



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{1}{4}$.
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода непустима!

N1

$$x^2 + 2\sqrt{3}x + 4t^2 - 4 = 0$$

$$D = 12t^2 - 16t^2 + 16 = 16 - 4t^2$$

разл.

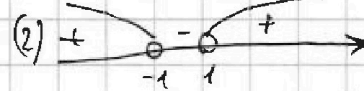
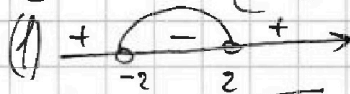
$$2 \text{ корня в } \mathbb{R} \Rightarrow D > 0$$

$$\text{произведение} > 0 \Rightarrow 4t^2 - 4 > 0 \text{ (по м.р. Вьетма)}$$

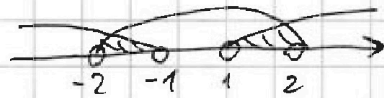
$$\begin{cases} 16 - 4t^2 > 0 \quad | :4 > 0 \\ 4t^2 - 4 > 0 \quad | :4 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 - t^2 > 0 \quad | \cdot (-1) \\ t^2 - 1 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^2 - 4 < 0 \\ t^2 - 1 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (t-2)(t+2) < 0 \quad (1) \\ (t-1)(t+1) > 0 \quad (2) \end{cases}$$



$$(1) \text{ и } (2) \quad t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$



Ответ: $t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

$$\begin{cases} a+b=40 \\ a^2-2ab+b^2+15a-15b=17p^5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=40 \\ (a-b)^2+15(a-b)=17p^5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=40 \\ (a-b)(a-b+15)=17p^5 \end{cases}$$

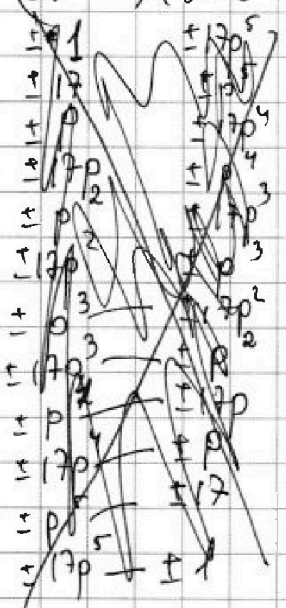
$$(a-b)(a-b+15)=17p^5$$

Т.к. p - простое, оно раскладывается на простые или $1 \cdot p$

Различные варианты произведения, где $a, b \in \mathbb{N}$

(17 - тоже простое)

Или справа делится более большими числами (17-го и др. степеней).
~~Или справа делится более большими числами (17-го и др. степеней).~~



$$(a-b)(a-b+15)=17p^5$$

одно из этих чисел четно, если $(a-b)$ - чет., то $(a-b+15)$ - нечет.

все произведение четно

если $(a-b)$ - нечет., то $(a-b+15)$ - четно.
 без 15-крат.

$17p^5$ - четно.

Из 17-крат $\Rightarrow p^5$ - четно. 2 - единственное четное простое $\Rightarrow p=2$

$$(a-b)(a-b+15)=17 \cdot 32$$

Пусть $a-b=t$

$$t^2+15t-544=0$$

$$D=225+4 \cdot 544=2101=49^2$$

$$t = \frac{-15 \pm \sqrt{2101}}{2} = \left[\frac{49-15}{2}, \frac{-49-15}{2} \right] = \begin{bmatrix} 17 \\ -32 \end{bmatrix}$$

