



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1

Пусть  $a$  - первый член арифметической прогрессии,  $b$  - разность арифметической прогрессии

Найдем второе значение. Числовые значения первого члена и разности между, исходя из условия:

$$\begin{cases} 3x+3 = a+2b \quad (1) \\ (x+2x)^2 = a+4b \quad (2) \\ 3x^2 = a+3b \quad (3) \end{cases} \quad \begin{cases} 3x+3 = a+2b \\ (x+2x)^2 = a+4b \quad (=) \\ 3(x^2-x-1) = b \end{cases} \quad \begin{cases} 3x+3 = a+2b \\ (x+2x)^2 = a+4b \quad (=) \\ b = \frac{x^2-x-1}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+3 = a+x^2-x-1 \\ (x+2x)^2 = a+4b \\ b = \frac{x^2-x-1}{3} \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} a = -x^2+4x+4 \\ b = \frac{x^2-x-1}{3} \\ (x+2x)^2 = a+4b \quad (2) \end{cases} \quad (*)$$

Подставим значения  $a$  и  $b$  в (1) и решим

$$(x^2+2x)^2 = a+4b \quad (=) \quad (x^2+2x)^2 = -x^2+4x+4 + 2x^2-2x-2 \quad (=) \quad x^4+4x^3+4x^2 = x^2+2x-2 \quad (=)$$

$$\Leftrightarrow x^4+4x^3+3x^2-2x-2 = 0 \quad (=) \quad (x+1)(x^3+3x^2-2) = 0 \quad (=) \quad (x+1)^2(x^2+3x-2) = 0 \quad (=)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 = 0 \\ x^2+3x-2 = 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1) = 0 \\ x^2+2x-2 = 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x^2+2x-2 = 0 \end{cases} \quad (4) \quad (**)$$

Решим (4)

$$x^2+2x-2 = 0 \quad (=) \quad D = 2^2 - 4 \cdot (-2) = 12 = (2\sqrt{3})^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-2+2\sqrt{3}}{2} \\ x = \frac{-2-2\sqrt{3}}{2} \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1+\sqrt{3} \\ x = -1-\sqrt{3} \end{cases}$$

Вернемся к исходному (\*\*)

$$\begin{cases} x = -1 \\ x^2+2x-2 = 0 \end{cases} \quad (=) \quad \begin{cases} x = -1 \\ x = -1+\sqrt{3} \\ x = -1-\sqrt{3} \end{cases}$$

Вернемся к исходные (\*)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a = -x^2 + 4x + 4 \\ b = \frac{x^2 - x - 1}{2} \\ (x^2 + 2x)^2 = a + b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -x^2 + 4x + 4 \\ b = \frac{x^2 - x - 1}{2} \\ x = -1 \\ x = -1 + \sqrt{5} \\ x = -1 - \sqrt{5} \end{cases}$$

При каких условиях будет тогда и только тогда, когда  
будет выполнено (~~или~~  $\star\star$ ) и все приведенные равенства,  
то члены  $(3x_1)^3$ ,  $(x_1^2 + 2x_1)^2$ ,  $(3x_2)^2$  являются соответственно третьими,  
пятнадцати и четырнадцати степенями некоторого  
параметра (мы можем её усечь: первый член  $-x^2 + 4x + 4$ , разность  
 $x^2 - x - 1$ ) тогда и только тогда, когда  $x \in \{-1; -1 + \sqrt{5}; -1 - \sqrt{5}\}$

Ответ:  $x \in \{-1; -1 + \sqrt{5}; -1 - \sqrt{5}\}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |y-3x| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \mid \cdot (-\frac{1}{3}) \\ -1 \leq y-3x \leq 1 \mid \cdot (-\frac{1}{3}) \end{cases} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{3} \leq -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}y \leq \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} \leq -\frac{1}{3}y + \frac{1}{3}x \leq \frac{1}{3} \end{cases} \mid + \Rightarrow -\frac{2}{3} \leq -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}y - \frac{1}{3}y + \frac{1}{3}x \leq \frac{2}{3} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow -1 \leq 0x + 0y \leq 1$$

Максимум выражение  $0x+0y$  принимает значения не больше 1

При  $x = \frac{3}{4}$ ,  $y = \frac{5}{4}$   $0x+0y = 0 \neq 1$ ,  $|x-3y| = |\frac{3}{4} - \frac{15}{4}| = |-3| = 3$ ,

$$|3x-y| = |\frac{9}{4} - \frac{5}{4}| = |1| = 1$$

Максимум при  $x = \frac{3}{4}$ ,  $y = \frac{5}{4}$  максимум выражения  $0x+0y = 0$

