



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен  $6x + 18$ , седьмой член равен  $(x^2 - 4x)^2$ , а одиннадцатый равен  $(-3x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $14x + 7y$  при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$  и  $B = m^2n - mn^2 + 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $3q^2$ , где  $p$  и  $q$  - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 12$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[3]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[3]{x+y}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $9 \times 9$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 26$ ,  $AN = 20$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

$$a_5 = 6x + 18$$

$$a_7 = (x^2 - 4x)^2 = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

$$a_{11} = -3x^2$$

Пусть  $d$  - разность прогрессии, тогда

$$2d = a_7 - a_5 = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18$$

$$6d = a_{11} - a_5 = -3x^2 - 6x - 18$$

$$3(a_7 - a_5) = a_{11} - a_5$$

$$3(x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18) = -3x^2 - 6x - 18$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^2(x-4)^2 + (x-6)(x+2) = 0$$

$$(x-2+2)^2(x-2-2)^2 + (x-2-4)(x-2+4) = 0$$

Введем замену  $t = x - 2$

$$((t+2)(t-2))^2 + (t-4)(t+4) = 0$$

$$(t^2 - 4)^2 + t^2 - 16 = 0$$

$$t^4 - 8t^2 + 16 + t^2 - 16 = 0$$

$$t^4 - 7t^2 = 0$$

$$t^2(t^2 - 7) = 0$$

$$t = 0 \Rightarrow x = t + 2 = 2$$

$$t = \pm\sqrt{7} \Rightarrow x = t + 2 = 2 \pm \sqrt{7}$$

Ответ: 
$$\begin{cases} x = 2 \\ x = 2 + \sqrt{7} \\ x = 2 - \sqrt{7} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$$

1) Пусть  $A = 13p^2$ ,  $B = 3q^2$

$(m-n)(m-n+9) = 13p^2$ , ~~указано~~ заметим, что  $(m-n)$  и  $(m-n+9)$  разной четности ( $m, n \in \mathbb{N}$ ). Тогда их произведение четно  $\Rightarrow 13p^2$  - четно единственное четное простое - это 2, значит  $p=2$ . Тогда  $(m-n)(m-n+9) = 13 \cdot 2^2 = 54$ . Введем замену  $t = m-n$ .

$$t(t+9) = 54$$

$$t^2 + 9t - 54 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = -13 \end{cases}$$

1.1.  $m-n = 4$   
 $m-n+9 = 13$

$$B = mn(m-n+3) = 3q^2$$

$$mn(4+3) = 3q^2$$

$$7mn = 3q^2$$

$q$  - простое, но  $3q^2 : 7 \Rightarrow q=7$

Тогда  $7mn = 7 \cdot 7 \cdot 3$

$$\begin{cases} mn = 21 \\ m-n = 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} m=7 \\ n=3 \end{cases}$$

подходит

$$\begin{cases} m=-3 \\ n=-7 \end{cases} - \text{не подходит, т.к. } m, n \in \mathbb{N}$$

1.2.  $m-n = -13$   
 $m-n+9 = -4$

$$B = mn(m-n+3) = 3q^2$$

$$mn(-13+3) = 3q^2$$

$$m, n \geq 0, 3q^2 > 0$$

$$-10mn = 3q^2 \Rightarrow \text{н.р.}$$

2) Пусть  $A = 3q^2$ ;  $B = 13p^2$

$$(m-n)(m-n+9) = 3 \cdot q^2 \text{ (из пункта 1 аналогично } q=2)$$

$$(m-n)(m-n+9) = 12. \text{ Введем замену } k = m-n$$

$$k(k+9) = 12$$

$$D = 9^2 + 4 \cdot 12 = 129 - \text{не полный квадрат} \Rightarrow \text{у уравнения}$$

нет натуральных корней, а  $m-n \in \mathbb{N}$  т.к.  $m, n \in \mathbb{N}$ .

