 1$$

$$1) 2x-y \geq 0 \Rightarrow y \leq 2x$$

$$2x-y \leq 1$$

$$y \geq 2x-1$$

$$2) 2x-y < 0 \Rightarrow y > 2x$$

$$-(2x-y) \leq 1$$

$$-2x+y \leq 1$$

$$y \leq 2x+1$$

Итак:

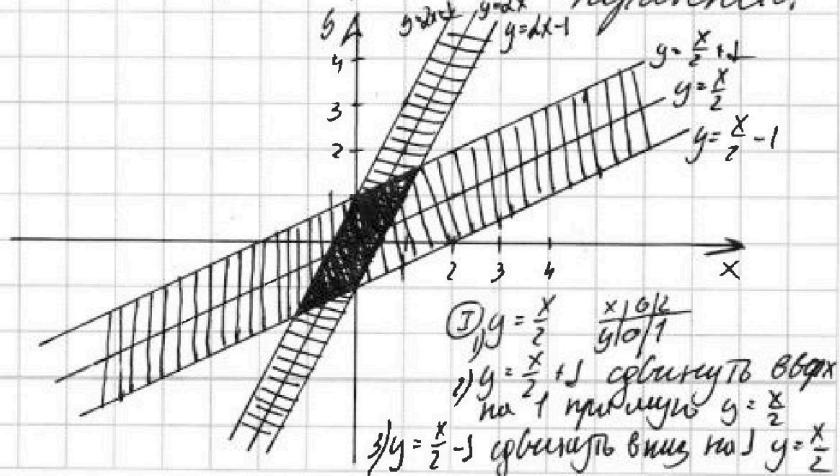
$$\begin{cases} y \leq 2x \\ y \geq 2x-1 \\ y < 2x \\ y \leq 2x+1 \end{cases}$$

$$\textcircled{I} \quad 1) y = 2x \quad \frac{x}{0/1} \quad y \neq 2$$

2)  $y = 2x+1$  сдвигнуть вверх на 1 единицу  $y = 2x$

3)  $y = 2x-1$  сдвигнуть вниз на 1 единицу  $y = 2x$

Построим график этих двух неравенств:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

9) ~~Угол между плоскостями~~

$$\angle BAC = \angle BAX + \angle XAC, \text{ а т.к. } \angle BAX = \angle XAC = 92^\circ \text{ (см. п. № 4)}$$

$$\text{то: } \angle BAC = 92^\circ + 92^\circ = 2 \cdot 92^\circ$$

$$10) \cos \angle BAC = \cos 2 \cdot 92^\circ = 2 \cos^2 92^\circ - 1 = 2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 1 = \frac{2^3}{3^2} - 1 = \frac{8}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

$$11) AB = 4 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 3 \cdot 9 = 12$$

(2B=9 см. п. № 7)

13) По ТИ. косинусов. в \triangle ABC

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cos \angle BAC \cdot AB \cdot AC$$

$$BC^2 = 12^2 + 6^2 - 2 \cdot 6^2 \cdot 12 \cdot (-1)$$

$$BC^2 = 144 + 36 + 144$$

$$BC^2 = 196$$

$$BC = \sqrt{196}$$

$$BC = 14$$

Ответ: BC = 14

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$\triangle ABC$

$AX$ -бисс.

$CM \parallel AX$

1)  $CM$ -адр.  $BC$

2)  $Z \in AB$

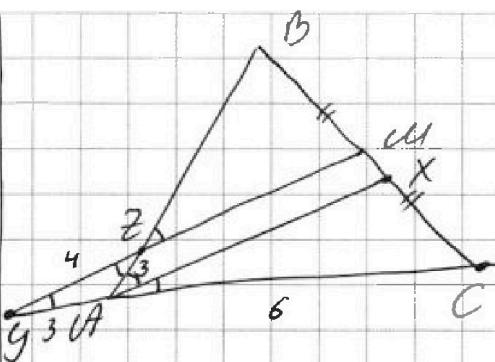
3)  $Y$  б. прямой  $AC$

$AC = 6$

$AZ = 3$

$YZ = 4$

$BC = ?$



1)  $\angle XAC = \angle CYC$  как  
соотв. при  $CM \parallel AX$   
(по условию) и секущей  
~~ст~~  $YC$

2)  $\angle XAC = \angle BAX$  т.к.  
 $AX$ -бисс.