Минимум минимальное значение выражения  $0x+0y$  равно 0

Ответ: 1

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

5

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - g = mn - g = (m+n)^2 - g(m+n) = (m+n)(m+n-g)$$

$$B = mn + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

→ Решение задачи:

$$1. A = 13p^2, B = 75q^2$$

$$A = (m+n)(m+n-g) = 13p^2$$

Таким образом, получим что оба члена  $(m+n)$ ,  $(m+n-g)$  делится на  $p$   
~~таким~~  $m+n \geq 0$  и  $m+n-g \geq 0$ , то  $g \geq 0 \Rightarrow p=3$  (т.к.  $p$  простое)

также  $p=3$  и  $m+n-p$  и  $m+n-g-p$ , т.к.  $m+n=13p$ ,  $m+n-g=p$

$$(m+n)(m+n-g)=13p^2 \Rightarrow$$
 либо  $m+n=13p$ ,  $m+n-g=p$ , либо

$$m+n=p, m+n-g=13p$$
 (различные числа на простые)

$$m+n > m+n-g, 13p > p \Rightarrow$$
 единственное возможное  $m+n=13p$ ,

$$m+n-g=p$$
, но тогда  $(m+n)-(m+n-g)=g=12p=12 \cdot 3=36$

$36 \neq 13p \Rightarrow$  такого быть не может  $\Rightarrow$  первое 경우 из чисел  $(m+n)$ ,

$(m+n-g)$  кратно  $p$

Также видно, что  $m+n=13$ ,  $m+n-g=p^2$ , либо  $m+n=p^2$ ,  $m+n-g=13$ ,

либо  $m+n=1$ ,  $m+n-g=13p^2$ , либо  $m+n=13p^2$ ,  $m+n-g=1$

Изучаем случаи по порядку

$$1) m+n=13, m+n-g=p^2$$

$$\text{ибо } m+n=13, \text{ то } m+n-g=p^2=4 \Rightarrow p=2$$

$$B=mn(m+n-3)=75q^2$$

$$m+n-3=13-3=10 \Rightarrow B=mn \cdot 10=75q^2 \Rightarrow mn \cdot 2=15 \cdot q^2$$

$$15 \cdot 2=15 \cdot 2 \cdot 2 \Rightarrow q^2 \cdot 2 \Rightarrow q^2=2 \text{ (т.к. } q \text{ простое}) \Rightarrow q=2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow mn \cdot 2=15 \cdot 2 \cdot 2 \Rightarrow mn=30$$

Получаем,  $mn=30$ ,  $m+n=13$

$m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow$  первое возможное значение  $m$  и  $n$  из условия, что

$mn \geq 30$  (без порядка): 1430, 7415, 3410, 546

$m+n=13 \Rightarrow$  единственное возможное значение  $3+10$

$$2. m+n=p^2, m+n-g=13$$

$$m+n-g=13 \Rightarrow m+n=12=p^2, \text{ но } 12 \text{ не является квадратом}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит  $m \neq 1$  (иначе для  $n \neq 1$ , т.к.  $y^1$  не является  
стационарным решением  $m_n h$ )

$$\left\{ \begin{array}{l} m+n-3=1, \\ m+n=4 \end{array} \right.$$

$A = (m+n)(m+n-8) = 4 \cdot (-5) = -20 = 45q^2$ , no  $45q^2 \in \mathbb{N} =$   
 $\Rightarrow$ 矛盾の形をもつ式

Snarum typus, quo in signo my m,n, (m+n-3) ne  
partus 1

таким образом,  $m = p$ ,  $n = 13$ ,  $(m+n-3) = p$  (2),  $m = p = n$ ,  $m+n-3 = 13$  (3)

$$7) \quad n=p, m=13, m+n-3=p \\ n=p, m+n-3=p \Rightarrow m-3=0 \Rightarrow m=3 \text{ no, no } m=13 \Rightarrow m \neq n \text{ no} \\ m \text{ must be prime}$$

$$\text{h) } m=p, n=13, m+n-3=p \\ \text{maximimo (h) } (m \cdot n \cdot \text{ bei } m \cdot n \cdot m+n)$$

3)  $m = h = p$ ,  $m + h - 3 = p \Rightarrow 73$   
 $m + h - 3 = 73 \Rightarrow m + h = 76 = 2p \Rightarrow p = 8$ , то 8-е натуральное число =)  
 $\Rightarrow$  максимум на первое слагаемое

Знаменателем бройлера  $A = 75 \text{ см}^2$ ,  $B = 73 \text{ см}^2$  ще са  $(m, n)$  редици