Значит подходит только пара  $(7; 3)$ . Ответ:  $(7; 3)$



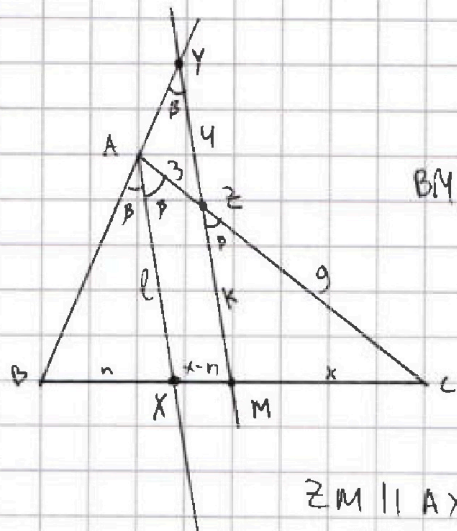
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4



$$AX = l; ZM = k$$

$$\angle XAB = \angle XAC = \beta$$

$$AC = 12, AZ = 3 \Rightarrow ZC = AC - AZ = 9$$

$$BM = MC = \frac{1}{2} BC = x$$

$$BX = n$$

$$MX = BM - BX = x - n$$

$$MY \parallel AX, BA \text{ и } BY - \text{одна прямая} \Rightarrow \angle XAB = \angle MYB = \beta$$

$$ZM \parallel AX, C, Z, A - \text{лежат на 1 прямой} \Rightarrow \angle XAC = \angle MZC = \beta$$

1) Треугольники  $\triangle ABX$  и  $\triangle YBM$  - подобны, так как  $\angle MYB = \angle XAB$ ,  $\angle B$  - общий. Тогда

$$\frac{YM}{BM} = \frac{AX}{BX}, \text{ в тех обозначениях: } \frac{k+y}{x} = \frac{l}{n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{n}{x} = \frac{l}{k+y} \text{ или } \frac{x}{n} = \frac{k+y}{l}$$

2) Треугольники  $\triangle CZM$  и  $\triangle CAX$  - подобны, так как  $\angle CZM = \angle CAX$ ,  $\angle C$  - общий. Тогда

$$\frac{CM}{CX} = \frac{CZ}{AX}, \text{ в тех обозначениях: } \frac{x}{x+n} = \frac{k}{l}$$

$$\text{т.е. } \frac{x}{2x-n} = \frac{k}{l}$$

$$\text{Также } \frac{CM}{CX} = \frac{CZ}{CA} = \frac{MZ}{AX}$$

$$\frac{CZ}{CA} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \text{ т.е.}$$

$$\frac{x}{2x-n} = \frac{k}{l} = \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{3}{4}(2x-n), \text{ откуда } n = \frac{2}{3}x$$

3) Так как  $AX$  - биссектриса, то  $\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{CX}$  т.е.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 4

3) Из пунктов 1 и 2:

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{n} &= \frac{k+4}{l} \\ \frac{x}{2x-n} &= \frac{k}{l} = \frac{3}{4} \end{aligned} \right\} \text{откуда } \frac{x}{n} = \frac{k}{l} + \frac{4}{l} = \frac{3}{4} + \frac{4}{l}$$

$$\frac{x}{n} = \frac{3}{2} \text{ (пункт 2)} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{3}{4} + \frac{4}{l} \Rightarrow l = \frac{16}{3}$$

Тогда  $\frac{x}{n} = \frac{k+4}{l}$  т.е.  $\frac{3}{2} = \frac{k+4}{\frac{16}{3}} \Rightarrow k=4$

4) AX - биссектриса, значит  $\frac{BX}{XC} = \frac{AB}{AC}$ ,

в тех же обозначениях:  $\frac{n}{2x-n} = \frac{AB}{12}$

$$n = \frac{2}{3}x \Rightarrow \frac{\frac{2}{3}x}{2x - \frac{2}{3}x} = \frac{AB}{12}$$

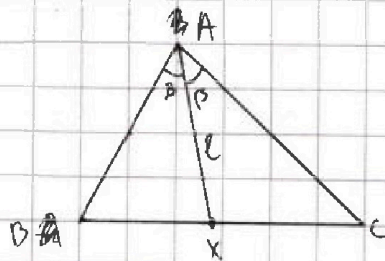
$$AB = 12 \cdot \frac{\frac{2}{3}x}{\frac{4}{3}x} = 12 \cdot \frac{1}{2} = 6$$

5) Пусть есть произвольный треугольник ABC, внешне проведена биссектриса AX длины l.