Ответ: $a=4$ $b=36$

$$\begin{cases} a+b=40 \\ a-b=17 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a+b=40 \\ a-b=-32 \end{cases}$$

$$2a=57 \quad a=28,54$$

$$\begin{cases} 2a=8 & a=4 \\ b=36 \end{cases}$$



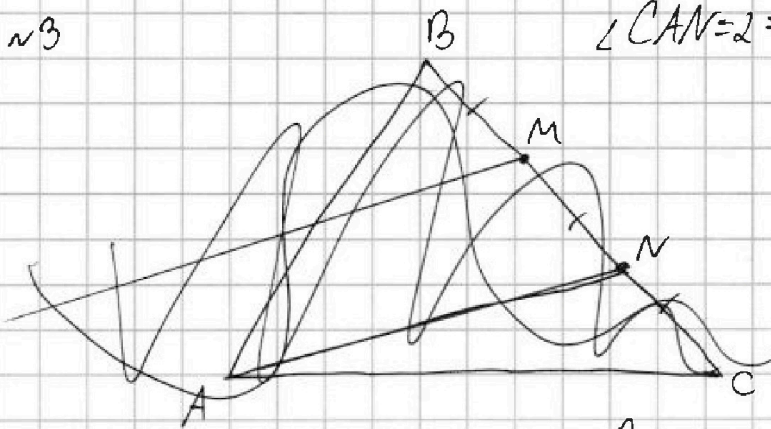
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~3

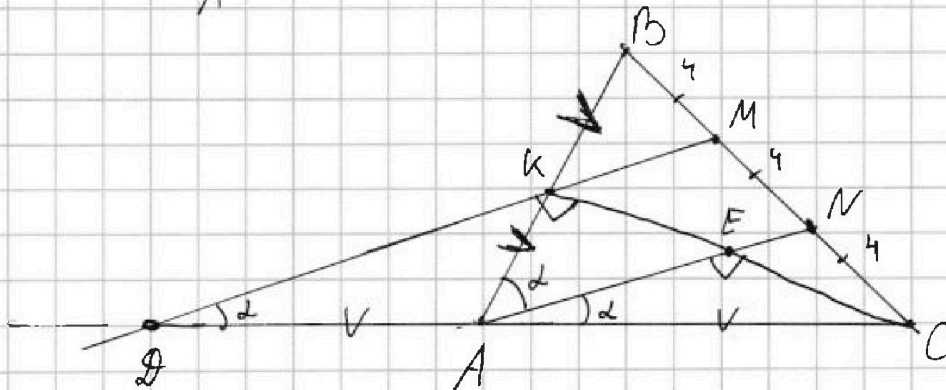


$$\angle CAN = 2 \Rightarrow \cos 2\alpha = -\frac{1}{4} \quad (\angle MDC = 2) \quad \text{сomb.}$$

$$BC = 12$$

$$BM = MN = NC = 4$$

Розы $DM \parallel AN$ и $BM = MN$ \Rightarrow KM - сред линия для $\triangle ABN$
 \Downarrow
 $BK = AK$



Растянем сторону Меньшая для $\triangle ABC$ и сек. DM :

$$\frac{CM \cdot BK \cdot AD}{BM \cdot AK \cdot DC} = 1$$

В $\triangle AKE$, AK - медиана, но розы $AK = AD = AC$,
 $\triangle AKE$ - равноб ($AK = AC$)
 в нем AE - высота
 \Downarrow
 AE - бисс
 \Downarrow
 $\angle BAN = 2$

$\triangle DKE$ - прямоуг
 \Downarrow
 $\angle DKE = 90^\circ$
 \Downarrow
 $\angle AEC = 90^\circ$
 ($DM \parallel AN$, comb.)

$$\frac{4 \cdot AD}{8 \cdot DC} = 1$$

$$DC = 2AD$$

$$AD = \frac{DC}{2} \text{ (знаем)}$$

$$\text{и } AC = \frac{DC}{2}$$

Знаем $AD = AC$

Розы $DC = AB$, $\Rightarrow \frac{DC}{2} = \frac{AB}{2} = AD = AC = AK$
 "кб"

Напишем теорему кос. для $\triangle ABC$:

$$AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 2\alpha = BC^2$$

$$AB^2 + \frac{AB^2}{4} - 2 \cdot AB \cdot \frac{AB}{2} \cdot (-\frac{1}{4}) = 144$$

$$AB^2 + \frac{AB^2}{4} + \frac{AB^2}{4} = 144$$

$$\frac{3}{2} AB^2 = 144$$

$$AB^2 = 96$$

$$AB = 4\sqrt{6} \quad \text{Одн.: } 4\sqrt{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
7 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть множество ростов = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
луч Хорошо видеть \Leftrightarrow есть Хорошо.

