



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3+4+5+6+7+8+9+10$$

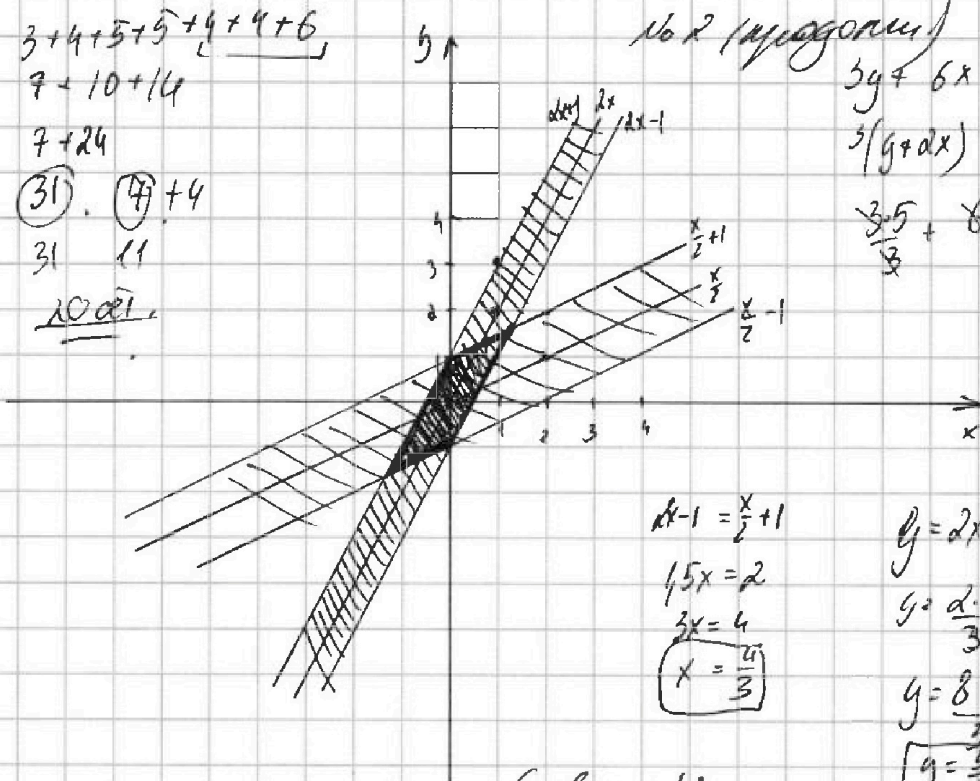
$$7+10+14$$

$$7+24$$

$$(31) \cdot (4) + 4$$

$$31 \cdot 11$$

1001.



№ 2 (продолжи)

$$5y + 6x$$

$$3(y+2x)$$

$$\frac{3 \cdot 5}{3} + \frac{6 \cdot 4}{3} = 5 + 8 = 13$$

$$2x-1 = \frac{x}{2}+1$$

$$1.5x = 2$$

$$3x = 4$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$y = 2x - 1$$

$$y = 2 \cdot \frac{4}{3} - 1$$

$$y = \frac{8-3}{3} = \frac{5}{3}$$

$$y = \frac{5}{3}$$

Ответ: 13.

m и n - натуральные

$$A = m^2 + 4mn$$

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 11p^2$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = 75q^2$$

(n, q) - иррациональные.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a_4 = 6 - 9x & \leftarrow \text{Дано} \\ a_6 = (x^2 - 2x)^2 \\ a_{10} = 9x^2 \end{cases} \quad X = ?$$

$$1) a_n = a_1 + d(n-1) \Rightarrow \begin{cases} a_4 = a_1 + 3d \\ a_6 = a_1 + 5d = a_1 + 3d + 2d = a_4 + 2d \\ a_{10} = a_1 + 9d = a_1 + 3d + 6d = a_4 + 6d \end{cases}$$

$$2) a_4 + 2d = a_6 \text{ (ач. н. №1)}$$

$$6 - 9x + 2d = (x^2 - 2x)^2$$

$$6 - 9x + 2d = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6 = 2d$$

$$d = \frac{x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6}{2}$$

$$3) a_{10} = a_4 + 6d \text{ (ач. н. №1)}$$

$$9x^2 = 6 - 9x + 6 \cdot \frac{x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6}{2}$$

$$9x^2 = 6 - 9x + 3x^4 - 12x^3 + 12x^2 + 27x - 18$$

$$3x^4 - 12x^3 + (12 - 9)x^2 + (27 - 9)x - 18 + 6 = 0$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$\cancel{3}x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$\cancel{3}x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$1 - 4 + 1 + 6 - 4 = 0$$