$$AB = a$$

$$AC = b$$

$$BC = c$$



$$\angle BAX = \angle CAX = \beta$$

Найдем площадь треугольника ABC 2 способами:

$$S = AB \cdot AC \cdot \sin 2\beta \cdot \frac{1}{2}$$

$$S = AB \cdot AX \cdot \sin \beta \cdot \frac{1}{2} + AC \cdot AX \cdot \sin \beta \cdot \frac{1}{2} = AX \cdot \sin \beta \cdot \frac{1}{2} (AB + AC)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4

Тогда, так как это одна и та же площадь, то

$$AB \cdot AC \cdot \sin 2\beta \cdot \frac{1}{2} = AX \cdot \sin \beta \cdot \frac{1}{2} (AB + AC)$$

$$\frac{a \cdot b \cdot \sin 2\beta}{2} = \frac{l \cdot \sin \beta (a+b)}{2}$$

$$ab \cdot 2 \cdot \cancel{\sin \beta} \cdot \cos \beta = l \cdot \cancel{\sin \beta} (a+b)$$

$$\cos \beta = \frac{l(a+b)}{2ab}$$

б) Так как  $\angle CEM = \angle CAX$ , то  $\cos \angle CEM = \cos \angle CAX =$

$= \cos \beta$ . Применим пункт 5 к треугольнику

ABC данной задачей и получим, что

$$\cos \beta = \frac{AX \cdot (AB + AC)}{2AB \cdot AC} = \frac{\frac{16}{3} \cdot (6 + 12)}{2 \cdot 6 \cdot 12}$$

$\triangle CEM$ :

по т. косинусов:

$$CM^2 = ME^2 + CE^2 - 2ME \cdot CE \cdot \cos \beta$$

$$x^2 = 4^2 + 9^2 - 2 \cdot 4 \cdot 9 \cdot \cos \beta$$

$$x^2 = 4^2 + 9^2 - 2 \cdot 4 \cdot 9 \cdot \frac{\frac{16}{3} \cdot (6 + 12)}{2 \cdot 6 \cdot 12} = 4^2 + 9^2 - \frac{16 \cdot 18}{3 \cdot 2} =$$

$$= 4^2 + 9^2 - 48 = 49, \quad x \text{ — сторона} \Rightarrow$$

$$x \text{ — длина стороны} \Rightarrow x > 0$$

Тогда  $x = 7$ .

$$BC = 2x = 14.$$

Ответ:  $BC = 14$ .



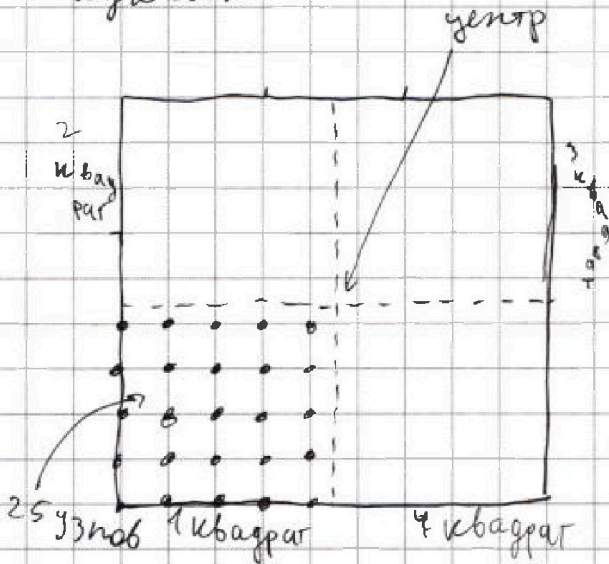
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №6



Так как можно поменять одни расширения из других наоборот, пусть первый узел будет представлять собой только в 1 квадрате, а 2ой - в 3ем или 2ом

