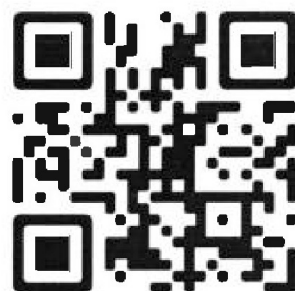




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что $a - b = 12$, а значение выражения $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$ равно $19p^4$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 6$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{3}{4}$.
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парты рассчитаны на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наибольшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 12$.
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Д1 :

$$x^2 + 4\sqrt{t}x + 9t^2 - 9 = 0$$

2 корня, значит $D > 0$

$$D = (4\sqrt{t})^2 - 4(9t^2 - 9) = 32t^2 - 36t^2 + 36 = 36 - 4t^2 = 4(9 - t^2) > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9 - t^2 > 0 \Rightarrow t^2 < 9 \Rightarrow t \in (-3; 3). \quad (1)$$

добавим числ (пот. чисел)

$$x_1 \cdot x_2 = 9t^2 - 9 > 0 \Rightarrow t^2 > 1 \Rightarrow t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \quad (2)$$

пересечение

(1) и (2) найдем:

$$\text{Ответ: } t \in (-3; -1) \cup (1; 3).$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение:

$$a - b = 12 \Leftrightarrow a = 12 + b \quad (1)$$

$$\underbrace{a^2 + 2ab + b^2}_{(a+b)^2} + \underbrace{3a + 3b}_{3(a+b)} = 19p^n, \text{ где } p - \text{ простое число}$$

$$(a+b)^2 + 3(a+b) = 19p^n \Leftrightarrow (a+b)(a+b+3) = 19p^n \quad | \text{ подставим (1):}$$

$$(12+b)(15+2b) = 19p^n \Leftrightarrow 2(b+6)(15+2b) = 19p^n \rightarrow \text{левая часть } : 2,$$

значит $p^n : 2$, но $19 \nmid 2 \Rightarrow p^n : 2$, а значит т.к. p - простое число $\rightarrow$

$$\Rightarrow p = 2, \text{ а } p^n = 16, \text{ получается: } 2(b+6)(15+2b) = 19 \cdot 2^4 :$$

~~$$(b+6)(15+2b) = 19 \cdot 2^3$$~~

т.к. $(15+2b) \nmid 2$ при любом b (т.к. $2b : 2$, а $15 \nmid 2$) $\Rightarrow b+6 : 2^3$, тогда

$$15+2b : 19 \quad (\text{т.к. если } b+6 : 19 \Rightarrow \text{противоречие } 2(b+6)(15+2b) > 19 \cdot 2^4)$$

$$\text{т.к. } b = 2 \quad (\text{т.к. при любом } b > 2 \quad 2(b+6)(15+2b) > 19 \cdot 2^4 \text{ (т.к.}$$

$$b+6 > 2^3; 15+2b > 19), \text{ а } b=1 \text{ не подходит и } b=0 \text{ не подходит}$$

$$\text{т.к. } b \in \text{натур. числам}), \text{ тогда } a = 12 + b = 14.$$

Ответ: 14 и 2.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение:

① $\angle PCA$: $CP = PM$ (по условию) $\Rightarrow$
 $AP \parallel DM$ (по условию)

$\Rightarrow$ по Т. Фалеса $AB = AC$ (пусть $= x$)

значит т.е. $AC = AP \Rightarrow AB = AP + AC = 2x$

по Т. Лемма

② $\triangle ABC$ - равнобедренный AD : ~~высота~~

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BX}{XA} \cdot \frac{AD}{DC} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{2} \cdot \frac{BX}{x} \cdot \frac{x}{2x} = 1 \Leftrightarrow \frac{BX}{x} = 1 \Rightarrow BX = AP =$$

$$= \frac{1}{2} AB = x$$

③ $\triangle DXC$: XA медиана (т.е. $DA = AC$) $\Rightarrow \triangle DXC$ - прямоугольный ($\angle DXC = 90^\circ$)
 $XA = \frac{1}{2} AC (= x)$ - катет. прямоугольного тр-ка.