$$0 = 0$$

По схеме Горнера: $\begin{array}{r|rr|rr|r} 1 & -4 & 1 & 6 & -4 & \\ 1 & 1 & -3 & -2 & 4 & 0 \end{array}$

$$\frac{1}{3}x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = (x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4)$$

$$(x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0$$

$$x = 1$$

$$1 - 3 - 2 + 4 = 0$$

$$0 = 0$$

По схеме Брунера:

$$\begin{array}{r|rr|rr} 1 & -3 & -2 & 4 & \\ 1 & 1 & -2 & -4 & 0 \end{array}$$

$$1 \mid 1 \mid -2 \mid -4 \mid 0$$

$$(x^2 - 2x - 4) / (x - 1) = x^3 - 3x^2 - 2x + 4$$

$$(x-1)^2 / (x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$D = 4 + 16 = 20$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$$

Итого мы получим:

$$(x-1)^2 (x - 1 + \sqrt{5}) (x - 1 - \sqrt{5}) = 0$$

$$x = 1 \quad x = 1 + \sqrt{5} \quad x = 1 - \sqrt{5}$$

Ответ: $1 - \sqrt{5}; 1; 1 + \sqrt{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что это-ое найдем наибольшее значение $3y+6x$ и x и y должны быть наибольшими.

Наибольшее значение по графику нерав-ва — это точка пересечения прямых $y=2x-1$ и $y=\frac{x}{2}+1$, тогда решим систему

$$\begin{cases} y=2x-1 \\ y=\frac{x}{2}+1 \end{cases} \quad \begin{aligned} & 2x-1 = \frac{x}{2}+1 \\ & \frac{3}{2}x = 2 \\ & x = \frac{4}{3} \end{aligned} \quad \begin{aligned} & y=2x-1 \\ & y = 2 \cdot \frac{4}{3} - \frac{3}{3} = \frac{8-3}{3} = \frac{5}{3} \end{aligned}$$

$(\frac{4}{3}, \frac{5}{3})$ — наибольшее значение x и y

$$3y+6x = \frac{3 \cdot 5}{3} + \frac{6 \cdot 4}{3} = 5+8=13$$

Ответ: наибольшее значение выражения $3y+6x=13$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \\ (3y+6x) \text{ макс.} = ? \end{cases}$$

① $|x-2y| \leq 2$

1) $x-2y > 0 \Rightarrow x > 2y \Rightarrow y < \frac{x}{2}$

$$x-2y \leq 2$$

$$2y \geq x-2$$

$$y \geq \frac{x}{2} - 1$$

2) $x-2y < 0 \Rightarrow x < 2y \Rightarrow y > \frac{x}{2}$

$$-(x-2y) \leq 2$$

$$-x+2y \leq 2$$

$$2y \leq 2+x$$

$$y \leq \frac{x}{2} + 1$$

Итого: $\begin{cases} y \leq \frac{x}{2} \\ y \geq \frac{x}{2} - 1 \\ y > \frac{x}{2} \\ y \leq \frac{x}{2} + 1 \end{cases}$

② $|2x-y| \leq 1$

1) $2x-y \geq 0 \Rightarrow y \leq 2x$

$$2x-y \leq 1$$

$$y \geq 2x-1$$

2) $2x-y < 0 \Rightarrow y > 2x$

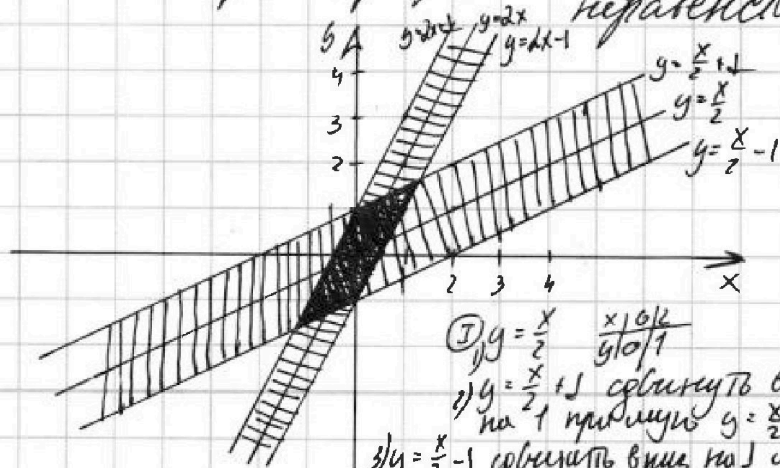
$$-(2x-y) \leq 1$$

$$-2x+y \leq 1$$

$$y \leq 2x+1$$

Итого: $\begin{cases} y \leq 2x \\ y \geq 2x-1 \\ y < 2x \\ y \leq 2x+1 \end{cases}$