способов  
1) Вариантов выбрать 2 узла в 1 квадрате -

$$C_{25}^2 = \frac{25 \cdot 24}{2} = 25 \cdot 12 = 25 \cdot 4 \cdot 3 = 300$$

2) способов выбрать 2 узла в соседних квадратах (тоже в одной и той же) -

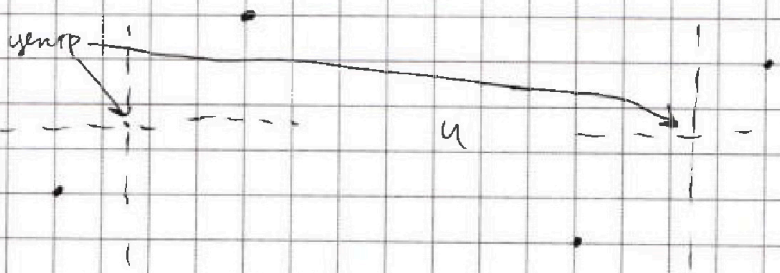
$$25 \cdot 25 = 25^2 = 625$$

~~основательно 25 раз по 25 узлов - это значит, что будет 625 узлов~~  
т.к. в способе, когда 4 узла  
расположены в одной и той же диагонали

3) способов выбрать 2 узла в углах по 1 в каждом из противоположных квадратов:

$$25^2 - 25 = 625 - 25 = 600$$

↑ так как если выбирать <sup>оба</sup> узла, расположенных на главной диагонали, то варианты



будут попарно друг из друга наоборот

Тогда всего способов:  $300 + 625 + 600 = 1525$   
ответ: ~~625~~ <sup>1525</sup> способов всего ~~1525~~



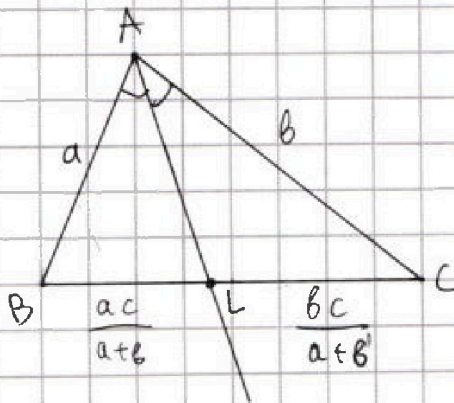
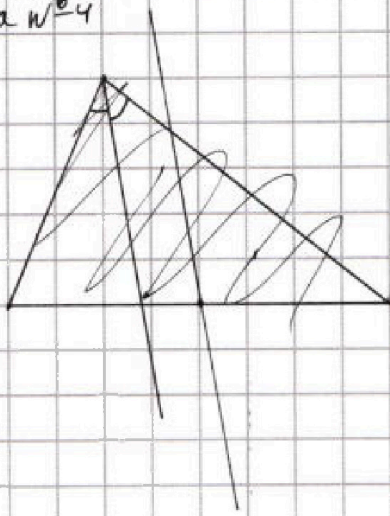
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4





