



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



- [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что $a - b = 12$, а значение выражения $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$ равно $19p^4$, где p - некоторое простое число. Найдите числа a и b .
- [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 6$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{3}{4}$.
- [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
- [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наибольшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 12$.
- [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

v 1

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$$

По теореме обратной теореме Виета произведение корней равно свободному члену $9t^2 - 9$

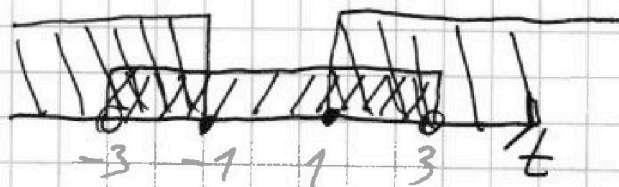
Чтобы у квадратного уравнения было два различных действительных корня, нужно, чтобы его дискриминант был строго больше нуля.

Получаем систему:

$$\begin{cases} 9t^2 - 9 \geq 0 \quad | :9 \\ (4\sqrt{2}t)^2 - 4(9t^2 - 9) > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} t^2 - 1 \geq 0 \\ 32t^2 - 36t^2 + 36 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (t+1)(t-1) \geq 0 \\ -4t^2 + 36 > 0 \quad | : (-4) \end{cases} \quad \begin{cases} (t+1)(t-1) \geq 0 \\ t^2 - 9 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (t+1)(t-1) \geq 0 \\ (t-3)(t+3) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$



$$t \in (-3; -1] \cup [1; 3)$$

$$\text{Ответ. } t \in (-3; -1] \cup [1; 3)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a - b = 12 \Rightarrow a = 12 + b \quad \sqrt{2}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = 19p^4$$

$$(a+b)^2 + 3(a+b) = 19p^4$$

$$(a+b)(a+b+3) = 19p^4$$

Приведем подстановку $a = 12 + b$

$$(12+b+b)(12+b+b+3) = 19p^4$$

$$2(b+b)(2b+15) = 19p^4$$

a и b - натуральные числа, а значит $2(b+b)(2b+15)$ - тоже натуральное число.

Слева у нас число, кратное 2 \Rightarrow справа у нас тоже будет число, кратное 2. Также как единственное простое четное число - 2, то p должно быть равным 2, чтобы выполнялось условие кратности 2. Получим:

$$2(b+b)(2b+15) = 19 \cdot 2^4 \quad | : 2$$

$$2b^2 + 15b + 12b + 90 = 19 \cdot 8$$

$$2b^2 + 27b + 90 - 152 = 0$$

$$2b^2 + 27b - 62 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$D = 27^2 - 4 \cdot 2(-62) = 27^2 + 16 \cdot 31 = 729 + 496 = 1225 = 35^2$$

$$b_1 = \frac{-27 - 35}{2 \cdot 2} = -\frac{62}{4} = -15,5 \text{ - не соотв. условию, так как } b \in \mathbb{N}$$

$$b_2 = \frac{-27 + 35}{2 \cdot 2} = \frac{8}{4} = 2 \text{ - соотв. условию, так как } b \in \mathbb{N}$$

$$b = 2$$

$$a = 12 + b$$

$$a = 12 + 2 = 14$$

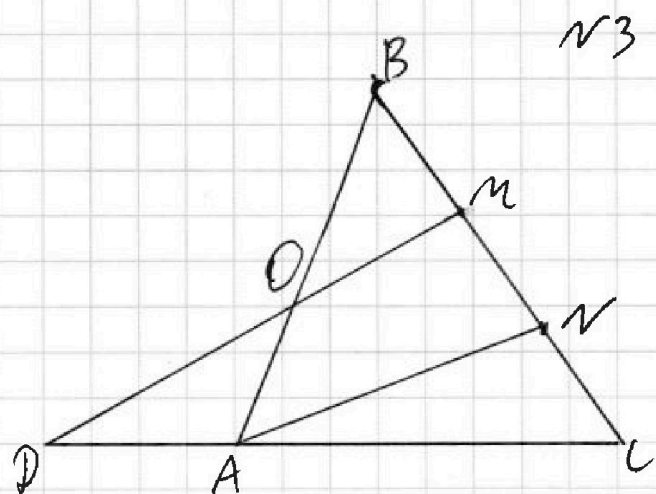
$$\text{Ответ. } a = 14, b = 2$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$
 $BM = MN = NC$,
 $MD \parallel AN$
 $AB = CD$,
 $BC = 6$,
 $\cos(2\angle CAN) = -\frac{3}{4}$
 Найти: AB