Построим график этих двух неравенств:



③ 1) $y=2x$ $\times 10/1$
 $y/10/2$

2) $y=2x+1$
сдвинуть вверх на 1
параллельно $y=2x$

3) $y=2x-1$
сдвинуть вниз на 1
параллельно $y=2x$

④ $y = \frac{x}{2}$ $\times 10/1$
 $y/10/1$

1) $y = \frac{x}{2} + 1$ сдвинуть вверх
на 1 параллельно $y = \frac{x}{2}$

2) $y = \frac{x}{2} - 1$ сдвинуть вниз на 1 параллельно $y = \frac{x}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

9) ~~$\angle BAC = 2\angle 92A$~~
 $\angle BAC = \angle BAX + \angle XAC$, а т.к. $\angle BAX = \angle XAC = \angle 92A$
(см. п. № 4)
то: $\angle BAC = \angle 92A + \angle 92A = 2\angle 92A$

10) $\cos \angle BAC = \cos 2\angle 92A = 2\cos^2 \angle 92A - 1 = 2\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 1 = \frac{2^3}{3^2} - 1 =$
 $= \frac{8}{9} - \frac{9}{9} = \frac{8-9}{9} = -\frac{1}{9}$

11) $AB = AZ + ZB = 3 + 9 = 12$
($ZB = 9$ см. п. № 7)

13) По III. косинусов. в $\triangle ABC$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2\cos \angle BAC \cdot AB \cdot AC$$

$$BC^2 = 12^2 + 6^2 - \frac{2 \cdot 6^2 \cdot 12^4}{9} \cdot (-1)$$

$$BC^2 = 144 + 36 + 16$$

$$BC^2 = 196$$

$$BC = \sqrt{196}$$

$$BC = 14$$

$$\text{Ответ: } BC = 14$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$\triangle ABC$

AX — бисер.

$MZ \parallel AX$

1) M — серед. BC

2) $Z \in AB$

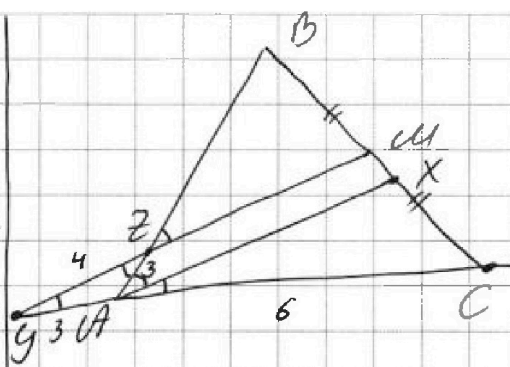
3) Y в прямой AC

$AC = 6$

$AZ = 3$

$YZ = 4$

$YC = ?$



1) $\angle XAC = \angle MGC$ как соотв. при $GM \parallel AX$ (по угл.) и секущей AC .

2) $\angle XAC = \angle BAX$ т.к. AX — бисер.

3) $\angle BAX = \angle BZM$ как соотв. при $ZM \parallel AX$ (по угл.) и секущей AB .

4) $\angle YZA = \angle BZM$ как вертикал., а

$ZM \parallel AX$, что $\angle YZA = \angle BZM = \angle BAX = \angle XAC = \angle MGC$ (см. все предыдущие пункты).

$\angle YZA = \angle MGC$.

5) т.к. $\angle YZA = \angle MGC$, то $\triangle YAZ \sim \triangle MGC$.
С осн. YZ , тогда $AZ = AY = 3$.

6) т.к. M — серед. BC , то $\frac{BM}{MC} = 1 = \frac{CM}{BM}$.

7) По теореме Менелая для $\triangle ABC$ и прямой YCM :

$$\frac{CM}{BM} \cdot \frac{ZB}{ZA} \cdot \frac{YA}{YC} = 1 \quad (YC = YA + AC = 3 + 6 = 9)$$

$$1 = \frac{ZB}{3} \cdot \frac{3}{9} = 1$$

$$ZB = 9$$

8) По теореме косинусов в $\triangle YAZ$:

$$YA^2 = YZ^2 + AZ^2 - 2 \cos \angle YZA \cdot YZ \cdot ZA$$

$$9 = 16 + 9 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cos \angle YZA$$

$$24 \cos \angle YZA = 16$$

$$\cos \angle YZA = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t + 7 = 9 - t^2$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$D = 1 + 8 = 9$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{2} = \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases}$$