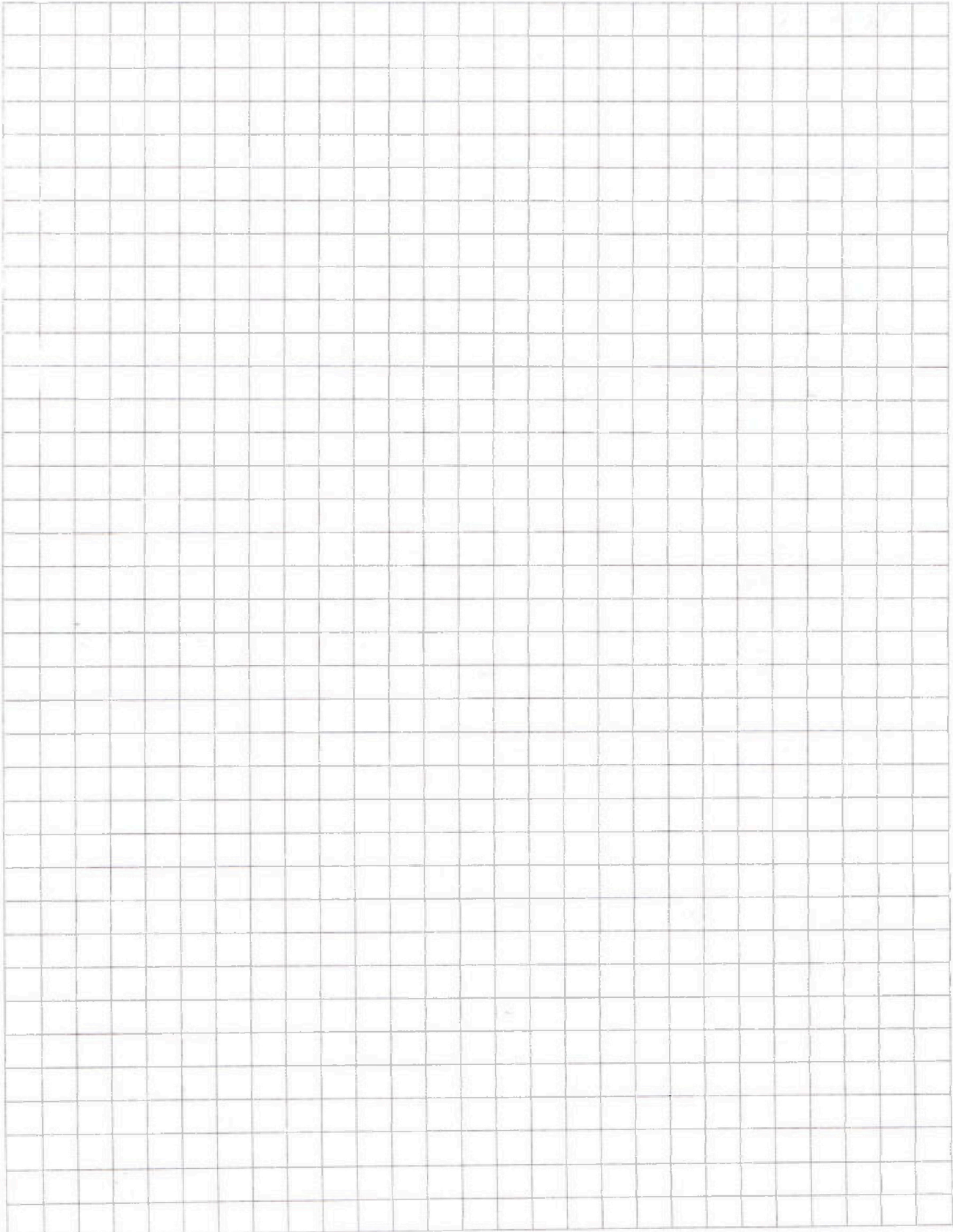


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$14x + 7y$$

$$14x + 7y = 7x + 7x + 7y$$

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$(4x - 3y)^2 \leq 36 \quad (3x - 4y)^2 \leq 64$$

$$16x^2 - 12 \cdot 2xy + 9y^2 \leq 36 \quad 9x^2 - 12 \cdot 2xy + 16y^2 \leq 64$$

$$7y^2 - 7x^2 \leq 64 - 36 = 28$$

$$y^2 - x^2 \leq 4$$

$$1) \quad 4x \geq 3y \Rightarrow x \geq \frac{3}{4}y \quad x \geq \frac{4}{3}y \quad 3x \geq 4y \Rightarrow x \geq \frac{4}{3}y$$