④ $DM \parallel AP$ (по условию), значит $\angle XDC = \angle PAC$ (соответственные углы при параллельных прямых и секущей DC) - ~~то~~ св-во паралл. прямых.

значит $\cos(2\angle XDC) = \cos(2\angle PAC) = -\frac{3}{4}$

⑤ $\cos(2\angle PAC) = \cos^2 \angle PAC - \sin^2 \angle PAC \Rightarrow \cos(2\angle PAC) + 2\sin^2 \angle PAC = 1$

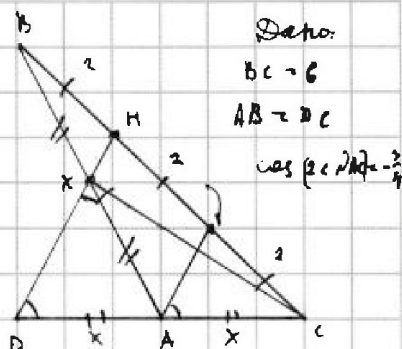
$\Rightarrow -\frac{3}{4} + 2\sin^2 \angle PAC = 1 \Rightarrow \sin \angle PAC = \sqrt{\frac{1+\frac{3}{4}}{2}} = \sqrt{\frac{7}{8}} = \sin \angle DAC (73)$

поэтому определяем $\sin$: $\sin \angle XDC = \frac{XC}{DC} \Rightarrow \sqrt{\frac{7}{8}} = \frac{XC}{2x} \Rightarrow XC = 2x \sqrt{\frac{7}{8}} =$

$= x\sqrt{3.5}$

⑥ $\triangle ABC$: по формуле косинусов

$CX^2 = \frac{2AC^2 + 2BC^2 - AB^2}{4} \Rightarrow x^2 \cdot 3.5 = \frac{2x^2 + 2x^2 - 4x^2}{4} = \frac{0}{4} = 0$ (ошибка в оригинале)





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(*) \quad x^1 = \frac{x^3}{x_2^2} \Rightarrow x = 3\sqrt{\frac{1}{2}} = 4,5\sqrt{2} \quad (x - 2 \cdot x > 0) \quad \rightarrow \quad AB = 2x = 3\sqrt{2}.$$

Ответ: $3\sqrt{2}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

24:

Представим себе этот класс и определим цветной шар

цветной шар

		(1)	(2)	(3)	(4)
(т.е. тот на котором никто не берет)	1 шар	☐	☐	☐	☐
Теперь каждый выбирает по одному шару	2 шара	☐	☐	☒	☐
Результат: первое можно выбрать 11 способами,	3 шара	☐	☐	☐	☐

2-го : 10-го, 3-го : 9-го, т.е. всего 11-10-9 способов, а теперь заметим

что т.к. есть 4 цвета шаров $\Rightarrow$ есть только 1 способ расставить шары

Этот ряд 3-ий ряд. На 1-й шар синий шар, на 2-й

средний по ряду, а на 3-ий синий шар. т.е. есть

11-10-9 способов выбрать 1 ряд. аналогично с (2) и (4), получим уже

11-10-9-8-7-6-5-4-3 способов, а оставшиеся 2-х шаров можно

выбрать из одного т.к. цветной шар - средний, т.е. нет.