Т.к. порядок рядов не важен, то мы можем просто перечислить ряды и кол-во способов возрастает в 6 раз.

Рассмотрим ряд ~~и~~ ~~с~~ ~~пустыми~~ ~~местами~~, где нету свободных мест.

~~Ряды свободны~~ 1) Чтобы всем было хорошо, росты должны идти.

2) но ~~это~~ возрастанию от I парты до III.

3) Это кол-во способов выбрать неупорядоченную тройку из ростов. Ведь из 6 возможных перестановок, только одна идет по возрастанию для различных чисел.

Для второго такого ряда мы

выбираем тройку из $8-3=5$ оставшихся возрастов, это $\binom{5}{3}$ способов

Рассматривали ряд с пустыми местами. Есть 3 случая. Осталось $5-3=2$ роста.

1) сюда распределить рост. росты по возрастанию 1 вариант

3) - этому всегда хорошо, он ни с кем не.

- этому тоже всегда хорошо он за пустой партой.

2) Для ряда с пустыми местами $\binom{4}{3}$ вари-анта.

сюда распределить росты по возрастанию 1 вариант.

Всего способов: $6 \cdot \binom{5}{3} \cdot \binom{4}{3} \cdot 4 =$
 $= \frac{8!}{6 \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{8!}{4! \cdot 3} = \frac{8!}{3}$

Ответ: $\frac{8!}{3}$



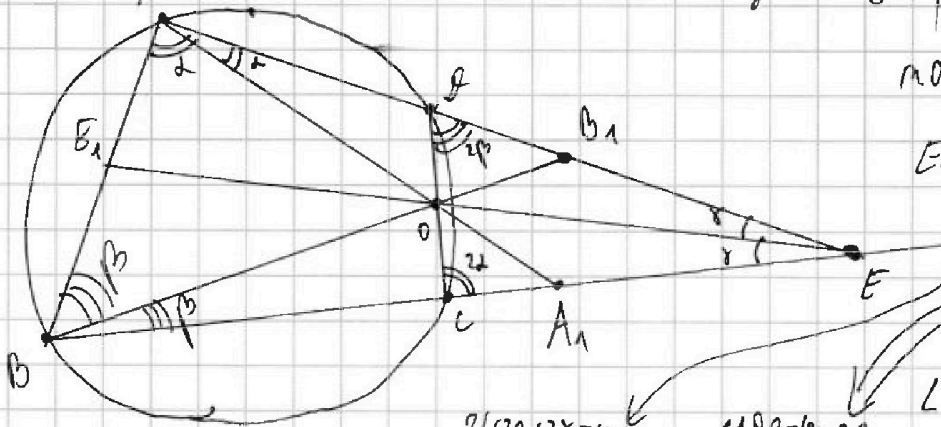
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
8 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5



Расс. м.О - центр окружности ABCE

можем \parallel
м.О - центр пересек. окруж.

EE_1, AA_1, BB_1 - симм.

лучше

$\angle A = 2\alpha, \angle B = 2\beta$

$\angle E = 2\gamma$

$\angle DCB = 180 - 2\alpha$ (формула 4-x)

$\angle BCE = 2\alpha$

$\angle EDC = 2\beta \Rightarrow \triangle EDC \sim \triangle EBA$

$$\frac{AB}{CB} = \frac{AE}{CE} = \frac{BE}{DE}$$

$$2\alpha + 2\beta + 2\gamma = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 90^\circ$$

$$\angle ADC = 180 - 2\beta$$

(формула 4-x) γ

$$\overset{\frown}{A_1C} = 4\beta \quad \overset{\frown}{A_1B} = 360 - 4\beta$$

$$\overset{\frown}{BC} = 4\alpha \quad \overset{\frown}{AB} = 360 - 4\alpha$$

Т.к. EO и EE_1 симм, то $\frac{OD}{OC} = \frac{DE}{CE}; \frac{AE_1}{BE_1} = \frac{AE}{BE}$

Т.к. AA_1 - симм, то $\frac{BA_1}{EA_1} = \frac{AB}{AE}$

Т.к. BB_1 - симм, то $\frac{AB_1}{EB_1} = \frac{AB}{BE}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Раз из любых 2 деревьев существует маршрут, при этом единственный, значит соседние деревья соединены только одной дорогой, а граф из всех деревьев должен получиться деревом.