$$(y-x)(y+x) \leq 4$$

$$4x - 3y \leq 6$$

$$3x - 4y \leq 8$$

$$x + y \leq -2$$

$$14x + 7y = 14(x+y)$$

$$7x - 7y \leq 14$$

$$7y - 7x \geq 14$$

Макс:  $3+4+5+5+4+4+6 = 3+3 \cdot 4+2 \cdot 5+6 = 3+12+10 = 25$

1346 и мин:  $3+5+5+4 = 17$

$$4x + 4y - 3x - 3y$$

$$2) \quad 4x \geq 3y \quad x \geq \frac{3}{4}y$$

$$3x \leq 4y \quad x \leq \frac{4}{3}y$$

$$4x - 3y \leq 6 \cdot \frac{3}{4}$$

$$4y - 3x \leq 8 \cdot \frac{3}{4}$$

$$x + y \leq 14$$

$$7x - 7y \leq 14$$

$$7x - 7y \leq 14$$

$$3y - \frac{2}{3}x \leq 6$$

$$x(4 - \frac{2}{3}) \leq 12$$

$$3x - \frac{2}{3}y \leq \frac{9}{2}$$

$$4y - 3x \leq 8$$

$$y(4 - \frac{2}{3}) \leq 8 + \frac{2}{3} = \frac{16+2}{3}$$

$$y \cdot 7 \leq 50$$

$$x \cdot 7 \leq 48$$

$$3) \quad x \leq \frac{3}{4}y$$

3

$$3y - 4x \leq 6$$

$$4y - 3x \leq 8$$

$$7y - 7x \leq 14$$

$$y + x \leq 2$$

$$y \leq \frac{50}{7}$$

$$x \leq \frac{48}{7}$$

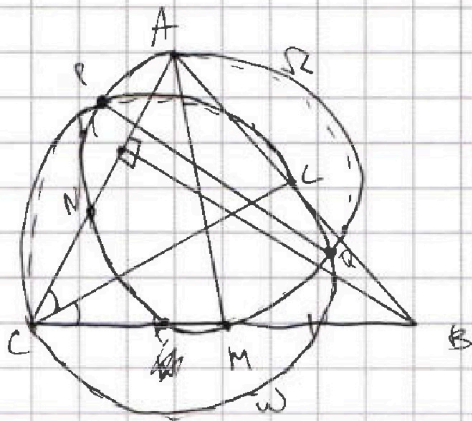


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



AM -  $\Omega$   
CL -  $\omega$

Ac

AB = 26

BC

AN = 20

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \\ 4x^4 + x + 5\sqrt{x} = 4y^4 + y + 5\sqrt{y} \end{cases}$$

$$4x^4 + 4\sqrt{x} + x + \sqrt{x}$$

Замена  $\sqrt{x} = t$   $p = \sqrt{y}$

$$x^4 = ((\sqrt{x})^4)^4 = t^{16} \quad x = t^4$$

$$4t^{16} + 5t + t^4 = 4p^{16} + 5p + p^4$$

$$4t^{16} + 4t + t + t^4 = 4t(t^{15} + 1) + t(t^3 + 1) =$$

$$\cancel{4t^{15} + 4t^{15} + 4t^{15} + 4t^{15}} + \cancel{4t + 4t + 4t + 4t} + t(t^3 + 1) =$$

$$t^{15} + 1 = (t^3 + 1)($$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_5 = 6x + 18$$

$$-4 + 9 = 5$$

$$-3 + 9 = 6$$

$$a_7 = (x^2 - 4x)^2$$

$$4d = -3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2 = -x^4 + 8x^3 - 19x^2$$

$$a_{11} = (-3x^2)$$

$$a_7 = 2d + 6x + 18 = (x^2 - 4x)^2 = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

$$a_{11} = 4d + (x^2 - 4x)^2 = -3x^2$$

d =

$$a_{11} = 6d + 6x + 18 = -3x^2$$

$$\begin{array}{r} -3x^2 - 6x - 18 \mid 6 \\ \underline{-3x^2 - 18} \phantom{-6x} \\ -6x \phantom{-18} \\ \underline{-6x} \\ -18 \\ \underline{-18} \\ 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} 6 \\ -\frac{1}{2}x^2 - x - 3 = d \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} -x^4 + 8x^3 - 19x^2 \mid 4 \\ \underline{-x^4} \phantom{+8x^3} \\ 8x^3 - 19x^2 \\ \underline{-8x^3} \\ -19x^2 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} 4 \\ -\frac{1}{4}x^4 + 2x^3 - \frac{19}{4}x^2 = d \end{array} \right.$$

W3

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$$

$$1) A = 13q^2 \quad B = 3p^2$$

$$(m-n)(m-n+9) = 13p^2 \Rightarrow p=2 \Rightarrow (m-n)(m-n+9) = 13 \cdot 4 = 52$$

$$mn(m-n+3) = 3q^2$$

$$1) \begin{cases} m-n=4 \\ m-n+9=13 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} m-n=-13 \\ m-n+9=-4 \end{cases}$$

$$2) A = 3q^2 \quad B = 13p^2$$

$$(m-n)(m-n+9) = 3q^2 \Rightarrow q=2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (m-n)(m-n+9) = 3 \cdot 4 = 12$$

$$m-n = x \quad x(x+9) = 12$$

$$x^2 + 9x - 12 = 0 \quad D = 81 + 4 \cdot 12 = 81 + 48 = 129 - \text{не квадрат}$$

нет ~~реш~~ цел. корней.