Інформація про підприємства, що використовують цю землю:  
(10,3), (3,10)

$$\text{Треугольник: } A = (10 \cdot 13) / (10 + 13 - 9) = 13 \cdot 4 = 13 \cdot 2^2, \text{ 2-я формула}$$

$$B = 10 \cdot 3 \cdot (10 \cdot 13 - 3) = 300 = 25 \cdot 4 = 25 \cdot 2^2, 2-\text{mummi}$$

(уравнение линии  $m \cap n \Rightarrow$  пара  $(b, b)$  имеет общую  
точку)

Umkehr:  $(m,n) \in \{(10,3), (3,10)\}$



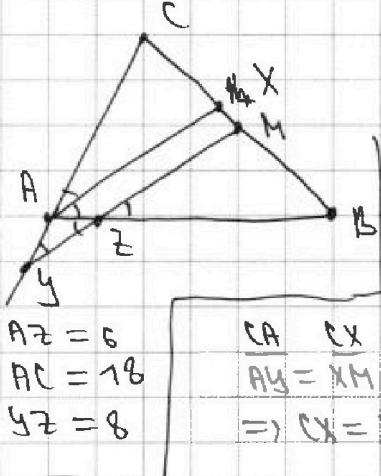
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4



$$\begin{aligned} & \angle XAB = \angle MZB \quad (\text{m.u. } AX \parallel YM) \\ & \angle CAZ = \angle XAB \quad (\text{m.u. } AX - \text{общ. сг.}) \\ & \angle MZB = \angle AZY \quad (\text{m.u. верт}) \\ & \angle AYZ = \angle CAZ \quad (\text{m.u. } AX \parallel YM) \end{aligned} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle AYZ = \angle AZY \Rightarrow \triangle AYZ \text{ р/с и } AY = AZ = 6$$

$$BM = CM = CX + XM = 4XM \quad (\text{m.u. } M - \text{середина } BC)$$

$$\frac{BM}{AY} = \frac{BZ}{AZ} \quad (\text{m.u. } XA \parallel MZ) \Rightarrow \frac{4XM}{6} = \frac{BZ}{6} = 3 \Rightarrow BZ = 18$$

$$MX = ZA \quad (\text{m.u. } XA \parallel MZ) \Rightarrow MX = AZ = 6 \Rightarrow BZ = 18 = 12 \Rightarrow AB = AZ + ZB = 6 + 12 = 18$$

также  $\angle ZAY = d$ , тогда по тиролье получаем что  $\angle YAZ$ :

$$YZ^2 = AZ^2 + AY^2 - 2 \cos d \cdot AZ \cdot AY \Rightarrow 64 = 36 + 36 - 2 \cos d \cdot 6 \cdot 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cos d \cdot 36 = 6 \Rightarrow \cos d = \frac{1}{12}$$

$$\angle BAC = 180^\circ - \angle ZAY = 180^\circ - d \Rightarrow \cos \angle BAC = -\cos d = -\frac{1}{12}$$

по тиролье получаем что  $\angle ABC$ :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cos \angle BAC \cdot AB \cdot AC \Rightarrow BC^2 = 36 + 18^2 - 2 \cdot \frac{1}{12} \cdot 6 \cdot 18 =$$

$$= 36 + 18^2 + 120 = 400 + 120 = 520 \Rightarrow BC = \sqrt{520}$$

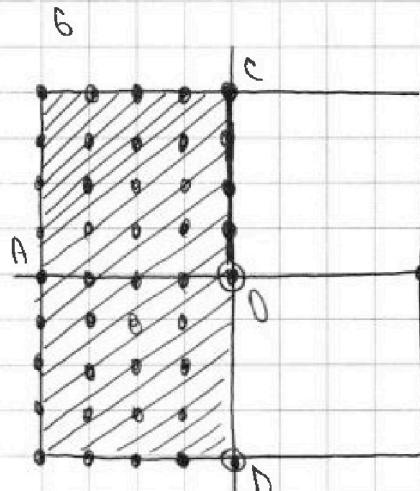
$$\text{Ответ: } BC = \sqrt{520} = 8\sqrt{5}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Помимо, которые раскраски двух углов пересекут 6 из при перевороте \*

При перевороте на 180° из пересекут раскраски, помимо которых отмечено ~~все~~ центр 0

При перевороте на 90° и 270° помимо раскраски двух углов 6 из не пересекут (при этом помимо пересекут что ровно один (центральный) угол, что тоже бы "четыре угла")

\* (раскраска из двух углов ≡ пересекут угол угла в один цвет)

Помимо только раскраски помимо которых отмечено ~~все~~

Все помимо ~~все~~ раскраски из ~~все~~ 1 углу ~~все~~, 6 защищенных углов (нижняя углы на [0,0] и не нижняя углы на [0,0]) (ниже будут обозначены) и ~~все~~ 1 стартовой отмечено 0

Поэтому всего раскраска только сколько углов 6 изнутрий области (они же защищены)