3)  $\angle BAX = \angle BZM$  как соотв. при  $CM \parallel AX$   
(по условию) а секущая  $AB$

4)  $\angle YZA = \angle BZM$  как вертикаль, а  
затем, т.к.  $\angle YZA = \angle BZM = \angle BAX = \angle XAC = \angle CYC$   
(так как все приходящие пучки)  
 $\angle YZA = \angle CYC$ .

5) т.к.  $\angle YZA = \angle CYC$ , то  $\angle YAZ \neq 0^\circ$ .  
с окн.  $YZ$ , тогда  $AZ = YZ = 3$

6) т.к.  $CM$ -адр.  $BC$ , то  $\frac{CM}{BC} = 1 = \frac{CY}{CY}$

7) По теореме Менелая для  $\triangle ABC$  и прямой  $YZ$ :

$$\frac{CM}{BC} \cdot \frac{ZB}{ZA} \cdot \frac{YA}{YC} = 1 \quad (\text{т.к. } YC = YA + AC = 3 + 6 = 9)$$

$$1 \cdot \frac{ZB}{ZA} \cdot \frac{3}{9} = 1$$

$$ZB = 9$$

8) По теореме косинусов в  $\triangle YAZ$ :

$$YA^2 = YZ^2 + AZ^2 - 2 \cos \angle YZA \cdot YZ \cdot ZA$$

$$16 = 16 + 9 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cos \angle YZA$$

$$24 \cos \angle YZA = 16$$

$$\cos \angle YZA = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t + 7 = 9 - t^2$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$\Delta = 1 + 8 = 9$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{2} = \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases}$$

a)  $t = -2$

$$\sqrt{7-x} = 2 + \sqrt{x+2}$$

$$7-x = 4 + 4\sqrt{2+x} + x + 2$$

$$-2x + 3 = 4\sqrt{x+2}$$

$$-2x + 1 \geq 0$$

$$\boxed{x \in [0, 5]}$$

$$(1-2x)^2 = 16(x+2)$$

$$4x^2 - 4x + 1 = 16x + 32$$

$$4x^2 - 20x - 31 = 0$$

$$\Delta = 400 + 496 = 896$$

$$x_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{69 \cdot 14}}{8} = \frac{4 \cdot 5 \pm 2\sqrt{14}}{8} = 2,5 \pm \sqrt{14} = \begin{cases} 2,5 + \sqrt{14} \text{ не gg.} \\ m.n > 0,5 \\ 2,5 - \sqrt{14} \text{ не gg. т.к. } x > 0 \end{cases}$$

Ответ:  $\left( \frac{5+\sqrt{14}}{2}, \frac{5-\sqrt{14}}{2} \right)$

$$1) t = 1$$

$$\sqrt{x+2} = 1 + \sqrt{7-x}$$

$$x+2 = 1+7-x+2\sqrt{7-x}$$

$$2x-6 = 2\sqrt{7-x} \quad 2x-6 \geq 0$$

$$(2x-6)^2 = 4 \cdot 7 - 4x \quad \boxed{x \geq 3}$$

$$4x^2 - 24x + 36 - 28 + 4x = 0$$

$$4x^2 - 20x + 8 = 0$$

$$x^2 - 5x + 2 = 0$$

~~$$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 2 = 25 - 8 = 17$$~~

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} = \begin{cases} \frac{5+\sqrt{17}}{2} \\ \frac{5-\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$$\frac{5-\sqrt{17}}{2} < 3$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2} \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y \end{cases}$$

1)  $x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y \rightarrow \text{OДЗ: } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

$$(x^3 - y^3) + (3x - 3y) + (\sqrt{2x} - \sqrt{2y}) = 0$$

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2) + 3(x-y) + \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) + 3(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) + 3(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + \sqrt{2} = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2 + 3) + \sqrt{2} = 0$$