$$7mn = 3q^2, q=7$$

$$\begin{cases} mn = 21 \\ m+n = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=7 \\ n=-3 \end{cases} \quad \begin{cases} m=-3 \\ n=7 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y \end{cases}$$

$$(x+6)(5-y) = 30 + 5x - 6y - xy$$

$$\begin{cases} 4x^4 + x + 5\sqrt[4]{x} + x = 4y^4 + 5\sqrt[4]{y} + y \\ \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \end{cases}$$

$$17 \cdot 4 = 40 + 28 = 68$$

$$4x^4 + 4\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{x} + x = 4x \left( x^3 + \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} \right) + 4x \cdot x^3 + \frac{5x}{\sqrt[4]{x^3}} + x$$

$$16 - 64 + 17 \cdot 4 - 8 - 12 =$$

(N1)

$$d = -\frac{1}{2}x^2 - x - 3 = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^3 - \frac{19}{4}x^2 - x^4 + 8x^3 - 19x^2 + 2x^2 + 4x + 12$$

$$2d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18$$

$$16 + 4 \cdot 12 = 16 + 48 = 64$$

$$6d = -3x^2 - 6x - 18$$

$$y^2 - 4x - 12$$

$$4d = -x^4 + 8x^3 - 19x^2$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 4 \cdot 12}}{2}$$

$$\frac{4 \pm 8}{2}$$

$$3(x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18) = -3x^2 - 6x - 18$$

$$x = \frac{4 \pm 8}{2}$$

$$3x^4 - 24x^3 + 48x^2 - 18x - 54 = 0 \quad | :3$$

$$x = -2$$

$$x = 6$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 12 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 + x^2 - 4x - 12 = 0$$

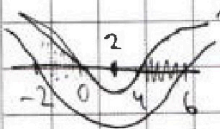
$$x^2(x-4)^2 + (x-6)(x+2) = 0$$

$$(x-2-2)^2(x-2+2)^2 + (x-2-4)(x-2+4) = 0$$

$$x-4 = -1 \pm \sqrt{7} \Rightarrow x = 3 \pm \sqrt{7}$$

$$x-4 = -1 + \sqrt{7} \Rightarrow x = 3 + \sqrt{7}$$

$$x = 3 \pm \sqrt{7}$$



$$t^2 + (t-2)(t+6) = 0$$

$$x \in [-2; 0] \quad t^2 + t^2 + 4t - 12 = 0$$

$$2t^2 + 4t - 12 = 0$$

$$(x-2)^2 - 4^2 + (x-2)^2 - 16 = 0$$

$$x \in [4; 6]$$

$$t = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 6}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{28}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{7}}{2} = -1 \pm \sqrt{7}$$

$$1 \cdot 25 +$$



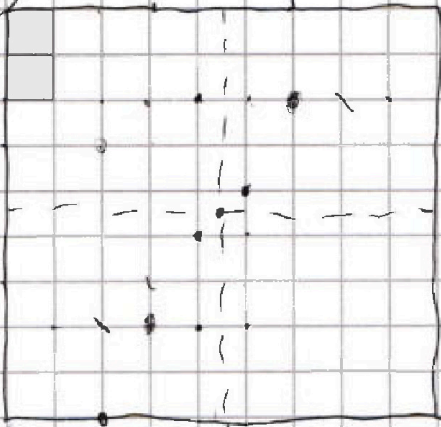
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6



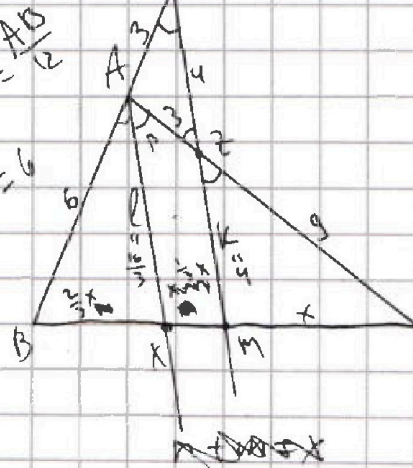
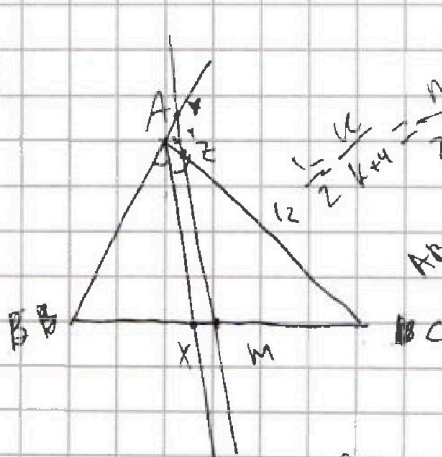
1 точка в III четверти  
25 вариантов