$$a) t = -2$$

$$\sqrt{7-x} = 2 + \sqrt{x+2}$$

$$7-x = 4 + 4\sqrt{2+x} + x + 2$$

$$-2x + 1 = 4\sqrt{x+2}$$

$$-2x + 1 \geq 0$$

$$x \in (0, 5)$$

$$(1-2x)^2 = 16(x+2)$$

$$4x^2 - 4x + 1 = 16x + 32$$

$$4x^2 - 20x - 31 = 0$$

$$D = 400 + 496 = 896$$

$$x_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{64 \cdot 14}}{8} = \frac{4 \cdot 5 \pm 8\sqrt{14}}{8} = 2,5 \pm \sqrt{14} = \begin{cases} 2,5 + \sqrt{14} \text{ не ур. т.к. } > 5 \\ 2,5 - \sqrt{14} \text{ не ур. т.к. } x > 0 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{5 + \sqrt{17}}{2}, \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \right)$$

$$1) t = 1$$

$$\sqrt{x+2} = 1 + \sqrt{7-x}$$

$$x+2 = 1+7-x+2\sqrt{7-x}$$

$$2x-6 = 2\sqrt{7-x} \quad 2x-6 \geq 0$$

$$(2x-6)^2 = 4 \cdot 7 - 4x \quad [x \geq 3]$$

$$4x^2 - 24x + 36 - 28 + 4x = 0$$

$$4x^2 - 20x + 8 = 0$$

$$x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$D = 25 - 8 = 17$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} = \begin{cases} \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \\ \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \text{ не ур. т.к.} \end{cases}$$

$$\frac{5 - \sqrt{17}}{2} < 3$$

$$x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2} \\ x^3+3x-\sqrt{2y} = y^3-\sqrt{2x}+3y \end{cases}$$

1) $x^3+3x-\sqrt{2y} = y^3-\sqrt{2x}+3y \rightarrow$ ООЗ: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

$$(x^3-y^3) + (3x-3y) + (\sqrt{2x}-\sqrt{2y}) = 0$$

$$(x-y)/(x^2+xy+y^2) + 3/(x-y) + \sqrt{2}/(\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x}-\sqrt{y})/(\sqrt{x}+\sqrt{y})/(x^2+xy+y^2) + 3/(\sqrt{x}-\sqrt{y})/(\sqrt{x}+\sqrt{y}) + \sqrt{2}/(\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x}-\sqrt{y})/((\sqrt{x}+\sqrt{y})/x^2+xy+y^2) + 3/(\sqrt{x}+\sqrt{y}) + \sqrt{2} = 0$$

$$(\sqrt{x}-\sqrt{y})/((\sqrt{x}+\sqrt{y})/x^2+xy+y^2+3) + \sqrt{2} = 0$$

1) $\sqrt{x}-\sqrt{y} = 0$ 2) $(\sqrt{x}+\sqrt{y})/x^2+xy+y^2+3) + \sqrt{2} = 0$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y}$$

$$x = y$$

т.к. $x \geq 0$ и $y \geq 0$, то

наименьшее з.н. этого выраж.:

$0 + \sqrt{2} = \sqrt{2}$, тогда это выражение

будет всегда больше или равно $\sqrt{2}$ т.к.

его з.н. убавим. при $x \geq 0$ и $y \geq 0$

$$\boxed{x=y} \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

2) $\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} = 2\sqrt{14+5x-y^2} \\ \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 2\sqrt{14+5x-x^2} \end{cases}$

ООЗ: $x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$

$7-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 7$

$$\boxed{\begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 7 \end{cases}}$$

Пусть $t = \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x}$, тогда

$$t^2 = x+2+7-x-2\sqrt{(x+2)(7-x)}$$

$$t^2 = 9-2\sqrt{(x+2)(7-x)}$$

$$2\sqrt{(x+2)(7-x)} = t^2 - 9$$

Подставим это в ср-ие!

$$14+5x-x^2 = 0$$

$$D = 25+56 = 81$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm 9}{-2} = \begin{cases} 7 \\ -2 \end{cases}$$