1)  $\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \quad 2) (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2 + 3) + \sqrt{2} = 0$

$\sqrt{x} = \sqrt{y}$       м.к.  $x \geq 0$  и  $y \geq 0$ , то  
наименьшее значение этого выражения:

$0 + \sqrt{2} = \sqrt{2}$ , тогда это выражение  
будет всегда больше или равно  $\sqrt{2}$  м.к.  
его знач. убени. при  $x \geq 0$  и  $y \geq 0$

$$\boxed{x=y} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

2)  $\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} = 2\sqrt{14+5x-y^2}$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

ОДЗ:  $x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$

$$7-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 7$$

$$14+5x-x^2=0$$

$$14+5x-x^2=25+56=81$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{5}}{2} = \begin{cases} 7 \\ -2 \end{cases}$$

$$14+5x-x^2 = -(x-7)(x+2) = (x+2)(7-x)$$

$$\boxed{\begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 7 \end{cases}}$$

Пусть  $t = \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x}$ , тогда

$$t^2 = x+2 + 7-x - 2\sqrt{(x+2)(7-x)}$$

$$t^2 = 9 - 2\sqrt{(x+2)(7-x)}$$

$$2\sqrt{(x+2)(7-x)} = t^2 - 9$$

Подставим в пр-ие!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

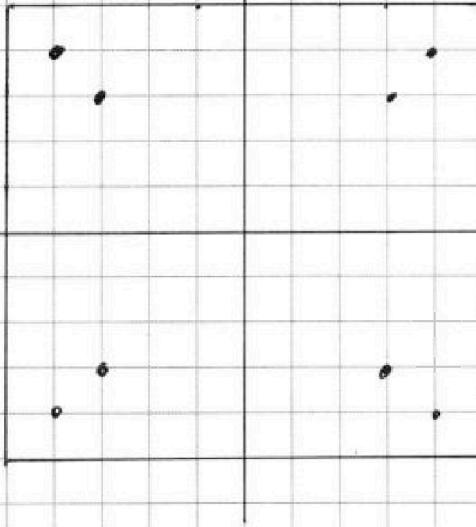
5

6

7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Поставив 2 неподходящие точки в верхнюю левую полоску и оставив левую четверть при подсчете квадрата замечаем, что эти (.) спротягиваются и осталось 3 пятерки пострадавшие контура сестиной ячейки 1 единицы.

Всего узлов 36

$$C_{36}^2 = \frac{36!}{2! \cdot 34!} = \frac{36 \cdot 35}{2} = 18 \cdot 35 = 635$$

Считем! 635.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$3y + 6x$  минимальное.  $y \text{ при } x \text{ мин.}$  № 1.

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 3 \end{cases} \quad \text{(I)} \quad |x - 2y| \leq 2$$

$$1) x - 2y \geq 0 \quad 2) x - 2y \leq 0$$

$$\text{(II)} \quad |2x - y| \leq 3$$

$$1) 2x - y \geq 0 \quad 2x - y < 0$$

$$y \leq 2x$$

$$y \geq 2x$$

$$2x - y \leq 2$$

$$-2x + y \leq -2$$

$$y \geq 2x - 2$$

$$y \leq 2x + 1$$

$$x \geq 2y$$

$$y \leq \frac{x}{2}$$

$$x - 2y \leq 2$$

$$2y \geq x - 2$$

$$y \geq \frac{x}{2} - 1$$

$$2y > x$$

$$y > \frac{x}{2}$$

$$-x + 2y \leq 2$$

$$2y \leq x + 2$$

$$y \leq \frac{x}{2} + 1$$

$$y \leq 2x$$

$$y \geq 2x - 1$$

$$y \geq 2x$$

$$y \leq 2x + 1$$

$$\begin{cases} y \leq \frac{x}{2} \\ y \geq \frac{x}{2} - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq \frac{x}{2} \\ y \leq \frac{x}{2} + 1 \end{cases}$$