$\frac{11!}{2!} = 2$ способа, но не стоит забывать, что сам этот цветной шар

может быть поставлен в ряд, то этот ряд в итоге тоже нужно

рассчитать т.е. $\frac{11!}{2!}$ вариантов. Теперь рассмотрим на размещение цветного

шара: 8 вариантов на 1-й и 3-й шар ($\frac{11!}{2!}$ вариантов - у нас)

и 4 варианта на 2-й шар ($\frac{11!}{4!} \cdot 2$ способа - у нас) в итоге получим

$$\frac{11!}{2!} \cdot 8 = \frac{11!}{2!} \cdot 2 \cdot 4 = 11! \cdot 8 \text{ вариантов.}$$

Ответ: $11! \cdot 8$ способов



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

25:

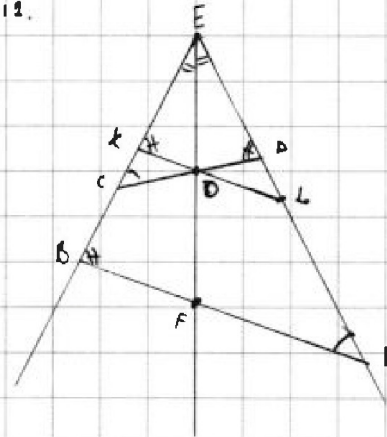
BE = 12.

① Если ABCD - выпуклый четырехугольник, значит

~~∠A + ∠B + ∠C + ∠D = 360°~~

$$\angle CBA + \angle CDA = 180^\circ \text{ (сб. во выпуклом)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle EBA = \angle EDC.$$



② Проведем KL || AB ^{через O} $\Rightarrow \angle ABE = \angle LKE$ (т.к. они соответственные...),

значит $\angle LKE = \angle CDE$ ($\angle EBA$)

③ $\triangle EKO \sim \triangle EDO$:

O - точка пер. биссектр. ABE

$\angle KEO = \angle DEO$ (т.к. ~~EO - биссектр. ABE~~)

$$\angle EKO = \angle EDO \text{ (зг.)}$$

EO - одна сторона

$$\Rightarrow \angle EOK = \angle EOD$$

$\Rightarrow \triangle EKO = \triangle EDO \Rightarrow$
(по двум углам и общей стороне)
 $\Rightarrow EK = EO = ED = DO$

то

④ Пусть $EO \cap BA = F$, тогда обозначим BE за a; EA за b; а BA за c:

$$\frac{BF}{FA} = \frac{BE}{EA} = \frac{a}{b} \text{ (сб. во биссектр. из-за)} \Rightarrow BF = c \cdot \frac{a}{a+b}$$

$$BF + FA = BA = c$$

⑤ BO - биссектр. $\angle EBF$ (по угу) $\Rightarrow \frac{EO}{OF} = \frac{EB}{BF} = \frac{a}{c \cdot \frac{a}{a+b}} = \frac{a+b}{c}$ (сб. во биссектр. из-за)

$$\text{тогда } \frac{EO}{EF} = \frac{EO}{EO+OF} = \frac{a+b}{a+b+c}$$

⑥



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⑥ $\triangle BEF \sim \triangle KEO$ (т.к. $\angle BEF$ - общий, а $BF \parallel KO$) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{EK}{EB} = \frac{KO}{BF} = \frac{EO}{EF} \Rightarrow \frac{EK}{a} = \frac{KO}{ca} \cdot (a+b) \stackrel{(2)}{=} \frac{(a+b)}{a+b+c}$$

$$(1): \frac{EK}{a} = \frac{a+b}{a+b+c} \Rightarrow EK = \frac{a(a+b)}{a+b+c}$$

$$(2): \frac{KO}{ca} \cdot (a+b) = \frac{(a+b)}{a+b+c} \Rightarrow KO = \frac{ac}{a+b+c}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow EK + KO &= \\ &= \frac{a(a+b) + ac}{a+b+c} = \\ &= \frac{a(a+b+c)}{a+b+c} = a = 12 \end{aligned}$$

значит т.к. $EK + KO = EO + DO$ (3) $\Rightarrow EO + DO = a = 12$.