Рассмотрим наши деревья. Суммарное кол-во дорог выходящих из них это $3+4+5+7=19$. Из дорог из них уйдет на соединении наших-то ^{рассматриваемых} деревьев с другими. одной останется. Там дороги должны быть, иначе рассматриваемые деревья не будут соединены, и в них нельзя будет попасть. Через другие не рассматриваемые ^(побочные) деревья тоже не войдет, ведь там только 1 дорога - соединение с главным (рассматриваемым) деревом. Остаток $19-3=16$ дорог. Три оставшиеся главной деревом соединит одной дорогой с самой главной деревом, значит считаем еще 3 дороги. $16-3=13$ дорог осталось, они ведут в побочные деревья из всех главных, при этом не повторяются, иначе нарушится единственность маршрутов. Получается всего побочных деревьев 13 и плюс 4 главные деревья, итого $13+4=17$ деревьев на острове.
Ответ: 17 деревьев.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
6 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7

Продолжение. Случай 2:
$$\begin{cases} x+y-x^2-y^2=1 \quad | \cdot (-1) \\ 1-|x+y-2| \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2-2x-2y=-1 \quad | +1+1 \\ |x+y-2|=1 \end{cases}$$

$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \rightarrow$ Координаты целые и x, y по аналогичным признакам. Единственный способ получить 1 это $0+1=1$

$$\begin{cases} x+y-2=1 \\ x+y-2=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ x+y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-1)^2=0 \\ (y-1)^2=1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} (x-1)^2=1 \\ (y-1)^2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-1=0 \\ y-1=1 \\ y-1=-1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x-1=1 \\ x-1=-1 \\ y-1=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ y=0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x=2 \\ x=0 \\ y=1 \end{cases}$$

Все пары (x, y) : $(1, 2), (1, 0), (2, 1), (0, 1)$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $x+y=3 \checkmark \quad x+y=1 \checkmark \quad x+y=3 \checkmark \quad x+y=1 \checkmark$

Пары для случая 2: $(1, 2), (2, 1), (0, 1), (1, 0)$

Ответ: $(0, 2), (2, 0), (1, 2), (2, 1), (0, 1), (1, 0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1. \text{ Раз } x, y \in \mathbb{Z}, \text{ то под корнями только}$$

целые числа, сами корни всегда ≥ 0 , а если подкоренн будет число > 2 ,

то сам корень > 1 и сумма никак не сложится ведь корни ≥ 0

Получается под корнями только числа 0 и 1, при этом не одновременно под двумя корнями.

$$\begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2=0 \quad | \cdot (-1) \\ 1-|x+y-2| \geq 1 \end{cases} \begin{cases} x^2-2x+y^2-2y=0 \quad | +1+1 \\ |x+y-2|=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2-2x+1+y^2-2y+1=2 \\ x+y-2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(y-1)^2=2 \\ x+y=2 \end{cases}$$

И квадраты > 0
Вд сам и квадраты
Добавим \uparrow целые
Под квадратами цел.
числа

$$\begin{cases} (x-1)^2=1 \\ (y-1)^2=1 \\ x+y=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-1=1 \\ x-1=-1 \\ y-1=1 \\ y-1=-1 \\ x+y=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x=0 \\ y=2 \\ y=0 \\ x+y=2 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 2+2 \neq 2 \\ 0+0 \neq 2 \\ 2+0 = 2 \\ 0+2 = 2 \end{matrix}$$

единственный способ получить
2 из суммы двух цел.
квадратов это $1+1=2$

$0+2$ не подойдет ведь $\in \mathbb{Z}$ не цел.
остальные варианты сходились.