Решение

Обозначим точку пересечения AB и MD , как O

$OM \parallel AN \Rightarrow \angle BMO = \angle BNA$ (соответственные),

$\angle BOM = \angle BAN$ (соответственные)

Рассмотрим $\triangle OBM$ и $\triangle ABN$:

$\angle B$ - общий, $\angle BMO = \angle BNA$, $\angle BOM = \angle BAN \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle OBM \sim \triangle ABN$ по двум углам $\Rightarrow \frac{BM}{BN} = \frac{BO}{AB}$

$$\frac{1}{2} = \frac{BO}{AB} \Rightarrow AB = 2BO \Rightarrow AO = OB$$

Заметим теперь теорему Менелая для $\triangle ABC$ и секущей MD

$$\frac{BM}{MC} \cdot \frac{CD}{AD} \cdot \frac{AO}{OB} = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{CD}{AD} \cdot \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow CD = 2AD \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CA = AD$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AB = CD$$

$$AB = 2AO$$

$$CD = 2AD$$

$$2AO = 2AD$$

$$AO = \overset{A}{D} \Rightarrow \triangle DAO - \text{равнобедр.}, \text{ пусть } AO = \overset{A}{D} = x = AC = OB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AB = 2x$$

Пусть $\angle BOM = \alpha$, тогда $\angle BOM = \angle BAN = \alpha$ (соответственные),

$\angle BON = \angle DOA = \alpha$ (вертикальные), $\angle DOA = \angle ADO = \alpha$, так

как $\triangle DAO$ - равнобедр.

$\angle BAC = \angle CAN + \alpha$, $\angle BAC$ - внешний к $\triangle DAO \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle BAC = \alpha + \alpha$$

$$\angle CAN + \alpha = 2\alpha$$

$$\angle CAN = \alpha \Rightarrow \angle BAC = 2\alpha = 2\angle CAN$$

Заменим теорему косинусов для стороны BC $\triangle ABC$

$$AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC = BC^2$$

$$(2x)^2 + x^2 - 2 \cdot 2x \cdot x \cdot \cos(2\angle CAN) = 0^2$$

$$5x^2 - 4x^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) - 36 = 0$$

$$5x^2 + 3x^2 - 36 = 0$$

$$8x^2 = 36$$

$$x^2 = \frac{36}{8} = \frac{9}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}, AB = 2x = 2 \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

Ответ: $AB = 3\sqrt{2}$.

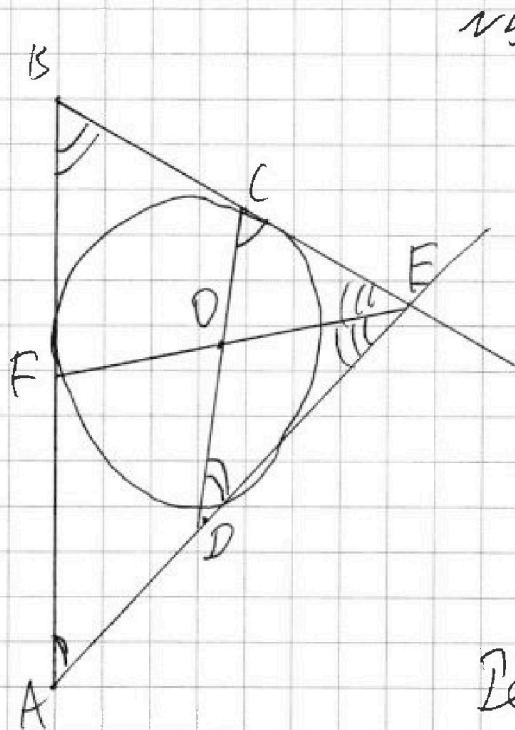


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$ABCD$ - четырехугольник

$$BE = 12$$

$$OE \perp CD$$

Найти:

$$\max(ED + DO) = ?$$

Решение

Поскольку $ABCD$ - вписанный четырехугольник

$$\text{то } \angle BAD + \angle BCD = \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ \Rightarrow \angle BAD = \angle CDE$$

$$\angle ABC = \angle CDE$$

Значит $\triangle CDE \sim \triangle ABE$ по двум углам:

$$\frac{CE}{AE} = \frac{CD}{AB} = \frac{DE}{BE} \Rightarrow ED = \frac{BE \cdot CE}{AE} = 12 \frac{CE}{AE}$$

Проведем диаметр EF , который пересекает CD в точке O . По свойствам диаметра:

$$\frac{OC}{CE} = \frac{OD}{DE} \Rightarrow OD = \frac{OC \cdot ED}{CE}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$EP + PO = 12 \frac{CE}{AE} + \frac{OC \cdot EP}{CE} = 12 \frac{CE}{AE} + 12 \frac{CE}{AE} \cdot \frac{OC}{CE} = 12 \frac{CE}{AE} +$$

$$+ 12 \frac{OC}{AE} = 12 \frac{OC + CE}{AE}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Я написал возле каждого деревца город, поэтому будем считать, что это одно и то же. Заменяем, что модель улиц у одной деревни в другом был единичным, нужно, чтобы мир не было замкнутой фигур, иначе улицы будут несколько. Предполагаем, что у нас будет какой-то город, который мы обозначим как центральный, неважно какой из этих деревень городов будет центральным - какой из них будет центральным - это решит. У центрального города есть улицы в n городов. Будем считать какой-то из n городов и улицы из него будут всего улиц $n-1$ улиц. Аналогично будем для двух других городов. (n - количество дорог из города). Тогда всего городов будет:

$$1 + 5 - 1 + 6 - 1 + 7 - 1 + 9 - 1 + 1 = 1 + 4 + 5 + 6 + 9 = 25$$

Ответ. 25.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2 \quad x, y \in \mathbb{Z}$$

Поскольку $x, y \in \mathbb{Z}$, то $|x-y-1|$ принимает только целые значения и в виду неотрицательности подкоренного выражения, может быть равно, либо 0, либо 1. Рассмотрим все случаи!

$$I \quad |x-y-1| = 0$$

$$x-y-1=0$$

$$x=1+y$$

Подставим

$$\sqrt{2(1+y)-2y-(1+y)^2-y^2} + \sqrt{1-0} = 2$$

$$\sqrt{2+2y-2y-1-2y-y^2-y^2} + 1 = 2$$

$$\sqrt{1-2y-2y^2} = 1$$

$$1-2y-2y^2=1 \quad | \cdot (-1) |$$

$$2y^2+2y=0 \quad | : 2 |$$

$$y(y+1)=0$$

$$y=0 \\ x=1 \quad (1; 0)$$

$$\text{или} \quad y=-1 \\ x=0 \quad (0; -1)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{II } |x-y-1|=1$$

$$x-y-1=-1$$

$$x=y$$

Подставим

$$\sqrt{2x-2x-x^2-x^2} + \sqrt{1-1} = 2$$

$$\sqrt{-2x^2} = 2$$

$$-2x^2 = 4 \quad | : (-2)$$

$$x^2 = -2$$

Получили уравнение x не существует.

$$\text{III } |x-y-1|=1$$

$$x-y-1=1$$

$$x=y+2$$

Подставим

$$\sqrt{2(y+2)-2y-(y+2)^2-y^2} + \sqrt{1-1} = 2$$

$$\sqrt{2y+4-2y-y^2-4y-4-y^2} = 2$$

$$\sqrt{-2y^2-4y} = 2$$

$$-2y^2-4y = 4 \quad | : (-2)$$

$$y^2+2y = -2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y^2 + 2y + 2 = 0$$

$D = 4 - 4 \cdot 2 = -4 \Rightarrow$ корней нет

Получаем только две вершины: $(1; 0), (0; -1)$

Ответ: $(1; 0), (0; -1)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y^2 - 2y - 2 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 2 = 12$$

не совм. уст.