Всего областей всего  $3^4 + 4 = 40$  углов  $\Rightarrow$  всего 40 раскрасок, пересекущих 6 из при перевороте

Всего способов пересекут два угла  $\frac{81 \cdot 80}{2} = 3240$ , причем если считать, что раскраски, пересекущие 6 из при перевороте, пересекают, то ровно 40 раскрасок из которых все разные (ровно 40 раскрасок, пересекущих 6 из при перевороте на 180°, остальные при этом перевороте 6 из не пересекают)

Следовательно всего различных раскрасок  $\Rightarrow 3240 - 40 = 3200$

Ответ: 3200



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y} \\ x+5x^2 - \sqrt{y} = y - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

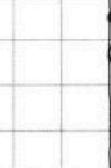
$$x=y$$

$$\begin{pmatrix} a, b \\ b, a \end{pmatrix}$$

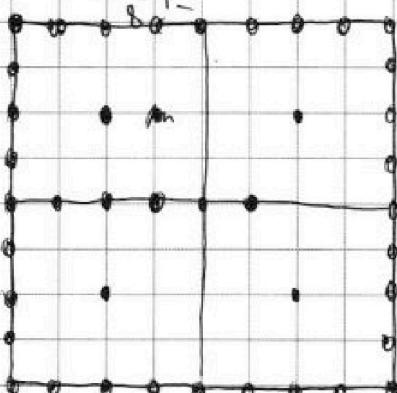
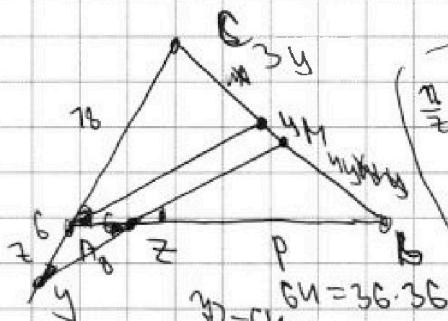
Реш

$$\frac{16}{6} = \frac{x}{y} = 3 \quad y = 3x \quad y^2 + 5y^2 = 2\sqrt{6+5x-y}$$

$$(6-x)(17) = 6+5x-y^2$$



$$\begin{array}{r} 16 \\ 6 \\ \hline 32 \end{array}$$



$$6+5x-y^2 = 2ab$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 5 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\frac{6+p}{x+y} = \frac{18}{x}$$

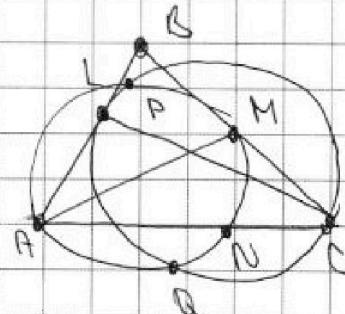
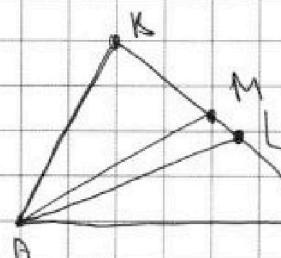
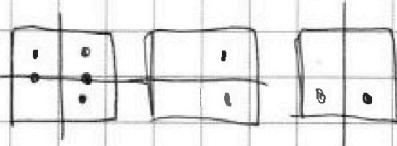


$$y \cdot y = 91$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ 80 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$40 \cdot 81$$

$$94 = 36 \cdot 36$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a^2$

$a$

$c \cdot a \cdot b$

$$\frac{ac}{ab} - \frac{bc}{ab} = \frac{ax - bx}{ab} = \frac{(a-b)x}{ab}$$

$$a^2 + x^2 - k \cdot \frac{ac}{ab} \cdot bx \quad a^2 - b^2 = ab(a-b)x \\ b^2 + x^2 - k \cdot \frac{bc}{ab} \cdot x \quad (a-b)(a+b)$$

$$a^2 + x^2 - k \cdot x \cdot a = \frac{ac}{ab} \cdot bx$$

$$b^2 + x^2 - k \cdot x \cdot b = \frac{bc}{ab} \cdot bx$$

$$ab = \frac{c}{ab} \cdot bx$$

$$2(\sqrt{x+1} - 5)(\sqrt{6+y} - 5)$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6+y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y}$$