$$14+5x-x^2 = -(x-7)/(x+2) = (x+2)/(7-x)$$

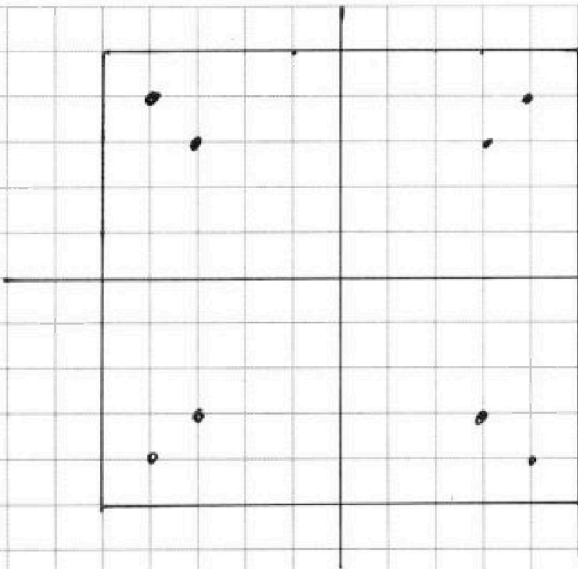


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Поставив 2 некоторые точки в верхнюю ~~левую~~ левую четверть при повороте квадрата заметим, что эти 2 точки образуют пару точек, которая соответствует углу 1 сантиметра.

Всего узлов 36

$$C_{36}^2 = \frac{36!}{2! \cdot 34!} = \frac{36 \cdot 35}{2} = 18 \cdot 35 = 635$$

Ответ: 635.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$3y + 6x$ на большеее y_{\min} x_{\max} No d.

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 3 \end{cases}$$

$$\text{I) } |x-2y| \leq 2$$

$$1) x-2y \geq 0$$

$$x \geq 2y$$

$$y \leq \frac{x}{2}$$

$$x-2y \leq 2$$

$$2y \geq x-2$$

$$y \geq \frac{x}{2} - 1$$

$$y \leq \frac{x}{2}$$

$$y \geq \frac{x}{2} - 1$$

$$2) x-2y \leq 0$$

$$2y \geq x$$

$$y \geq \frac{x}{2}$$

$$-x+2y \leq 2$$

$$2y \leq 2+x$$

$$y \leq \frac{x}{2} + 1$$

$$\text{II) } |2x-y| \leq 3$$

$$1) 2x-y \geq 0$$

$$y \leq 2x$$

$$2x-y \leq 3$$

$$y \geq 2x-3$$

$$2x-y < 0$$

$$y > 2x$$

$$-2x+y \leq 3$$

$$y \leq 2x+3$$

$$y \leq 2x$$

$$y \geq 2x-1$$

$$y > 2x$$

$$y \leq 2x+1$$

$$y \leq \frac{x}{2} \quad \text{и} \quad y \geq \frac{x}{2} + 1$$

$$y = \frac{x}{2}$$

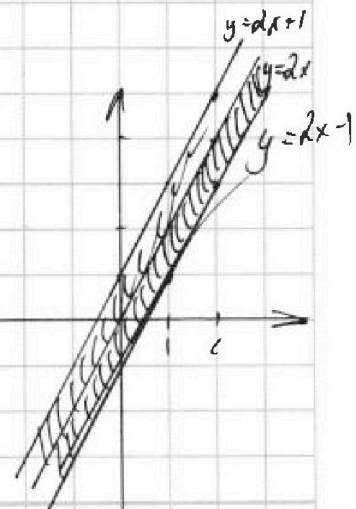
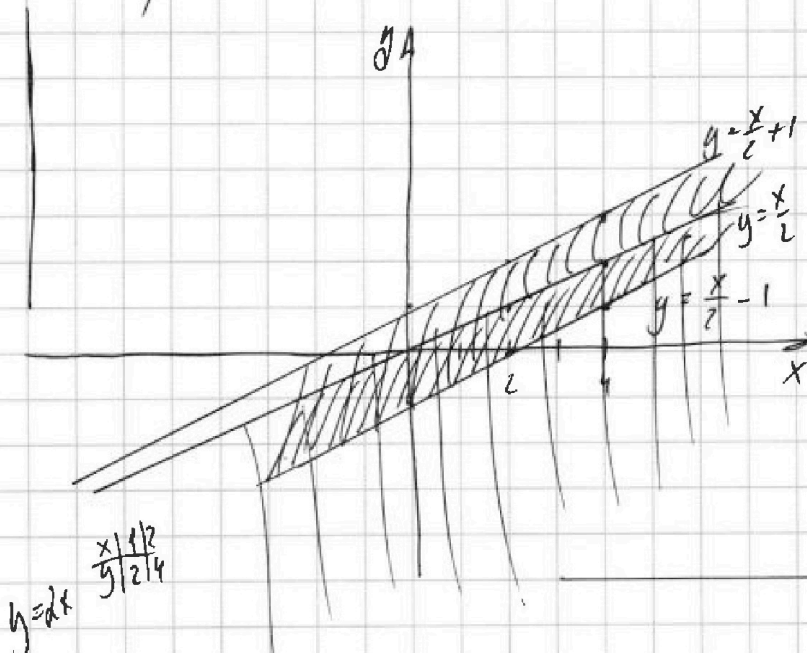
$$\begin{array}{r} x | 2 | 4 \\ y | 1 | 2 \end{array}$$

$$y = \frac{x}{2} + 1$$

$$\begin{array}{r} x | 2 | 4 \\ y | 2 | 3 \end{array}$$

$$y = \frac{x}{2} - 1$$

$$\begin{array}{r} x | 2 | 4 \\ y | 0 | 1 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a_4 = 6 - 9x \\ a_6 = (x^2 - 2x)^2 \\ a_{10} = 9x^2 \end{cases} \quad x = ?$$