III $x - y - 1 = -1$

$$x - y = 0$$

$$x = y$$

~~$$\sqrt{2x - 2y - x}$$~~

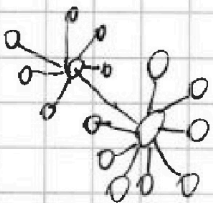
$$\sqrt{2x - 2x - x^2 - x^2} = 2$$

$$\sqrt{-2x^2} = 2$$

$$-2x^2 = 4$$

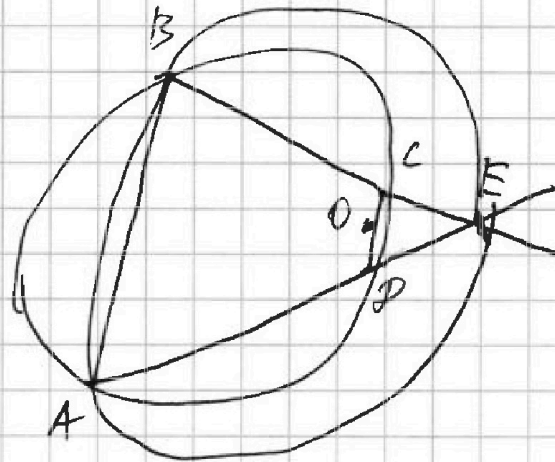
$$x^2 = -2$$

∅



$$1 + 9 + 6 + 5 + 4 = 25$$

$$4 + 5 + 6 + 8 = 23$$

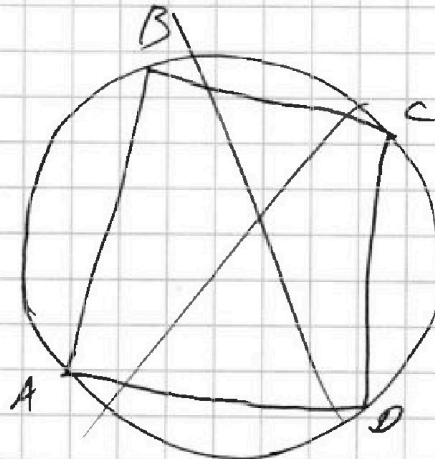


ED + PD - max

BE = 12

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11
48
68

			x
			11
			0



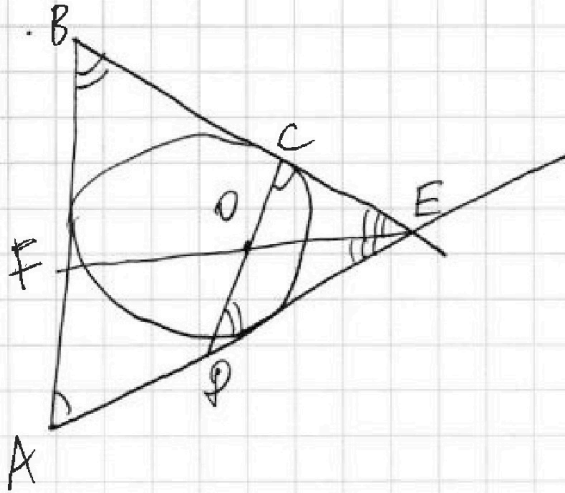


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle A + \angle C = 120^\circ$$