Для случая 1 возможные пары $(0, 2)$ и $(2, 0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2=0 \quad | :2 \\ |x+y-2|=1 \end{cases} \begin{cases} -x^2+x-1-y^2+y-1=-2 \\ |x+y-2|=0 \end{cases} \begin{cases} -(x-1)^2-(y-1)^2=-2 \\ x+y-2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(y-1)^2=2 \\ x+y=2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-1=1 & x-1=-1 \\ y-1=1 & y-1=-1 \end{cases} \begin{cases} x=2 \\ x=0 \\ y=2 \\ y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1 & x=2 \\ y=2 & y=1 \end{cases} \begin{cases} x-1=0 & x-1=1 \\ y-1=1 & y-1=0 \end{cases}$$

1) (0; 2) и (2; 0)

$$2) \begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2=1 \\ |x+y-2|=0 \end{cases} \begin{cases} x^2+y^2-2x-2y=-1 \quad | +2 \\ |x+y-2|=1 \end{cases} \begin{cases} (x-1)^2+(y-1)^2=1 \\ \begin{cases} x+y-2=1 \\ x+y-2=-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ x+y=1 \end{cases} \end{cases}$$

2) (1; 2) и (2; 1)

$$\begin{cases} (a-b)(a-b+15)=17p^5 \\ a+b=40 \end{cases} \begin{array}{r} a-b \\ \hline a-b+15 \\ \hline \end{array} \begin{array}{r} p^4 \\ p^4 \\ -p^4 \\ p^3 \\ -p^3 \end{array} \begin{array}{r} ? \\ x \frac{17}{4} \\ \hline 68 \\ 240 \\ \hline 108 \\ 54 \end{array}$$

$x_a) \begin{cases} a-b=17p \\ a+b=40 \\ 2a=40+17p \\ a=37 \quad p=2 \\ b=3 \end{cases}$
 $x_b) \begin{cases} a-b=-17p \\ a+b=40 \\ 2a=40-17p \\ a=3 \quad p=2 \\ b=22 \end{cases}$
 $b) \begin{cases} a-b=17p^2 \\ a+b=40 \\ 2a=40+17p^2 \\ p=2 \quad a=54 \quad b=22 \end{cases}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n2
 $a+b=40$
 $\frac{a+b}{2} = \frac{a+c}{2} + 1$
 $8! \cdot 4!$

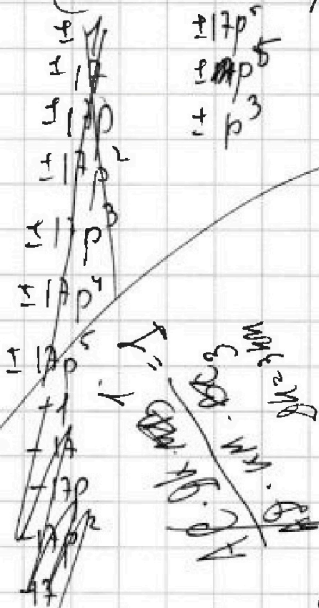
$\frac{a+b}{2} = \frac{a+c}{2}$ $\frac{a+b}{2} = \frac{c+b}{2}$