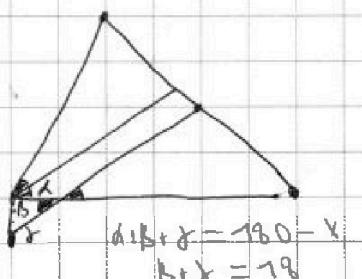
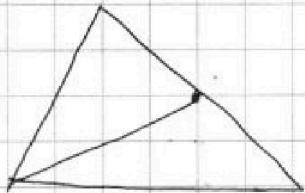
$$x^2 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^2 + 5y^2 - \sqrt{x}$$

$$2(6+5x-y) = 25+x+1+6-y-10\sqrt{6+y} - 2\sqrt{6+5x-y} + \\ + 10\sqrt{x+1}$$

$$12+10x-2y - 25-x-1-6+y = 2(\sqrt{x+1}-5)(\sqrt{6+y}-5) - \\ - 50$$

$$12-25+10-1-6 = 25+11-1-6 = 25+16-1 = 25+15 = 20$$

$$30+10x-2y+iy = 2(\sqrt{x+1}-5)(\sqrt{6+y}-5)$$



$$\begin{array}{r} 356 \\ 1344 \\ -12 \\ \hline 1336 \end{array} \begin{array}{r} 11 \\ -32 \\ \hline 84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 84 \\ -12 \\ \hline 72 \end{array} \begin{array}{r} 72 \\ -24 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ -24 \\ \hline 24 \end{array} \begin{array}{r} 24 \\ -12 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ -12 \\ \hline 0 \end{array} \begin{array}{r} 0 \\ -8 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ -8 \\ \hline 0 \end{array} \begin{array}{r} 0 \\ -4 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$656$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

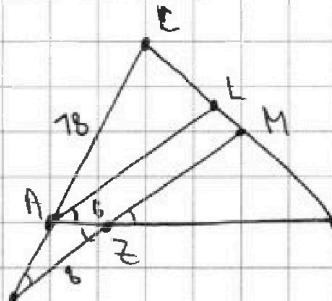
6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4



$$\begin{aligned} \angle LAB &= \angle MZY \quad (\text{m.k. } AL \parallel ZH) \\ \angle AYZ &\equiv \angle MZY \quad (\text{как верт}) \\ \angle CAL &= \angle LAB + \text{m.k. } AL - \text{им.ка} \quad =) \\ \angle AYZ &= \angle CAL \quad (\text{m.k. } AL \parallel ZH) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \angle AYZ = \angle AYZ \Rightarrow \angle YAZ \neq 0^\circ \Rightarrow AY \neq AZ = 6$$

5

$$\frac{CA}{AY} = \frac{CL}{LY} \quad (\text{m.k. } AL \parallel MY), \quad \frac{CA}{AY} = \frac{24}{6} = 4 \Rightarrow \frac{CL}{LY} = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CL = 4 \cdot LY$$

$$CM = CL + LM = 5LM = \cancel{LY} MB \quad (\text{m.k. M - середина BC})$$

$$\cancel{\text{BZ}} = \frac{LY}{ML} \quad (\text{m.k. } AL \parallel ZM) \cdot \frac{LY}{ML} = \frac{5LM}{LM} = 5 \Rightarrow \frac{BZ}{LY} = 5 \Rightarrow$$

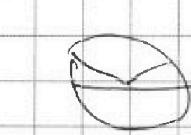
$$\Rightarrow BZ = 5 \cdot LY = 5 \cdot 6 = 30$$

таким  $\angle ZAY = d$ , тогда по трем критериям кинуть для  $\triangle AYZ$

$$\begin{aligned} LY^2 &= AZ^2 + AY^2 - 2 \cos d \cdot AZ \cdot AY \Rightarrow 64 = 36 + 36 - 2 \cos d \cdot 6 \cdot 6 \Rightarrow \\ \Rightarrow 2 \cos d \cdot 36 &= 8 \Rightarrow \cos d \cdot 36 = 4 \Rightarrow \cos d = \frac{2}{9} \end{aligned}$$

$$\angle BAC = 180^\circ - \angle YAZ \Rightarrow \cos \angle BAC = -\cos d = -\frac{2}{9}$$

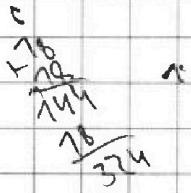
по трем критериям кинуть угол  $\angle ABC$



$\frac{78}{144}$

$$1080 + 324 =$$

$$= 1324$$



2.

$$\begin{aligned} 4 \cdot 30 &= \\ 72 & \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

максимальное простое число  $\Rightarrow$  максимумы не могут быть

3.  $m+n=1, m+n-g=13p^2$

таким образом  $m, n \in \mathbb{N}$ , но  $m \geq 1 \wedge n \geq 1 \Rightarrow m+n \geq 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow$  максимумы не могут быть равно 1  $\Rightarrow$  максимумы не могут быть

4.  $m+n=13p^2, m+n-g=7$

$m+n-g=1 \Rightarrow m+n=10=13p^2$ , но  $10 \neq 13 \Rightarrow$  максимумы не могут быть