$$y = \frac{x}{2}$$

$$\frac{x+2y}{2}$$

$$y = \frac{x}{2} + 1$$

$$\frac{x+2y}{2} = \frac{x}{2} + 1$$

$$y = \frac{x}{2} - 1$$

$$\frac{x+2y}{2} = \frac{x}{2} - 1$$

$$y = \frac{x}{2} + 1$$

$$\frac{x+2y}{2} = \frac{x}{2} + 1$$

$$y = \frac{x}{2} - 1$$

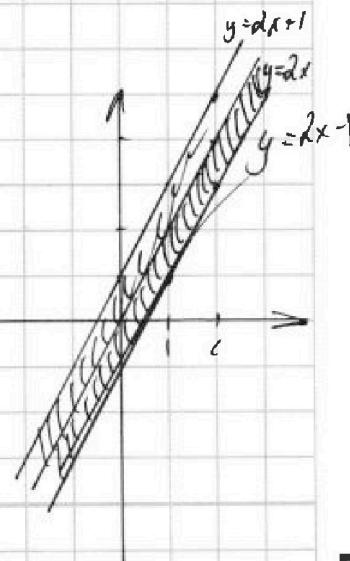
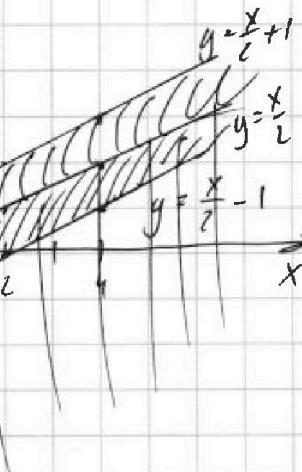
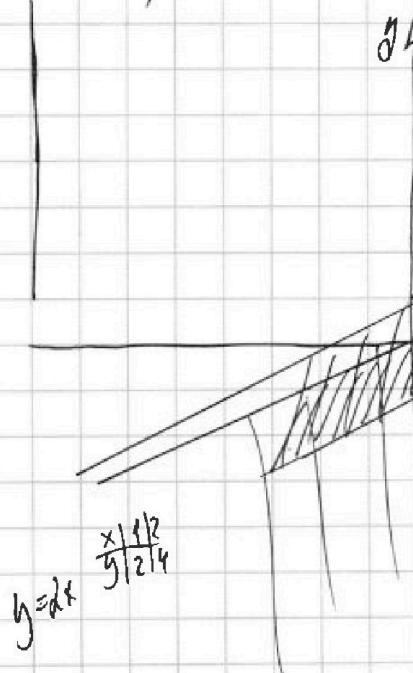
$$\frac{x+2y}{2} = \frac{x}{2} - 1$$

$$y = \frac{x}{2} + 1$$

$$\frac{x+2y}{2} = \frac{x}{2} + 1$$

$$y = \frac{x}{2} - 1$$

Д



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a_4 = 6 - 9x \\ a_6 = (x^2 - 2x)^2 \\ a_{10} = 9x^2 \end{cases} \quad x = ?$$

N21

$$a_4 = a_1 + 3d$$

$$a_6 = a_1 + 5d = a_4 + 2d$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = a_4 + 6d = a_6 + 4d$$

$$\begin{aligned} a_4 &= 6 - 9x \\ a_6 &= a_4 + 2d \quad 6 - 9x + 2d = (x^2 - 2x)^2 \\ &\quad (x^2 - 2x)^2 = x^4 - 2 \cdot 2x \cdot x^2 + 4x^2 \\ a_{10} &= a_4 + 6d \quad 6 - 9x + 2d = x^4 - 4x^3 + 4x^2 \\ 9x^2 &= 6 - 9x + 3(x^4 - 4x^3 + 4x^2) \\ 9x^2 &= 6 - 9x + 3x^4 - 12x^3 + 12x^2 + 27x - 18 \\ 3x^4 - 12x^3 + (12 - 9)x^2 + (27 - 9)x - 18 + 6 &= 0 \\ 3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 &= 0 \quad d = \frac{x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6}{2} \\ x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 &= 0 \\ x = 1 \quad \underline{-4 + 1 + 6 - 4} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{1} \cancel{1} - 4 + 1 + 6 - 4 \\ \cancel{1} \cancel{1} - 3 - 2 \quad | \quad 4 \quad | \quad 0 \\ (x^3 - 3x^2 - 2x + 4) / (x - 1) \\ 1 - 3 - 2 + 4 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \quad | \quad x - 1 \\ x^4 - x^3 \quad | \quad x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \\ - 3x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ - 3x^3 + 3x^2 \\ - 2x^2 + 6x - 4 \\ - 2x^2 + 2x \\ - 4x - 4 \\ - 4x - 4 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (x^2 - 2x - 4)(x - 1)^2 \\ 1 \quad | \quad 2 \quad -4 \quad | \quad 0 \\ (x^2 - 2x - 4)(x - 1)^2 \end{array}$$