$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^5$

$(a-b)(a-b+15) = 17p^5$

$\frac{AE_1}{AE} = \frac{BE_1}{BE}$

1·2·3·4·5·6·7·8·8·8
 1·2·3·4·5·6·7·8
 1·2·3·4·5·6·7·8



$\frac{OD}{OC} = \frac{OE}{CE}$ $\frac{AE_1}{BE_1} = \frac{AE}{OE}$

$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = -\frac{1}{4}$

$2\cos^2 \alpha = \frac{3}{4}$

$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos^2 \alpha = \frac{3}{4}$

$\cos 2\alpha = -\frac{1}{4}$

$\alpha \in [45^\circ, 135^\circ]$

1 2 3 4 5 6 7 8 1 2 3
 3 2 1

$\frac{8!}{3!}$

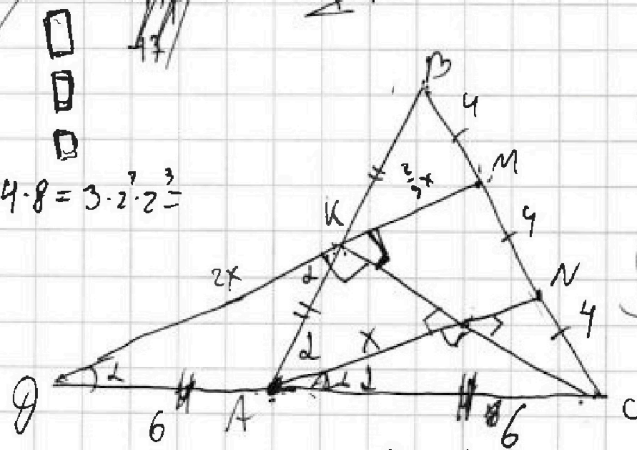
$\frac{3}{2} AB^2 = 144$

$12 \cdot 8 = 3 \cdot 4 \cdot 8 = 3 \cdot 2^3 \cdot 2^3$

$CD = AB$

$AB = 2R$

$\frac{244}{2} \cdot 3 = 32 \cdot 3$
 $\frac{244}{2} \cdot 3 = 16 \cdot 6$



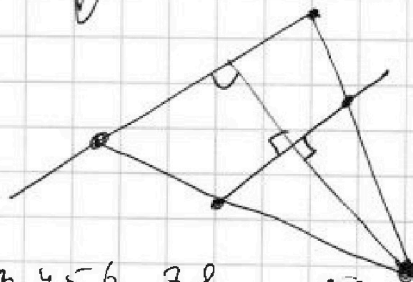
$\cos \alpha = \frac{6}{4} = \frac{3k}{CD} = \frac{x}{AC}$

$y^2 + 4y^2 + 2 \cdot y \cdot 2y \cdot \cos 2\alpha = 144$

$5y^2 - 4y^2 = 144 \cdot 3$

$y = 6$

$\frac{CD}{OC}$



1 2 3 4 5 6 7 8

3 6 7



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten solutions on grid paper for a combinatorics problem involving a circle and a triangle.

Problem Statement (reconstructed): A circle with center O and radius R. A triangle ABC is inscribed in the circle. A point P is on the minor arc BC. Lines AP, BP, and CP are drawn. The angles at P are labeled as follows: $\angle BPC = \alpha$, $\angle CPA = \beta$, and $\angle APB = \gamma$. The problem asks for the number of ways to choose the points A, B, C, and P on the circle.

Solution 1 (Top):

Let the number of points on the circle be n . The number of ways to choose 3 points A, B, C is C_n^3 . The number of ways to choose point P on the minor arc BC is $n-3$. The total number of configurations is $C_n^3 \cdot (n-3)$.

For $n=7$: $C_7^3 \cdot (7-3) = 35 \cdot 4 = 140$.

For $n=8$: $C_8^3 \cdot (8-3) = 56 \cdot 5 = 280$.

For $n=9$: $C_9^3 \cdot (9-3) = 84 \cdot 6 = 504$.

For $n=10$: $C_{10}^3 \cdot (10-3) = 120 \cdot 7 = 840$.

For $n=11$: $C_{11}^3 \cdot (11-3) = 165 \cdot 8 = 1320$.

For $n=12$: $C_{12}^3 \cdot (12-3) = 220 \cdot 9 = 1980$.

For $n=13$: $C_{13}^3 \cdot (13-3) = 286 \cdot 10 = 2860$.

For $n=14$: $C_{14}^3 \cdot (14-3) = 364 \cdot 11 = 4004$.

For $n=15$: $C_{15}^3 \cdot (15-3) = 455 \cdot 12 = 5460$.