Значит, если  $A=13p^2, B=15q^2$ , то получим пары  
 $(m, n) : (3, 10), (10, 3)$

5.  $A=15q^2, B=13p^2$

Получим, максимумы быть такими, что  $m=1$

$B=mn(m+n-3)=13p^2=10q(n-2)$

Получаем разбивку на множители:  $n=13, b=13, b-2=p^2; q=p^2, n-2=13$ .  
 $h=13p, h-2=p; q=p; n-2=13p; n=1, h-2=13p^2; h=13p^2, h-2=7$

1.  $n=13, h-2=p^2$

$h-2=13-2=11=p^2$ , но для максимума  $p \neq p^2$  не равно  
 $11 \Rightarrow$  максимумы не могут быть

2.  $n=p^2, h-2=13$

$h-2=13 \Rightarrow n=15=p^2$ , но для максимума  $p \neq p^2$  не равно  
 $15 \Rightarrow$  максимумы не могут быть

3.  $n=13p, h-2=p$

$h-2=p \Rightarrow n=p+2=13p \Rightarrow 12p=2 \Rightarrow p=\frac{1}{6}$ , но  $p \in \mathbb{N} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  максимумы не могут быть

4.  $n=p, h-2=13p$

$h-2=13p \Rightarrow n=2+13p=p \Rightarrow 12p=2 \Rightarrow p=\frac{1}{6}$ , но  $p \in \mathbb{N} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  максимумы не могут быть

5.  $n=1, h-2=13p^2$

$n=1 \Rightarrow h-2=-1=13p^2$ , но  $13p^2 \in \mathbb{N} \Rightarrow$  максимумы не могут быть

6.  $n=13p^2, h-2=1$

$h-2=1 \Rightarrow n=3=13p^2$ , но  $3 \neq 13 \Rightarrow$  максимумы не могут быть

На одной странице можно оформлять только **одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} x - 3y &= 3 \\ y - 3x &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x - 9y &= 9 \\ y - 3x &= 7 \end{aligned}$$

$$-8y = 10 \Rightarrow y = -\frac{10}{8} = -\frac{5}{4}$$

$$-\frac{5}{4} - 3x = 7$$

$$3x = -\frac{5}{4} - 7 = -\frac{33}{4} \Rightarrow x = -\frac{11}{4}$$

$$-\frac{2}{4} + \frac{15}{4} = \frac{13}{4} = 3$$

$$4x - 3ay = 3a$$

$$3y - (4x) \cdot a = \frac{4a - 8}{3}$$

$$\frac{15}{2} \leq -\frac{5}{2}x + \frac{15}{2}y \leq -\frac{15}{2}$$

$$\frac{7}{2} \leq (\frac{5}{2})y - (-\frac{5}{2})x \leq -\frac{7}{2}$$

$$-3b + a = b \Rightarrow 3b = a - b \Rightarrow b = \frac{a-2b}{3}$$

$$\frac{14-8}{3} - 3a = 4$$

$$a - 8 - 9a = 12$$

$$a = -\frac{20}{8} = -\frac{5}{2}$$

$$-8a = 20$$

$$a - b - \frac{5}{2} - 8 = \frac{-5-16}{2} = -\frac{21}{2}$$

$$\frac{15}{2} - \frac{5}{2} = \frac{10}{2} \quad \frac{15}{2} - \frac{7}{2} = \frac{8}{2}$$

$$B \cdot P \cdot p$$

$$m(m-2) = 13p^2$$

$$x - 3y = 3 \quad 11$$

$$x = -\frac{5}{4} - \frac{5}{4} \quad x = -\frac{3}{4} \quad y = \frac{5}{4} \quad b = \frac{2}{4}$$

$$y = \frac{5}{4} \quad x = \frac{3}{4}$$

$$5+3$$

$$\frac{15}{2}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{15}{4} = -\frac{12}{4} = -3$$

$$x - 3y = 3 \quad m \quad n \quad o \quad s \quad g$$

$$y - 3x = 7 \quad x = \frac{3}{4} \quad x - 3y = -3 \quad y - 3x = -7$$

$$-\frac{5}{2}x + \frac{15}{2}y = -\frac{15}{2}$$

$$5+6$$

$$x - 3y = -3$$

$$y - 3x = -7$$

$$3x - 9y = -9$$

$$8y - 3x = -1$$

$$-8y = -10$$

$$y = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \quad x = \frac{3}{4}$$

$$-\frac{5}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{15}{2} \cdot \frac{5}{4} =$$

$$-\frac{15}{8} + \frac{75}{8} = \frac{60}{8} = \frac{15}{2}$$

$$(-\frac{5}{4}) \frac{5}{4} - (-\frac{5}{4}) \frac{3}{4} =$$

$$= -\frac{25}{16} + \frac{63}{16} = \frac{38}{16} = \frac{19}{8}$$

$$\frac{9}{4} - \frac{5}{4} = \frac{4}{4}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.