$$D = 4 + 16 = 20$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = (1 \pm \sqrt{5})$$

Ответ:  $1 + \sqrt{5} \quad 1 - \sqrt{5}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 9 = 2\sqrt{14 + 5x - y^2}$$

$$x^3 + 3x - \sqrt{2y} - y^3 - \sqrt{2x} + 3y$$

$$x^3 + \sqrt{2x} + 3x = y^3 + \sqrt{2y} + 3y$$

$$(x^3 - y^3) + \sqrt{2x} - \sqrt{2y} + 3x - 3y = 0$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$\sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \quad a^3 - a^2b + a^2b - ab^2 - b^3$$

$$a^5 - b^3$$

$$(x-y)/(x^2 + xy + y^2) + \sqrt{2}/(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + 3/(x-y) = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) + \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + 3(\sqrt{x} - \sqrt{y})/(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) + \sqrt{2} + 3(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 0$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \quad |(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2 + 3) + \sqrt{2}) = 0$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y}$$

$$\boxed{x = y}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{(x+2)(7-x)}$$

$$t = \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x}$$

$$t^2 = x+2 + 7 - x - 2\sqrt{(x+2)(7-x)}$$

$$t^2 = 9 - 2\sqrt{(x+2)(7-x)}$$

$$t^2 = 9 - 2\Delta$$

$$2\sqrt{(x+2)(7-x)} = \boxed{9 - t^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

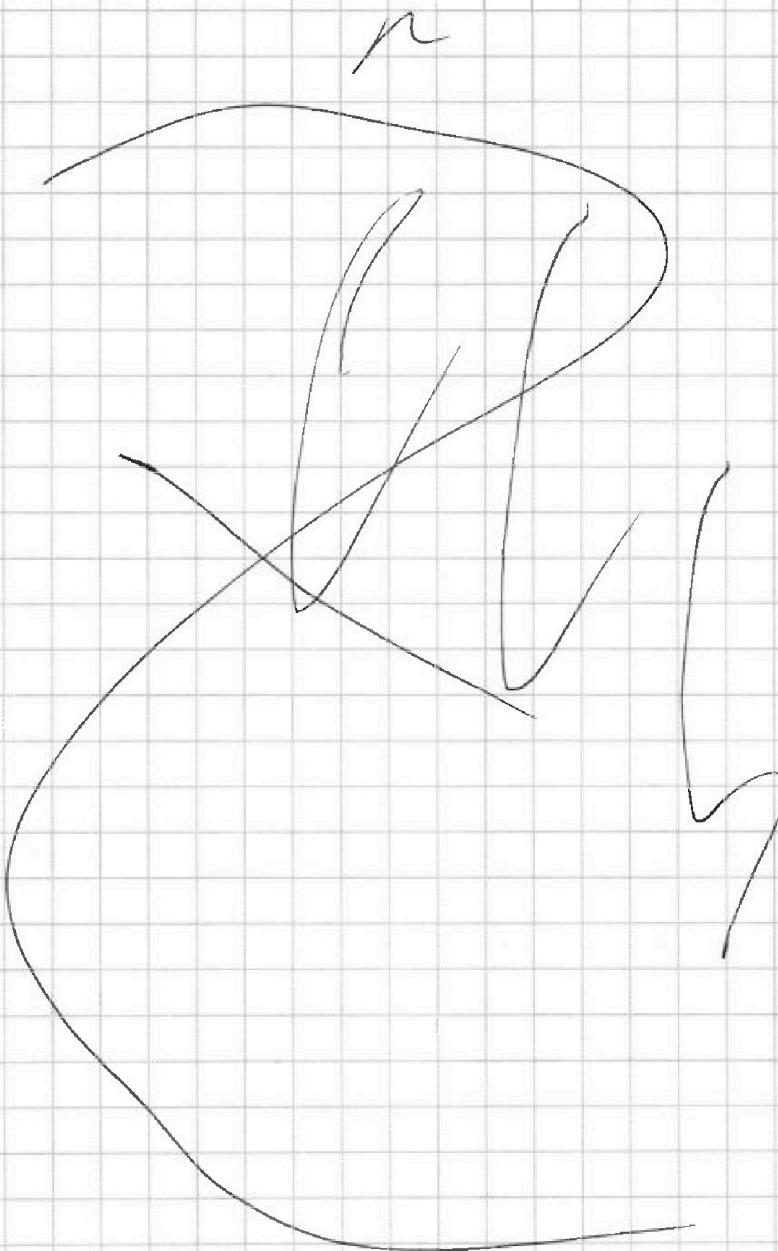
5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается чёрновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 2x = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x + \sin^2 x} = \frac{1 - \cos^2 d - \frac{1}{2}}{1 + \cos^2 d - \frac{1}{2}}$$