№1

$$a_4 = a_1 + 3d$$

$$a_6 = a_1 + 5d = a_4 + 2d$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = a_4 + 6d = a_6 + 4d$$

$$\begin{matrix} a_4 \\ a_6 = a_4 + 2d \end{matrix}$$

$$6 - 9x + 2d = (x^2 - 2x)^2$$

$$\cancel{(x^2 - 2x)^2} - 6 - 9x + 2d = x^4 - 2 \cdot 2x \cdot x^2 + 4x^2$$

$$a_{10} = a_4 + 6d$$

$$9x^2 = 6 - 9x + 3(x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6)$$

$$9x^2 = 6 - 9x + 3x^4 - 12x^3 + 12x^2 + 27x - 18$$

$$3x^4 - 12x^3 + (12 - 9)x^2 + (27 - 9)x - 18 + 6 = 0$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x = 1 \quad 1 - 4 + 1 + 6 - 4 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -4 & 1 & 6 & -4 \\ & & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -3 & -2 & 4 & 0 \\ & & & & & \end{array}$$

$$(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) / (x - 1)$$

$$1 - 3 - 2 + 4 = 0$$

$$\begin{array}{r|rr} 1 & 1 & -3 & -2 & 4 \\ & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rr} 1 & 1 & -2 & -4 & 0 \\ & & & & \end{array}$$

$$(x^2 - 2x - 4) / (x - 1)^2$$

$$D = 4 + 16 = 20$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$$

Ответ: $1 + \sqrt{5}$ $1 - \sqrt{5}$

$$6 - 9x + 2d = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$2d = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6$$

$$\frac{x^2(x^2 - 4x + 4) + 3(3x - 2)}{3x - 6 + 6x^2}$$

$$2d = \frac{x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6}{2}$$

$$\begin{array}{r|l} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 & x - 1 \\ \underline{x^4 - x^3} & x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -3x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ \underline{-5x^3 + 3x^2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2x^2 + 6x - 4 \\ \underline{-2x^2 + 2x} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x - 4 \\ \underline{4x - 4} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x - 4 \\ \underline{4x - 4} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x - 4 \\ \underline{4x - 4} \end{array}$$

$$0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 9 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

$$x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y$$

$$x^3 + \sqrt{2x} + 3x = y^3 + \sqrt{2y} + 3y$$

$$(x^3 - y^3) + (\sqrt{2x} - \sqrt{2y}) + 3x - 3y = 0$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$\sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \quad a^3 - a^2b + a^2b - ab^2 + ab^2 - b^3 = b^3$$

Услов
 $x \geq 0$
 $y \geq 0$

$$(x-y)/(x^2 + xy + y^2) + \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + 3(x-y) = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})/(\sqrt{x}\sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) + \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + 3(\sqrt{x} - \sqrt{y})/(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \left(\frac{1}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2)} + \sqrt{2} + \frac{3}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right) = 0$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \quad \left(\frac{1}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2 + 3)} + \sqrt{2} \right) = 0$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y}$$

$$x = y$$

исх.

$$-y^2 + 5x + 14$$

$$D = 25 + 56 =$$

$$= 81$$

$$\sqrt{81} = 9$$

$$y = \frac{-5 \pm 9}{2} =$$

$$\begin{cases} 2 \\ -7 \end{cases}$$

$$\frac{-(x+2)(x-7)}{(x+2)(7-x)}$$

$$(x+2)/(7-x)$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{(x+2)/(7-x)}$$