$$\begin{cases} \text{Условие } 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 + \left(\frac{5}{2}\right) \\ -1 \leq 3x-y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{11}{2} \leq \frac{5}{2}x + \frac{7}{2}y \leq \frac{15}{2} \\ -\frac{5}{2} \leq \end{cases}$$

$$A = m^2 + mn + n^2 - gm - gn \quad (mn)^2 - g(m+n) = \underline{(mn)(m+n-g)}$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

или  $b=1$ , то исчезнули

$$\frac{13 \cdot p \cdot p}{13 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4}$$

$$h=7$$

какие любые  $p$ ?

$$\frac{(m+1)(m-8)}{m(m-2)} = 73 \cdot 7$$

$$m=73, \quad m-2=73$$

$$m=73p, \quad m-2=p \quad \Rightarrow p=2$$

$$m=76 \quad m$$

$$m+1=73p \quad m-8=p$$

$$m=73 \quad m=81p$$

$$\frac{m+1}{p} = 73 \quad \frac{m-8}{p} = -73 = -9 = 0 \quad B$$

$$(m+n)(m+n-g)$$

$$m+n=73p$$

$$m+n-g=p$$

$$mn=$$

$$m+n-g=7 \Rightarrow m+n=10$$

$$mn-3=7$$

$$m+n-g=73$$

$$g=7$$

$$m+n=72$$

$$g=79$$

$$13p \quad p$$

$$mn-3=19$$

$$m=19 \quad g=3$$

$$p=3 \quad 13p=34$$

$$m+n=3 \quad m+n=3g$$

$$13p \quad p$$

$$g:p$$

$$p=3$$

$$13 \cdot 3^2$$

$$g:q$$

$$q=3$$

$$13 \cdot 3^2$$

$$m+n=73$$

$$g=$$

$$m+n-g=73$$

$$m+n=72$$

$$mn=72$$

$$m+n=72$$

$$\begin{matrix} 75q & 225 \\ q & 3 \\ 75q & 75 \\ 75q & 3q \end{matrix}$$

$$70 \cdot m \cdot n = 73 \cdot 5 \cdot 9$$

$$2 \cdot m \cdot n = 73 \cdot 9$$

$$q=2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{l} 3y \geq x \\ x - 3y \\ 3x - y \\ y - 3x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 300 = x - 4 \\ 5xu - 9y \\ (x - 3y)u = 3(3u - 8)u \end{array}$$

3\*

$$\begin{array}{l} 3ax - ay \\ 3(3u - 8)u = (3u - 8)x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3x - 4 \\ 2y - x \\ 5u - 4u \\ u = 2 \\ u = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3ax - ay \\ 3(3u - 8)u = (3u - 8)x \\ 5u - 4u = 4 \\ u = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 8u - 2u - 4 = 4 \\ 8u = 26 \end{array}$$

$$u = \frac{26}{8} = \frac{13}{4}$$

$$\begin{array}{l} \frac{x}{4} - 1 \leq 3 \frac{x}{4} - \frac{3}{4}u \leq \frac{x}{4} + 1 \\ 5\left(\frac{x}{4}\right)u - 5\left(\frac{3}{4}\right)u \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 8u - 2u = 4 \\ 4u - 6 = 1 \\ 4u = 7 \\ u = \frac{7}{4} \end{array}$$

$$\frac{21}{4}$$

$$\begin{array}{l} \frac{13}{4} \\ \frac{34}{4} - 8 = \frac{34 - 32}{4} = \end{array}$$

$$6x - 2y \quad y \cdot 3 \cdot (-2)$$

$$\begin{array}{l} -10u + 2u = 4 \\ -8u = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{32}{4} = 8 \\ 3 \cdot \frac{8}{4} \end{array}$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{15}{2}y = \frac{15}{2}$$

$$5u = -10 \quad \frac{13}{4} \leq \frac{3}{4}x - \frac{3}{4}u \leq \frac{13}{4}$$

$$x - 3y = 3$$

$$u = 2 \quad \frac{21}{4} \leq \frac{3}{4}y - \frac{3}{4}x \leq \frac{21}{4}$$

$$3x - y = 1$$

$$3 \cdot \frac{13}{4} \cdot x - \frac{13}{4}y$$

$$\frac{34}{4} = \frac{17}{2} = 8,5$$

$$x + 3y = 3$$

$$3 \cdot \frac{3}{4}y - \frac{3}{4}x$$

$$\begin{array}{l} \frac{3y}{4} - \frac{13}{4}y = \frac{13}{4} \\ x = 0 \end{array}$$