$$\cos(x+d) = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x + \sin^2 x} = \frac{2 \cos^2 d - 1}{2 \cos^2 d + 1} = \frac{2 \cdot \frac{2^2}{3^2} - 1}{2 \cdot \frac{2^2}{3^2} + 1} = \frac{\frac{8}{9} - 1}{\frac{8}{9} + 1} = \frac{-\frac{1}{9}}{\frac{17}{9}} = \left( -\frac{1}{17} \right)$$

$$\cos \angle BAC = \frac{1}{3}$$

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cos \angle BAC \cdot AC \cdot AB$$

$$BC^2 = 6^2 + 12^2 - 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \left( -\frac{1}{3} \right) = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3}{3}$$

$$BC^2 = 36 + 144 + 16$$

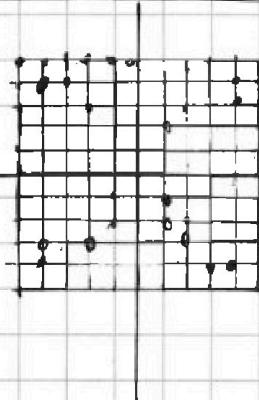
$$BC^2 = 196$$

$$(BC = 14)$$

$$\begin{array}{r} + 144 \\ + 36 \\ \hline 180 \end{array}$$

Ответ: 14.

$$\begin{array}{l} 2x/11 \\ \times 11/2 \\ \hline 12(9+7) \\ 7 \cdot 22 \end{array}$$



$$\text{Беско.: } 36 \\ C_{36}^2 = \frac{36!}{2! \cdot 34!} = \frac{36 \cdot 35}{2} =$$

$$= 18 \cdot 35$$

один и только

$$\begin{array}{r} 35 \\ + 16 \\ \hline 51 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ + 26 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n \quad B = m^2n + 2mn^2 + 9mn \\ (m+2n)^2 - 7(m+2n) \quad mn/m + 2n + 9$$

$$\begin{array}{lll} 1(p^2) & 95q^2 & (m+2n)/(m+2n-7) \\ 11p^2 & 25 \cdot 31q^2 & mn/(m+2n+9) \end{array}$$