Ответ: 12



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение:

Представим себе эту систему из деревьев и дорог, как граф, в котором
деревья - вершины, а дороги - рёбра. Тогда т.к. из каждой деревни можно
пойти в каждую $\rightarrow$ это связный граф, а т.к. только одним способом $\rightarrow$
 $\rightarrow$ нет циклов (т.к. ~~если~~ ^{если} 4 есть два разных способа) $\rightarrow$ этот граф -
дерево, а в дереве число вершин на 1 больше числа рёбер. Найдём
число рёбер: т.к. из всех вершин кроме 4-х выходит по 1 дороге $\rightarrow$
 $\rightarrow$ эти 4 вершины связаны между собой (т.к. из каждой можно пойти
в каждую дорогу только через эти 4), а т.к. нет циклов $\rightarrow$ они
соединены 3 рёбрами, тогда общее число рёбер: $5 + 6 + 7 + 9 - 3 =$
 $= 24$, а вершин: $24 + 1 = 25$
Ответ: 25



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

P7:

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2$$

рассмотрим 2 корня квадратной:

① $\sqrt{1 - |x - y - 1|} = ?$ $\sqrt{1 - \text{выражает значение}}$

это к чему $\sqrt{1 - \text{выражает значение}}$ т.с. возможные результаты:

② $\sqrt{1 - 0} = 1$ или $\sqrt{1 - 1} = 0$ в других случаях значение корня не

определяется

③ $|x - y - 1| = 0 \Rightarrow x - y = 1$

④ $|x - y - 1| = 1 \Rightarrow \cancel{x - y - 1 = 1} (x - y = 0 \Leftrightarrow x = y)$ или $(x - y = 2)$

т.с. к чему: $x - y = 0$ или 1 или 2.

⑤ $\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} = ?$ разделим на 2 части.

$2x - x^2 \rightarrow$ принимает значения: $(-\infty; 1]$ ($\rightarrow (x - 1)^2 + 1$)

$-2y - y^2 \rightarrow$ принимает значения $(-\infty; 1]$ ($\rightarrow \frac{1}{2} (y + 1)^2 + 1$)

а в сумме получается принимает значения $(-\infty; 2]$, т.с.

или увеличивается корень: 0 или 1 или $\sqrt{2}$, остальные с увеличением корня $y = 1$

получает в итоге: $(0 \text{ или } 1 \text{ или } \sqrt{2}) + (0 \text{ или } 1) = 2$ не подходит

предположим получаем, что $\frac{1}{2} + 1 = 2$, т.с. оба значения: +1, ~~и~~.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 2x - 2y - x^2 - y^2 = 1, \\ \sqrt{2 - (x - y - 1)} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - x^2 - 2y - y^2 = 1, & (1) \\ x - y - 1 = 0 & (2) \end{cases}$$

(1): известно что: $2x - x^2 \in (-\infty; 1]$; $-2y - y^2 \in (-\infty; 1]$ т.е. 2 берем.
используем

$$\begin{cases} 2x - x^2 = 1 \\ -2y - y^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \text{ или } y = -1 \end{cases}$$

(2) $x = y + 1$

переводим, получаем 2 корня: $(1; 0)$ и $(0; -1)$.

Ответ: $(1; 0)$; $(0; -1)$.

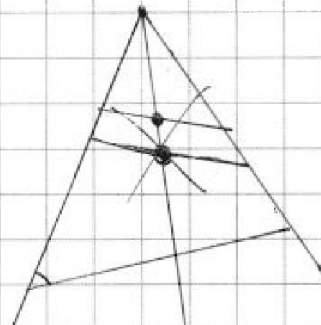
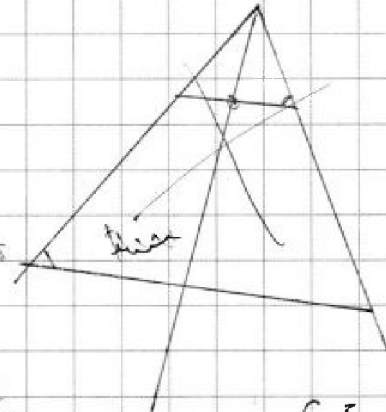
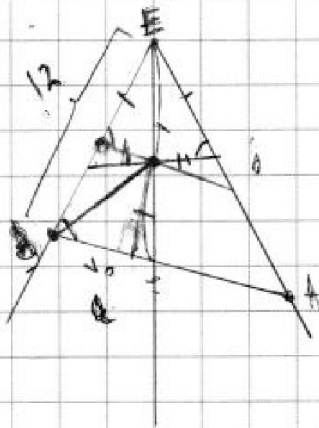