$$y - 3x = 1$$

$$\begin{array}{l} \frac{21}{4}y - \frac{3}{4}x = \frac{21}{4} \\ y \end{array}$$

$$36x - 13y = 13$$

$$\begin{array}{l} 4x - 3ay = 80 \\ \frac{1}{3}y - \frac{1}{3}(3a - 8)x \end{array}$$

$$y = -1 \quad u \neq 1$$

$$21y - 4x = 21$$

$$\begin{array}{l} y = -10 \\ -8y = 80 \\ b = \frac{80}{8} = 10 \end{array}$$

$$-3(3a) \quad 21 \cdot 36x - 21 \cdot 13y = 13 \cdot 21$$

$$a - 8 - 8u = 12$$

$$u = (a - 8)$$

$$21 \cdot 36x = 21 \cdot 13x$$

$$-8u = 20$$

$$a = -\frac{20}{8} = -\frac{5}{2}$$

$$3x - y = 7$$

$$ay = x$$

$$x - 3y = 3$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.










СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1, a_1 b, a_1 z b$$

$$3x_1^3 = a_1 z b \quad (3x_1^3)^4 = 5x_1^2 z^2 + 18$$

$$(x_1^2 z^2)^2 = a_1 + 4b = x_1^4 + 4x_1^2 z^2 + 4b^2$$

$$3y^2 = a_1 z b$$

$$x(x_1 z)^2 = x^2 (x_1 z)^2 = a_1 z b$$

$$x_1 z = \frac{a_1 z b}{3}$$

$$x^2 = \frac{a_1 z b}{3}$$

$$6b = 3x^2 - 3x - 3 =$$

$$= 3(x^2 - x - 1) =$$

$$= 3(x^2 - x - 1)$$

$$b = \frac{x^2 - x - 1}{3}$$

$$3x_1^3 = a_1 + (x^2 - x - 1)$$

$$3y^2 = a_1 z b^2 - 4x - 4$$

$$ub = 3y^2 - x^2 (x_1 z)^2 = x^2 (3 - (x_1 z)^4)$$

$$zb = x^2 (x_1 z)^2 - 3(x_1 z)$$

$$\begin{matrix} x-3y \\ y-3x \end{matrix}$$

$$z$$

$$\frac{-7 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$412^4 = \pi \quad -7 \pm \sqrt{3}$$

$$\begin{matrix} x=-1 \\ x= \end{matrix}$$

$$-x^2 a_1 z b + 2x^2 - 2x - 2 = x^2 + 2x + 2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$a_1 = -x^2 a_1 z b + 4$$

$$a_1 = -x^2 a_1 z b - x^2 + 4x + 4$$

$$1-2-1$$

$$0 \quad z b = 1$$

$$1$$

$$3 \quad 4b = 2$$

$$30x - 10x$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0 = x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2$$

$$144 - 1 - 2 - 2$$

$$70x - 8y$$

$$9x^2 + 2xy - 7 + 4 + 1 + 2 - 2$$

$$-1 - 3 - 4 - 6$$

$$(x_1)$$

$$11596 - 64$$

$$3\sqrt{3}$$

$$-14 - 1 - 4 + 312 - 2$$

$$3(4 + \sqrt{3}) + 3$$

$$3(3\sqrt{3} +$$

$$8\sqrt{3}\sqrt{3} = a_1 z b$$

$$5(4 - 2\sqrt{3})$$

$$317 - 253$$

$$-143 - 2 - 2$$

$$-1730 - 0 - 0$$

$$130 - 2$$

$$(x_1) - 112 - 20$$

$$(x_1)(x_1^3 + 3x^2 - 2) = x_1^3 + 3x^2 - 2 =$$

$$= x_1^3 + 3x^2 - 2$$

$$(1) \quad 3t^2 + 6b^2 =$$

$$(x_1)(x_1)(x_1^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$= 3(4 - 2\sqrt{3})$$

$$12 - 6\sqrt{3} - 4$$

$$2b = 4 - 3\sqrt{3}$$

$$4b = 8 - 6\sqrt{3}$$

$$8 - 12 - 4$$

$$8x - 6y$$

$$8$$

$$8x - 6y$$

$$8$$

$$8x - 6y$$

$$8$$

$$8x - 6y$$

$$8$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3y - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$x^2 + 8y^2 + 6xy \leq 9$$

$$9x^2 + y^2 + 6xy \leq 9$$

$$4 - 2\sqrt{3} + 2(-7)(8)$$

$$-3 = x - 3y \leq 3$$

$$-1 \leq 3y - x \leq 3 \leq 3y - x \leq 3$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$2y - 14 - 4y$$

$$9x - 3y$$