решение 16

(~~х~~ ~~х~~ ~~х~~ ~~х~~ ~~х~~ ~~х~~)

$$(m+2n)/(m+2n-7) \quad mn/(m+2n+9)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4 (продолжение)

$$t+7 = 9 - t^2$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$\Delta = 1 + 8 \cdot 9$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{2} = \begin{cases} 2 \\ -2 \end{cases}$$

$$1) \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 1$$

$$\sqrt{x+2} = 1 + \sqrt{7-x}$$

$$x+2 = 1+7-x+2\sqrt{7-x}$$

$$2x+2-8=2\sqrt{7-x}$$

$$2x-6=2\sqrt{7-x}$$

$$(2x-6)^2 = 4(7-x)$$

$$4x^2 - 6 \cdot 2x \cdot 2 + 36 = 28 - 4x$$

$$4x^2 - 24x + 36 - 28 + 4x = 0$$

$$4x^2 - 20x + 8 = 0$$

$$x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$\Delta = 25 - 8 = 17$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} = \begin{cases} \frac{5+\sqrt{17}}{2} = \frac{5+4}{2} = 4,5 \\ \frac{5-\sqrt{17}}{2} = \frac{5-4}{2} = \frac{1}{2} \text{ кнегд.} \end{cases}$$

$$x = \frac{5+\sqrt{17}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 3 \times \frac{29}{29} + \frac{28}{28} + \frac{3}{26} \\ \hline 156 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{1}{16} \\ \frac{31}{16} \\ \hline 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{1}{16} \\ \frac{1}{16} \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 224 \\ 4 \\ \hline 896 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 64 \\ 14 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\frac{64}{256}$$

$$\begin{array}{l} 7x \geq 0 \\ x \leq 0 \end{array}$$

$$2) \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = -2$$

$$\sqrt{7-x} = 2 + \sqrt{x+2}$$

$$7-x = 4 + 4\sqrt{x+2} + x+2$$

$$(7-x) - (4+x+2) = 4\sqrt{x+2}$$

$$-2x+1 = 4\sqrt{x+2}$$

$$-2x+1 \geq 0$$

$$2x \leq 1$$

$$x \leq 0,5$$

$$(1-2x)^2 = 16(x+2)$$

$$1-4x+4x^2 = 16x+32$$

$$4x^2 - 4x - 16x - 32 = 0$$

$$4x^2 - 20x - 31 = 0$$

$$\Delta = 400 + 496 = 896$$

$$\begin{array}{r} \Delta = 100 + 124 + 20 \\ = 224 + 2 \cdot 102 = \\ = 4 \cdot 56 = \\ = 4 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 7 \\ = 16 \cdot 14 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Численное значение

$$\frac{20 \pm \sqrt{64 \cdot 14}}{8} = \frac{4 \cdot 5 \pm 8\sqrt{14}}{8} = 2,5 \pm \sqrt{14}$$

$$2,5 + \sqrt{14} \text{ и } 2,5 - \sqrt{14}$$

Ответ:  $x = y = 2,5 - \sqrt{14}$

$$x = y = \frac{5 + \sqrt{14}}{2}$$

N<sub>4</sub>.

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{XC}$$

$$\angle BAZ = \alpha$$

$$\angle YZA = 2\alpha$$

$$\angle YZA = 180^\circ - \alpha - 180^\circ + 2\alpha =$$

$$\frac{AD}{DB} \cdot \frac{BC}{KC} \cdot \frac{CE}{AE} = 1$$

$$BC = ?$$

$$AC = 6 \quad AZ = 3 \quad YZ = 4$$

$$YZ^2 = AZ^2 + YA^2 - 2 \cdot AZ \cdot YA \cdot \cos(YAZ)$$

$$\frac{YU}{BM} \cdot \frac{ZB}{ZA} \cdot \frac{YA}{YC} = 1$$

$$16 = 9 + 9 - 2 \cdot 9 \cos(YAZ)$$

$$+ 2\alpha = + 18 \cos(YAZ)$$

$$9 \cos(YAZ) = 1$$

$$\cos(YAZ) = \frac{1}{9}$$

$$AB = 3 + 9 = 12$$

$$AC = 6$$

$$YA^2 = YZ^2 + ZA^2 - 2 \cdot YZ \cdot ZA \cos(YZA)$$

$$9 = 16 + 9 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cos(YZA)$$

$$9 = 25 - 24 \cos(YZA)$$

$$24 \cos(YZA) = 16$$

$$\cos(YZA) = \frac{4}{3}$$