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

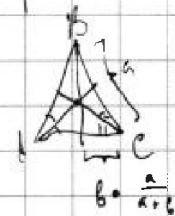
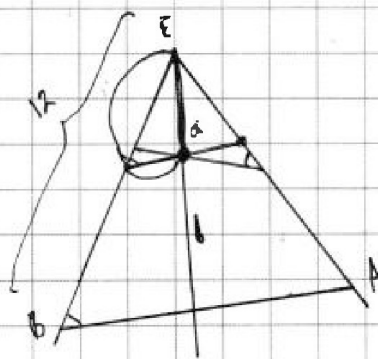
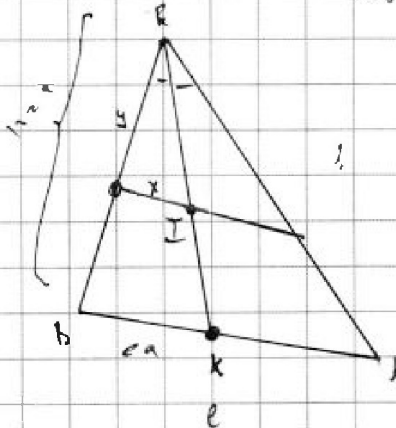
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a + b \cdot \frac{a}{a+b} = a$$



$$b = \frac{a}{a+b}$$

$$\frac{EI}{IK} = \frac{EI}{AK} = \frac{b}{c \cdot \frac{a}{a+b}} = \frac{a+b}{c}$$

$$\Rightarrow \frac{IK}{EK} = \frac{a+b}{a+b+c} \Rightarrow x = \frac{(a+b)}{a+b+c} \cdot c \cdot \left(\frac{a}{a+b}\right)^2 = \frac{ac}{a+b}$$

$$y = \frac{a+b}{a+b+c} \cdot a$$

$$x+y = \frac{(a+b)a + ac}{a+b+c} = a \cdot \frac{a+b+c}{a+b+c} = a$$

$$12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 4$$

1 способ.

$$\frac{12!}{3!} \cdot 8 + \frac{12!}{2!} \cdot 4 \cdot 2$$

$$\cos 30 = \cos^2 45 - \sin^2 45, \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$\cos 60 = \cos^2 30 - \sin^2 20$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