$$t = \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x}$$

$$t^2 = x+2 + 7 - 2\sqrt{(x+2)(7-x)}$$

$$t^2 = 9 - 2\sqrt{(x+2)(7-x)}$$

$$t^2 = 9 - 2t$$

$$2\sqrt{(x+2)(7-x)} = 9 - t^2$$

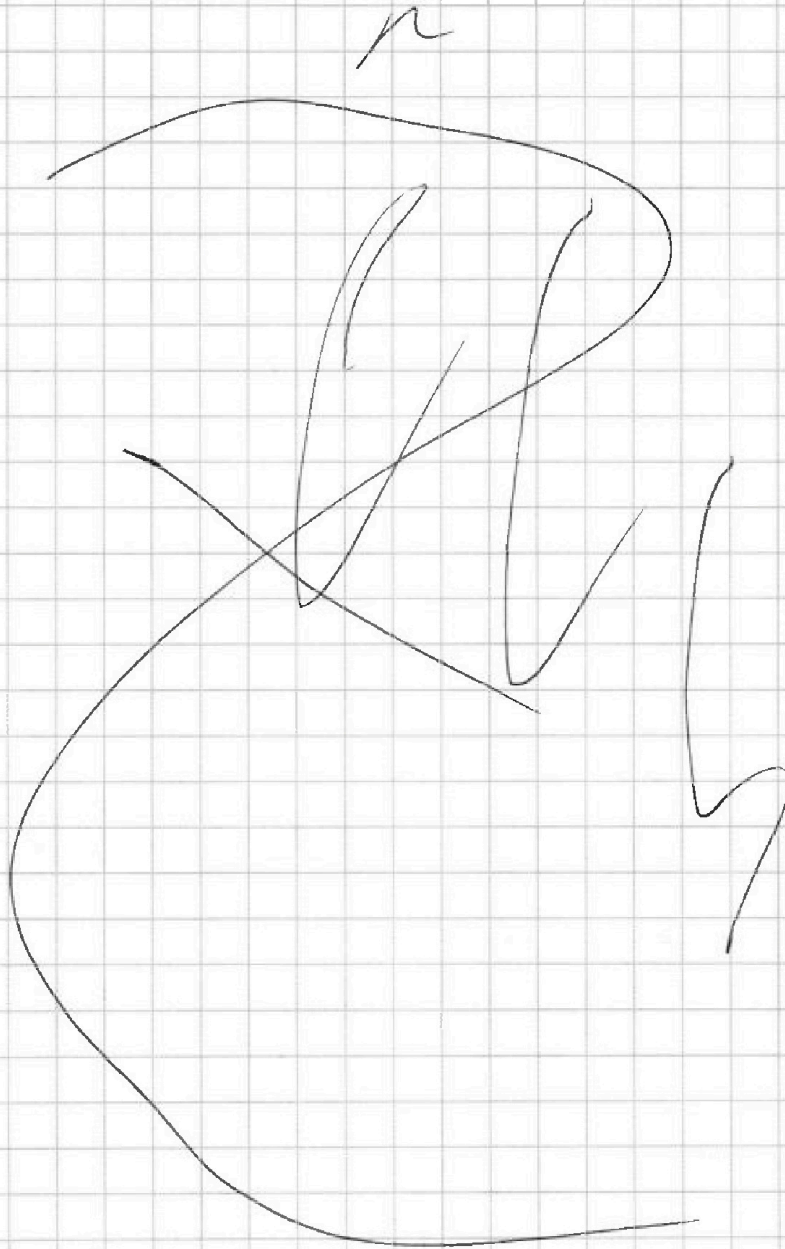


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4 (продолжение)

$$\frac{\cos(x+x)}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 2 \cdot \frac{2^2}{3^2} - 1 = \frac{8}{9} - \frac{9}{9} = -\frac{1}{9}$$

$\cos \angle BAC = -\frac{1}{9}$

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cos \angle BAC \cdot AC \cdot AB$$

$$BC^2 = 6^2 + 12^2 - 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right)$$

$$BC^2 = 36 + 144 + 16$$

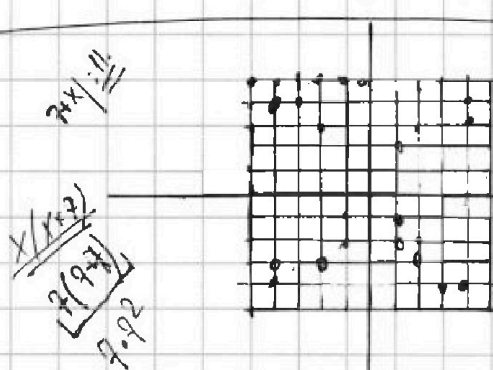
$$BC^2 = 196$$

$$BC = 14$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ + 36 \\ \hline 180 \end{array}$$

$$\frac{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3}{2}$$

Ответ: 14.