Равных при симметрии и повороте:

- 1) ~~25~~ 25 (20 раз сим)
- 2) 25 (93 раз сим)

$$25 \cdot (25 + 25) = 50 \cdot 25 = 1250 \cdot 2 - 50 = 2500 - 50 = 2450 + \frac{25 \cdot 24}{2}$$

№9



$$\begin{aligned} \frac{3}{2}n &= x \\ n &= \frac{2}{3}x \\ 2x - n &= 2x - \frac{2}{3}x \\ &= \frac{4}{3}x \end{aligned}$$

$$\frac{x}{n} = \frac{k+4}{l} \quad \frac{n}{x} = \frac{l}{k+4}$$

$$\frac{n}{2x-n} = \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{12}$$

$$\frac{4}{l} = \frac{3}{9} \quad \frac{x}{2x-n} = \frac{k}{l} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{3}{4} \cdot 2x - n \cdot \frac{3}{4}$$

$$l = \frac{16}{3} \Rightarrow k = \frac{3}{4}l = \frac{3}{4} \cdot \frac{16}{3} = 4$$

$$x = \frac{3}{2}x - \frac{3}{4}n \quad \frac{3}{4}n = \frac{1}{2}x$$

$$\frac{4}{l} + \frac{3}{4} = \frac{3}{2} = \frac{x}{n} = \frac{x}{2x-n} + \frac{4}{l}$$

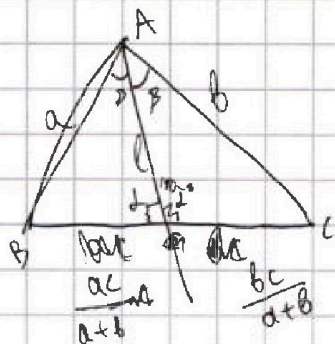


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$l =$

$$S = a \cdot b \cdot \sin \alpha \cdot \frac{1}{2}$$

$$S = a \cdot l \cdot \sin \alpha \cdot \frac{1}{2} + b \cdot l \cdot \sin \alpha \cdot \frac{1}{2}$$

$$ab \sin \alpha \cos \beta = \frac{l \sin \alpha (a+b)}{2}$$

$$2ab \cos \beta = l(a+b)$$

$$l = \frac{2ab \cos \beta}{a+b}$$

$$l = \frac{16}{3}$$

$$\cos \beta = \frac{l(a+b)}{2ab}$$

$$a = 6$$

$$b = 12$$

~~$$(x + \frac{1}{3}x)^2 = l^2 + AC^2 - 2l \cdot AC \cdot \cos \beta$$~~

~~$$x^2(1 + \frac{1}{3})^2 = \frac{256}{9} + 12^2 - 2 \cdot \frac{16}{3} \cdot 12 \cdot \frac{\frac{16}{3} \cdot (6+12)}{2 \cdot 6 \cdot 12} =$$~~

~~$$= \frac{256}{9} + 144 - \frac{256}{3} = 144 - \frac{512}{9}$$~~

~~$$x = \sqrt{\frac{144 - \frac{512}{9}}{1 + \frac{1}{3}}}$$~~

~~$$x = \frac{\sqrt{144 - \frac{512}{9}}}{1 + \frac{1}{3}}$$~~

~~$$\begin{array}{r} -81 \\ +16 \\ \hline 97 \\ -48 \\ \hline 49 \end{array}$$~~

$\Delta MZC$ :

$$x^2 = 9^2 + 4^2 - 2 \cdot 9 \cdot \frac{\frac{16}{3} \cdot (6+12)}{2 \cdot 6 \cdot 12} = 9^2 + 4^2 - \frac{8 \cdot 18}{3} = 9^2 + 4^2 - 48$$

$$x^2 = 81 + 16 - 48 = 49$$

$$x = 7$$

$$2x = 14$$