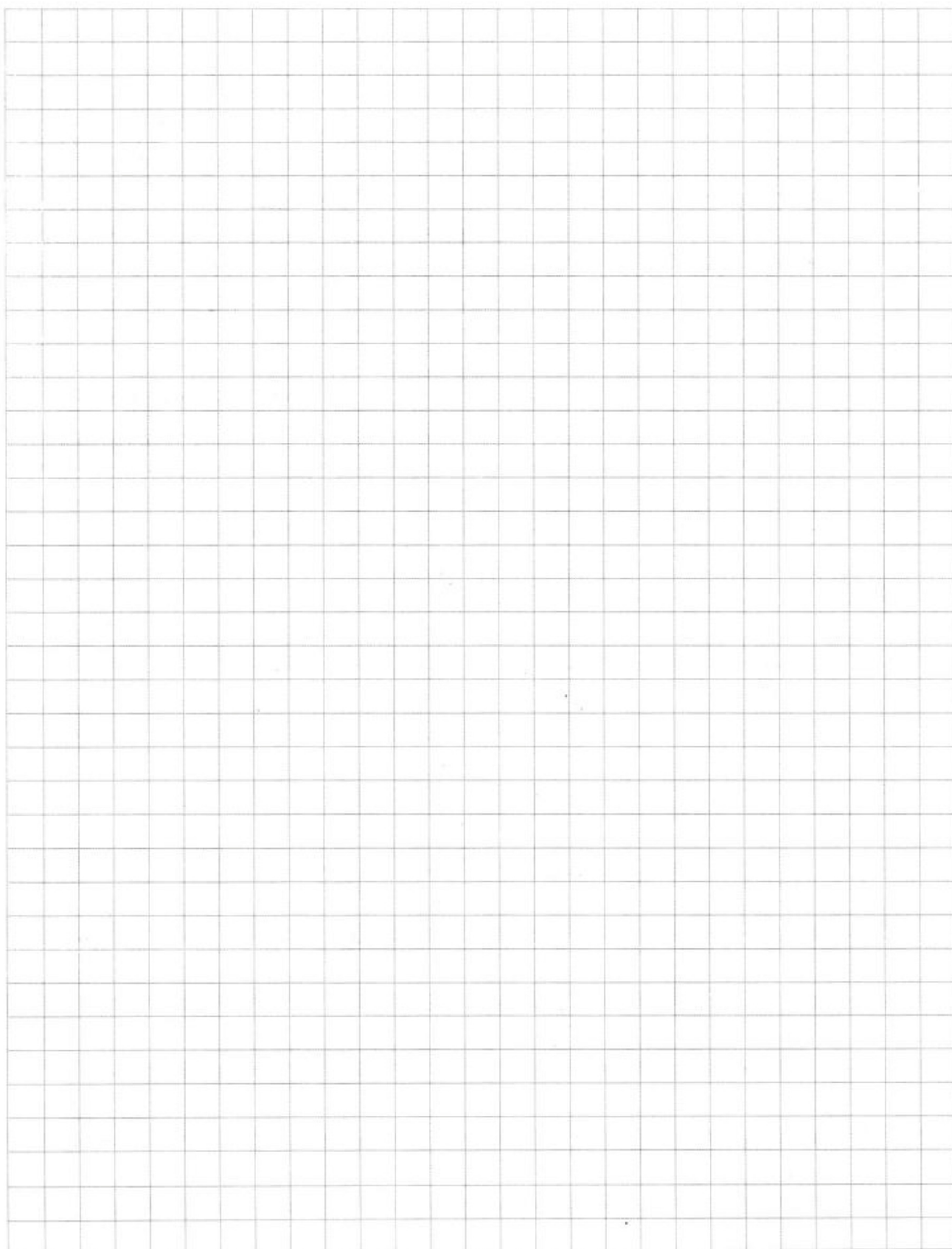
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



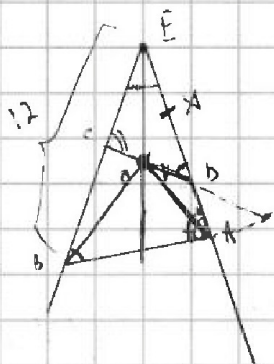


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

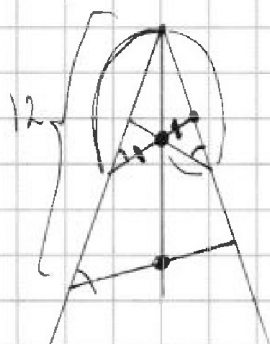
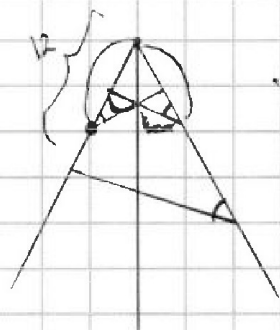
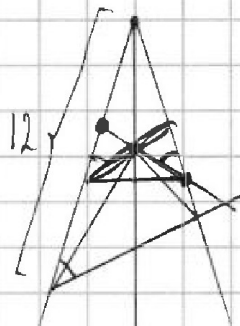
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