For $n=16$: $C_{16}^3 \cdot (16-3) = 560 \cdot 13 = 7280$.

For $n=17$: $C_{17}^3 \cdot (17-3) = 680 \cdot 14 = 9520$.

For $n=18$: $C_{18}^3 \cdot (18-3) = 816 \cdot 15 = 12240$.

Solution 2 (Bottom):

Let the number of points on the circle be n . The number of ways to choose 3 points A, B, C is C_n^3 . The number of ways to choose point P on the circle is $n-3$. The total number of configurations is $C_n^3 \cdot (n-3)$.

For $n=7$: $C_7^3 \cdot (7-3) = 35 \cdot 4 = 140$.

For $n=8$: $C_8^3 \cdot (8-3) = 56 \cdot 5 = 280$.

For $n=9$: $C_9^3 \cdot (9-3) = 84 \cdot 6 = 504$.

For $n=10$: $C_{10}^3 \cdot (10-3) = 120 \cdot 7 = 840$.

For $n=11$: $C_{11}^3 \cdot (11-3) = 165 \cdot 8 = 1320$.

For $n=12$: $C_{12}^3 \cdot (12-3) = 220 \cdot 9 = 1980$.

For $n=13$: $C_{13}^3 \cdot (13-3) = 286 \cdot 10 = 2860$.

For $n=14$: $C_{14}^3 \cdot (14-3) = 364 \cdot 11 = 4004$.

For $n=15$: $C_{15}^3 \cdot (15-3) = 455 \cdot 12 = 5460$.

For $n=16$: $C_{16}^3 \cdot (16-3) = 560 \cdot 13 = 7280$.

For $n=17$: $C_{17}^3 \cdot (17-3) = 680 \cdot 14 = 9520$.

For $n=18$: $C_{18}^3 \cdot (18-3) = 816 \cdot 15 = 12240$.

Final Answer: 17

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} D > 0 \\ 4t^2 - 4 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 12t^2 - 4(4t^2 - 4) > 0 \\ 4t^2 - 4 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 12t^2 - 16t^2 + 16 > 0 \\ 4t^2 - 4 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (2-t)(2+t) \\ 16 - 4t^2 > 0 \\ (t-1)(t+1) > 0 \end{cases}$$

$t_1 = 1, t_2 = 2$
 $t_1 = 1, t_2 = 2$
 $t_1 = 1, t_2 = 2$

$(t-2)(t+2) < 0$
 $(t-1)(t+1) > 0$

$f(t+15) = 544$
 $t + 15t - 544 = 0$
 $g = 225 + 4 \cdot 544 =$

$a+b=40$
 $a-b=17p$
 $a-b=17p$
 $2a = 40 - 17p$
 $2a = 40 - 17 \cdot 2$
 $2a = 6$
 $a = 3$
 $b = 37$
 $b = 3$

$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^5$
 $(a-b)(a-b+15) = 17p^5$
 $\frac{1}{17} \cdot 17p^5 = \frac{1}{17} \cdot 32$
 $17p^2 = p^4 \cdot \frac{32}{17}$
 $17p^3 = p^3 \cdot \frac{32}{17}$
 $17p^4 = p^4 \cdot \frac{32}{17}$
 $17p^5 = p^5 \cdot \frac{32}{17}$

$(50-x)^2 = 27500 - 100x + 1$
 $\sqrt{27500 - 15}$
 $t = \frac{\sqrt{27500 - 15}}{2}$

$B + \frac{2176}{240 \cdot 1}$
 $(50-x)^2 =$
 $N = 27500 - 100x + 1 = 240$

$AB = CD$
 $\cos 2\alpha = -\frac{1}{4}$
 $17 = \frac{-15 + \sqrt{27}}{2}$
 $34 = -15 + \sqrt{27}$
 $\sqrt{27} = 49$

$\frac{CM}{BM} \cdot \frac{BK}{AK} \cdot \frac{AD}{CD} = 1$
 $BK = AK$