Всего: 36

$$C_{36}^2 = \frac{36!}{2! \cdot 34!} = \frac{36 \cdot 35}{2 \cdot 1} = 18 \cdot 35$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ + 18 \\ \hline 54 \\ \hline 285 \\ \hline 1890 \end{array}$$

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$\begin{array}{l} 11p^2 \\ 11p^2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 95q^2 \\ 25 \cdot 3q^2 \end{array}$$

$$(m+2n)(m+2n-7) \quad mn/(m+2n+9)$$

разность 16

$$(m+2n)(m+2n-7)$$

$$mn(m+2n+9)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4 (продолжение)

$$t+7 = 9-t^2$$

$$t^2+t-2=0$$

$$D = 1+8=9$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{2} = \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 256 \\ \times 16 \\ \hline 256 \\ \hline 264 \end{array}$$

$$1) \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 1$$

$$\sqrt{x+2} = 1 + \sqrt{7-x}$$

$$x+2 = 1+7-x+2\sqrt{7-x}$$

$$2x+2-8 = 2\sqrt{7-x}$$

$$2x-6 = 2\sqrt{7-x}$$

$$(2x-6)^2 = 4(7-x)$$

$$4x^2 - 6 \cdot 2x \cdot 2 + 36 = 28 - 4x$$

$$4x^2 - 24x + 36 - 28 + 4x = 0$$

$$4x^2 - 20x + 8 = 0$$

$$x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$D = 25 - 8 = 17$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} = \begin{cases} \frac{5+\sqrt{17}}{2} = \frac{5+4,123}{2} = 4,5615 \\ \frac{5-\sqrt{17}}{2} = \frac{5-4,123}{2} = 0,4385 \end{cases}$$

$$x = \frac{5+\sqrt{17}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 3 \times 23 \\ \hline 69 \\ + 28 \\ \hline 97 \\ \times 26 \\ \hline 582 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-6 \geq 0 \\ 2x \geq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \end{cases}$$

$$7-4=2$$

$$2) \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 2$$

$$\sqrt{7-x} = 2 + \sqrt{x+2}$$

$$7-x = 4 + 4\sqrt{x+2} + x+2$$

$$(7-x) + (4-x-2) = 4\sqrt{x+2}$$

$$-2x+1 = 4\sqrt{x+2}$$

$$-2x+1 \geq 0$$

$$2x \leq 1$$

$$\begin{cases} x \leq 0,5 \end{cases}$$

$$(1-2x)^2 = 16(x+2)$$

$$1 - 4x + 4x^2 = 16x + 32$$

$$4x^2 - 4x - 16x + 1 - 32 = 0$$

$$4x^2 - 20x - 31 = 0$$

$$D = 400 + 496 = 896$$

$$D = 100 + 124 + 20 = 224 = 2 \cdot 112 = 4 \cdot 56 = 4 \cdot 4 \cdot 7 = 16 \cdot 7$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 16 \\ \hline 16 \\ \times 31 \\ \hline 16 \\ \hline 48 \\ \hline 496 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 16 \\ \hline 196 \\ \hline 496 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

менюла $\frac{20 \pm \sqrt{64 \cdot 14}}{8} = \frac{4 \cdot 5 \pm 8\sqrt{14}}{8} = 2,5 \pm \sqrt{14}$
 $2,5 + \sqrt{14}$ и $9,9$.

Итого: $x=y = 2,5 - \sqrt{14}$
 $x=y = \frac{5 + \sqrt{17}}{2}$

№4.

$\frac{AZ}{AC} = \frac{BX}{XC}$

$YA=3$

$180^\circ - \alpha = \angle YAZ$

$\angle YZA = 180^\circ - \alpha - 180^\circ + 2\alpha =$

$\frac{AD}{DB} \cdot \frac{BC}{CE} \cdot \frac{CE}{AE} = 1$

$BC=?$

$AC=6 \quad AZ=3 \quad YC=4$

$\frac{AZ}{BM} \cdot \frac{ZB}{ZA} \cdot \frac{YA}{YC} = 1$

$\frac{ZB}{Z} \cdot \frac{3}{9} = 1$

$ZB=9$

$AB = 3+9 = 12$
 $AC = 6$

$9^2 = 12^2 + 3^2 - 2 \cdot 12 \cdot 3 \cdot \cos(\angle YAZ)$

$16 = 9+9 - 2 \cdot 9 \cos(\angle YAZ)$

$+2 = +18 \cos(\angle YAZ)$

$9 \cos(\angle YAZ) = 1$

$\cos(\angle YAZ) = \frac{1}{9}$

$9^2 = 4^2 + 2^2 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cos(\angle YZA)$

$9 = 16+4 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cos(\angle YZA)$

$9 = 25 - 24 \cos(\angle YZA)$

$24 \cos(\angle YZA) = 16$

$\cos(\angle YZA) = \frac{2}{3}$