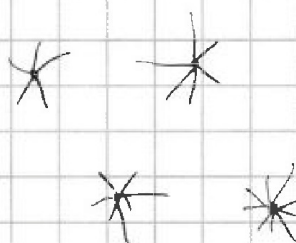
$$\frac{ED}{CD} = \frac{BE}{AB}$$

$$\frac{ED}{EC} = \frac{EB}{EA} = \frac{DO}{OC}$$

$$DO + ED =$$



гипот.



$$2 + 6 + 7 + 5 = 20$$

$$-4 \cdot 27 + 1 = 26 \text{ км}$$

$$0 \text{ км} \text{ и } 57$$

$$(4x-2y) \text{ км}$$

$$0 \text{ км} \text{ и } 1 \text{ км}$$

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$$

$$2x-2y-x^2-y^2$$

$$\textcircled{1} 2x-2y-x^2-y^2=1; 1-|x-y-1|=1$$

$$\textcircled{2} 2x-2y-x^2-y^2=0; 1-|x-y-1|=0$$

$$\textcircled{3} 2x-2y-x^2-y^2=4; 1-|x-y-1|=0$$

$$\text{так } x-y-1 \in [-1; 1]$$

$$x-y \in [-2; 0]$$

$$2x-2y-x^2-y^2 > 0$$

$$\begin{aligned} x &= 1 \\ 2x-x^2 &\in (-\infty; 1] \\ -2y-y^2 &\in (-\infty; 1] \\ y &= 0 \end{aligned} \quad \left| \begin{aligned} &[-\infty; 2] \\ &[0; 2] \end{aligned} \right.$$



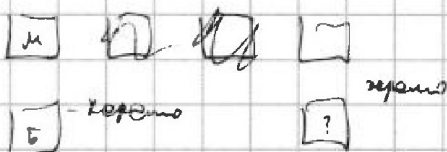
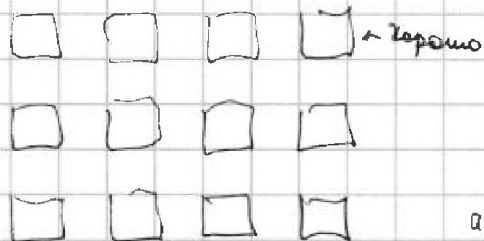
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$a_1; a_2; \dots; a_n$

① За a_{10} можно не искать

② За a_{10} можно искать только a_{11}

a_1 a_4 a_7 a_{10}

a_1 a_3 a_5 a_7

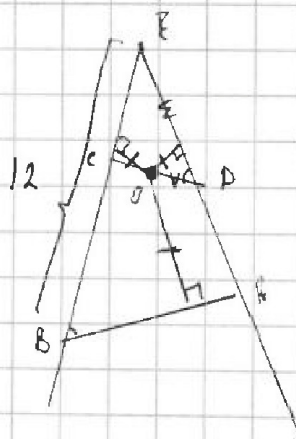
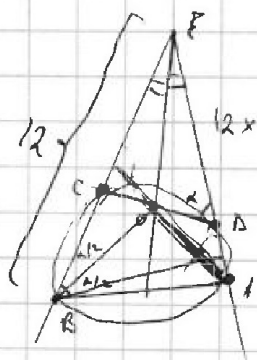
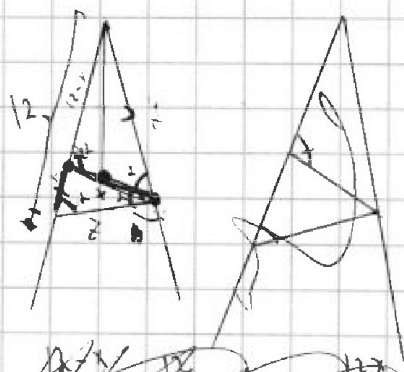
12+11