$$\angle B + \angle D = 120^\circ$$

$$OE \perp CD$$

$$BE = 12$$

$$ED + OD = \max - ?$$

$$\triangle CRE \sim \triangle ABE$$

$$\frac{OD}{ED} = \frac{OC}{CE}$$

$$OD \cdot CE = OC \cdot ED$$

$$OD = \frac{OC \cdot ED}{CE}$$

$$OD = \frac{OC \cdot DE}{CE} = \frac{OC}{CE} \cdot 12 \cdot \frac{CE}{AE} =$$

$$= 12 \frac{OC}{AE}$$

$$\frac{CE}{AE} = \frac{DE}{BE} = k$$

$$ED = k \cdot BE$$

$$ED = BE \cdot \frac{CE}{AE} = 12 \frac{CE}{AE}$$

$$ED + \frac{OC \cdot DE}{CE} = ED \left(1 + \frac{OC}{CE} \right) = ED \left(\frac{CE + OC}{CE} \right)$$

$$ED + OD = 12 \frac{CE}{AE} + 12 \frac{OC}{AE} = 12 \frac{CE + OC}{AE} = 12 \cdot \frac{AE + AF}{AE \cdot CE}$$

$$= 12 \frac{AE + AF}{CE}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\triangle ABC$ и MP

~~$2x^2 + 3x - 36 = 0$~~

$$\frac{BM}{MC} \cdot \frac{CP}{PA} \cdot \frac{AO}{OB} = 1$$

$$x^2 + 4x^2 - 2 \cdot x \cdot 2x \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = 36$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{CP}{AP} = 1$$

$$5x^2 + 3x - 36 = 0$$

$$D = 9 + 20 \cdot 36 = 9(1 + 20 \cdot 4) = 9 \cdot 81$$

$$\frac{CP}{AP} = \frac{2}{1}$$

$$x_1 = \frac{-3 - 3 \cdot 9}{10} = -3$$

$$CA = AP$$

$$x_2 = \frac{-3 + 3 \cdot 9}{10} = \frac{24}{10} = 2,4$$

$$2x = 4,8$$

$$AB = 4,8$$

$$|x - y - 1| = 0; 1$$

$$I \quad x - y - 1 = 0$$

$$x - y = 1$$

$$x = 1 + y$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = 2$$

~~$$2x^2 - 2x - x^2 + 1 = 1$$~~

$$\sqrt{2 - 2y - 2y - (1+y)^2 - y^2 + 1} = 2$$

$$II \quad x - y - 1 = 1$$

$$x - y = 2$$

$$x = 2 + y$$

$$\sqrt{2 - 1 - 2y - y^2 - y^2} = 1$$

$$\sqrt{1 - 2y - 2y^2} = 1$$

$$\sqrt{4 + 2y - 2y - (2+y)^2 - y^2} = 2$$

$$1 - 2y - 2y^2 = 1$$

$$-2y - 2y^2 = 0$$

$$\sqrt{4 - 4 - 4y - y^2 - y^2} = 2$$

$$-4y - 2y^2 = 4$$

$$y(1+y) = 0$$

$$2y - y^2 = -2$$

$$y = 0$$

$$y = -1$$

$$x = 1$$

$$x = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{-x-y-1} = 2$$

$$\sqrt{-x-y-1} = 2$$

$$|x-y-1| = 1$$

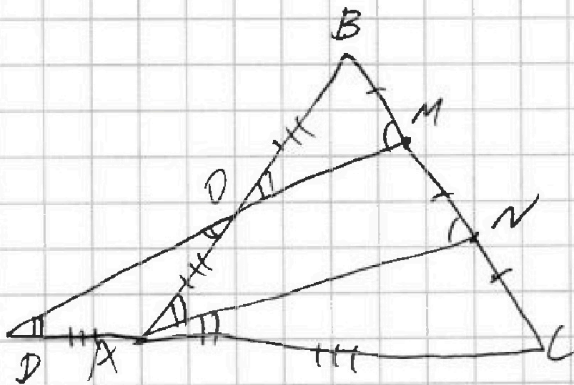
$$x^2+y^2+1-2x+2y-2xy = 1$$

~~///~~

$$\sqrt{-1-2xy} + 0 = 2$$

			11
			0

$$\begin{aligned} \sqrt{2x-2y-x^2-y^2} &= \sqrt{2(x-y) + (x-y)^2 - 2xy} = \\ &= \sqrt{(x-y)(2-x+y) - 2xy} \end{aligned}$$



$$AB = CD$$

$$2OM = AN$$

$$BC = 6$$

$$\cos(2\angle CAM) = -\frac{3}{4}$$

$$AB = ?$$

$$\cos(2\angle CAM) = 2\cos^2(\angle CAM) - 1$$

$$2\cos^2(\angle CAM) = \frac{1}{4}$$

$$\cos^2(\angle CAM) = \frac{1}{8}$$

$$\cos(\angle CAM) = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2(b+6)(2b+15) = 19 \cdot 2^4$$

$$(b+6)(2b+15) = 19 \cdot 8$$

$$2b^2 + 15b + 12b + 90 = 152$$

$$2b^2 + 27b - 62 = 0$$

$$D = 27^2 + 2 \cdot 4 \cdot 62 = 27^2 + 2^4 \cdot 31 = 729 + 496 = 1225$$

$$b = \frac{-27 \pm 35}{4} \quad b_1 = \frac{-27 - 35}{4} = \frac{-62}{4}$$

$$b = \frac{-27 + 35}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

$$D = 9 + 19 \cdot 4 \cdot 16 = 9 + 4 \cdot 304 = 9 + 1216 = 1225 = 35^2$$

$$35^2 = (30+5)^2 = 900 + 300 + 25 = 1225$$

$$t = \frac{-3 \pm 35}{2}$$

$$t_1 = \frac{-3 - 35}{2} = \frac{-38}{2} = -19$$

$$t_2 = \frac{-3 + 35}{2} = 16$$

$$a+b = 16$$

$$a-b = 12$$

$$2a = 28$$

$$\boxed{a=14}$$

$$\boxed{b=2}$$

$$31 \cdot 16 = 16(30+1) =$$

$$= 480 + 16 = 496$$

$$27^2 = (20+7)^2 =$$

$$= 400 + 280 + 49 =$$

$$= 680 + 49 = 729$$

$$729 + 496 = 1225$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$$

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow \Delta \geq 0$$

$$9t^2 - 9 \geq 0$$

$$\Delta \geq 0$$

$$t^2 - 1 \geq 0$$

$$(4\sqrt{2}t)^2 - 4(9t^2 - 9) \geq 0$$

$$t \in [-1; 1]$$

$$32t^2 - 36t^2 + 36 \geq 0$$

$$t \in (-\infty; -1] \cup [1; \infty)$$

$$-4t^2 + 36 \geq 0$$

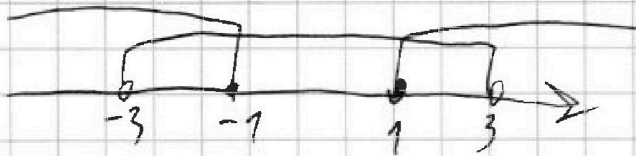
$$t^2 - 9 \leq 0$$

$$t \in [-3; 3]$$

$$a+b=p$$

$$a+b+3=19p^3$$

$$p+3=19p^3$$



$$\text{Answer. } t \in [-3; -1] \cup [1; 3]$$

$$a-b=12 \quad a=12+b$$

$$\Delta = 9 + 4 \cdot 19p^4 = 9 + 76p^4$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = 19p^4$$

$$t = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 76p^4}}{2}$$

$$(a+b)^2 + 3(a+b) = 19p^4$$

$$(a+b)(a+b+3) = 19p^4$$

$$a+b=t$$

$$19p^4 = 19 \cdot p \cdot p \cdot p \cdot p$$

$$a+b=1$$

$$a+b=19$$

$$a+b+3=19p^4$$

$$a+b+3=19p^4$$

$$4=19p^4$$

$$22=p^4$$

$$t^2 + 3t - 19p^4 = 0$$

$$(2b+12)(2b+15) = 19p^4$$

$$2(b+6)(2b+15) = 19p^4$$

$$p=2$$