a_2 a_5 a_6 a_{11}

a_4 a_{10} a_7 a_5

a_3 a_6 a_9

a_8 a_{11} a_{11} a_6



$$\begin{cases} \frac{12}{x} = \frac{y}{x} \Rightarrow z = \frac{12x}{y} \\ \frac{12-x}{x} = \frac{y}{x} \Rightarrow \frac{12-x}{x} = \frac{y^2}{12x} \Rightarrow y = \sqrt{144-12x} \end{cases}$$

$$y = \frac{y}{12-x+y} \cdot x = \sqrt{144-12x}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + \frac{4\sqrt{2}}{t}x + \frac{9t^2 - 9}{t^2} = 0$$

$$D = 32t^2 - 36t^2 + 36 = 4t^2 + 36 \geq 0$$

$$x = \frac{-2t^2 \pm \sqrt{4t^2 + 36}}{2} = -t^2 \pm \sqrt{t^2 + 9} - 2\sqrt{2}t$$

$$x_1, x_2 = -t^2 \pm \sqrt{t^2 + 9} - 2\sqrt{2}t$$

$$x_1 \cdot x_2 = 9t^2 - 9 > 0 \Rightarrow t^2 \in (1; +\infty) \Rightarrow t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$$

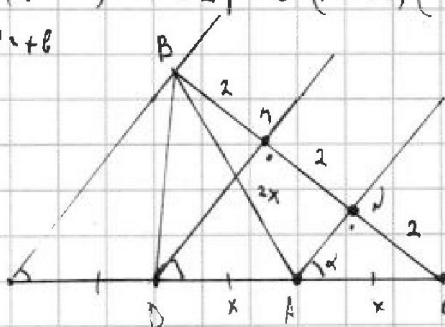
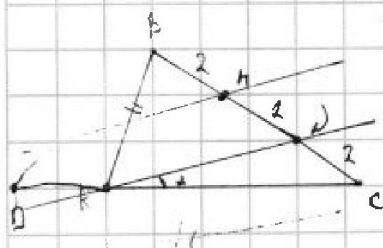
$$x_1 + x_2 = -4\sqrt{2}t$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = (a+b)(a+b) = 19p^4 = (12+2b)(15+2b) = 19p^4$$

$$12 + 2b = 2^4 = 16 \Rightarrow b = 2; a = 14$$

$$\cos(2\angle D) = -\frac{3}{4}$$

$$\cos 2\angle = -\frac{3}{4}$$



$$\cos 2\angle = \cos^2 \angle - \sin^2 \angle$$

$$\cos 60 = \cos^2 30 - \sin^2 30 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \angle BAC = \frac{x^2 + 4x^2 - 1^2}{2x^2} = \frac{5x^2 - 1}{2x^2}$$

$$4 = x^2 + 4x^2 + 2x \cdot 1 \cdot \frac{3}{4} \Rightarrow 4x^2 + 1.5x + x^2 - 4 = 0$$

$$D = 2.25x^2 - 4x + 16 = 16 - 1.75x^2$$

$$1.75x^2 - 4x + 16 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 11.75x^2}}{2} = 1.5x$$

$$2\sin^2 \angle = \frac{3}{4} \Rightarrow 2\sin^2 \angle = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin^2 \angle = \frac{3}{8} \Rightarrow \sin \angle = \sqrt{\frac{3}{8}}$$

$$\frac{2 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1^2 - 2x^2}{2} = 2x^2 \Rightarrow 1.75x^2 + 2x^2 = 1.75x^2 \Rightarrow x = \sqrt{8x^2 - 6} = 2$$