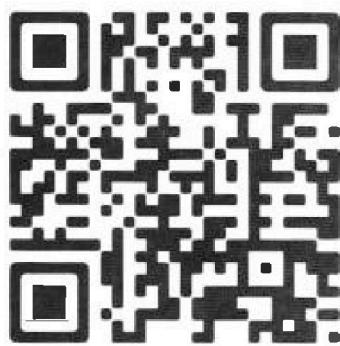




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
НО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC' в точках Z и Y соответственно. Найдите BC' , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.к. мы 3 и 5 глашами - 2 различные прогрессии, а мы 5 и 9 - 4 различные прогрессии,

$$\text{т.о } 4((x^2+2x)^2 - 3x - 3) = 2(3x^2 - (x^2+2x)^2) \quad | :2$$

$$2(x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3) = 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0 \quad | :3$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x = -1 \text{ - корень, т.к. } (-1)^4 + 4(-1)^3 + 3(-1)^2 - 2(-1) - 2 = 0$$

$$1 - 4 + 3 + 2 - 2 = 0 \text{ - верно}$$

\Rightarrow но следствием из т.Безу:

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = (x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$x = -1 \text{ - корень } x^3 + 3x^2 - 2 = 0 \text{, т.к. } -1 + 3 - 2 = 0$$

\Rightarrow но следствием из т.Безу:

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = (x+1)^2(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$x+1=0 \text{ или } x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$x = -1$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

Данное ур-е неодн и дост. вид такой прогрессии $\Rightarrow x = -1; x = -1 + \sqrt{3}; x = -1 - \sqrt{3}$ Ober: $-1 \pm \sqrt{3}; -1 + \sqrt{3} \neq 1$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3; \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases} \quad \max(4y + 8x) - ?$$

- При $(x, y) = (\frac{3}{4}, \frac{5}{4})$:

$$|x - 3y| = \left| \frac{3}{4} - \frac{3 \cdot 5}{4} \right| = \left| -\frac{12}{4} \right| = 3 \leq 3 - \text{Верно}$$

$$|3x - y| = \left| \frac{3 \cdot 3}{4} - \frac{5}{4} \right| = \left| 1 \right| = 1 \leq 1 - \text{Верно}$$

$$4y + 8x = 4 \cdot \frac{5}{4} + 8 \cdot \frac{3}{4} = 5 + 6 = 11$$

- Рассмотрим случаи:

1) $\begin{cases} x \geq 3y; \\ 3x \geq y. \end{cases}$ \Rightarrow между $|3x - y|$ и $|x - 3y|$ расшириваются без изменений:

$$\begin{cases} x - 3y \leq 3. \quad (1) \\ 3x - y \leq 1. \quad (2) \end{cases} \quad x \geq 3y \stackrel{(2)}{\geq} 3(3x - 1)$$

$$x \geq 9x - 3$$

$$8x \leq 3$$

$$x \leq \frac{3}{8} \Rightarrow \text{из } (1): 3y \leq x - 3$$

$$y \leq \frac{x - 3}{3} =$$

$$y \leq 3x \leq \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow 4y + 8x \leq 4 \cdot \frac{9}{8} + 8 \cdot \frac{3}{8} = \Rightarrow 4y + 8x \leq 4 \cdot \left(1 - \frac{7}{8}\right) + 8 \cdot \frac{3}{8} = -\frac{7}{2} + 3 = -\frac{1}{2} < 11.$$

$$= \frac{1}{8} + \frac{7}{8} =$$

2) $\begin{cases} x \geq 3y; \\ 3x \leq y. \end{cases} \Rightarrow x \geq 3y \geq 9x$

$$8x \leq 0 \quad x \leq 0, \text{ тогда } 0 \geq x \geq 3y \Rightarrow$$

$\Rightarrow y \leq 0$, но тогда $4y + 8x \leq 0$ и значит $4y + 8x < 11$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(2\text{ca}) \quad B = 13p^2 \quad \text{и} \quad A = 75q^2$$

$$mn(m+n-3) = 13p^2$$

$$A = 2, \text{т.к. } q^2$$

$$(m+n)(m+n-3) = 75q^2$$

$A = 2$, т.к. $(m+n)$ и $(m+n-3)$ - целые числа разной четности

$$\Rightarrow 75q^2 \div 2 \Rightarrow q \div 2 \Rightarrow q = 2, \text{ т.к. } q \in \mathbb{N}$$

$$\text{Рассмотрим } m+n=k, \text{ т.к. } q=2$$

$$k(k-3) = 300$$

$$k^2 - 3k - 300 = 0$$

$$D = 81 + 4 \cdot 300 = 1281 \neq s^2, \text{ где } s \in \mathbb{Z}.$$

$\Rightarrow k \notin \mathbb{Z}$, но $k \in \mathbb{N}$ - противоречие

\Rightarrow решения нет

Ответ: $(10; 3); (3; 10)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9mn - 9n = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3).$$

(1ca) $A = 13P^2$

$$(m+n) \cdot (m+n-9) = 13P^2$$

Л.з. ≥ 2 , т.к. гба целых числа от 1 и > 9 $\Rightarrow P \geq 1$

но из числа $\geq 2 \Rightarrow 13P^2 \geq 2 \Rightarrow P \geq 2$, т.к. P -нр.

$$(m+n)(m+n-9) = 52$$

Пусть $m+n=k$, т.к. $m, n \in \mathbb{N}$
 $k^2 - 9k - 52 = 0$
 $D > 0$, но т.к. числа
 $k_1 = 13$; $k_2 = -4$ - не удовл
 уел

$$\Rightarrow m+n=13.$$

$$B = 75q^2$$

$$mn(m+n-3) = 75q^2$$

$$10mn = 75q^2$$

$$2mn = 15q^2 \quad \text{Л.з.} : 2 \Rightarrow 15q^2 : 2 = 15q^2 = 2, \text{ т.к. } q - \text{нр}$$

$$2mn = 60$$

$$mn = 30$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m+n=13 \\ mn=30 \end{cases} \Rightarrow mn = (10; 3) \cup (3; 10) - \text{решения}$$

Уз винчестер зерно, т.к. оба решения нер
 когдат.

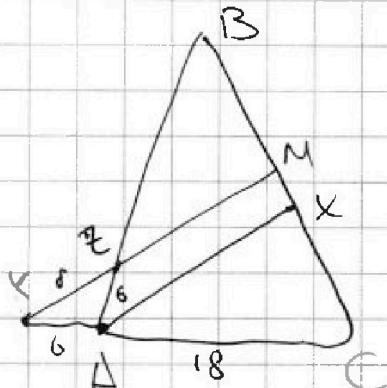


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $AC = 18$; $AZ = 6$; $YZ = 8$.

$BC - ?$ Решение

1) Рассл. $\angle BAX = \angle XAC$, т.к. AX -бисс

$\angle BAX = \angle YZA$, т.к. $YM \parallel AX$

$\angle XAC = \angle MYC$, т.к. $YN \parallel AX$

$\Rightarrow \triangle YZA$ - равнобедр $\Rightarrow AZ = AY = 6$.

2) По т. Овалеса; т.к. $AX \parallel YM$: $\frac{AC}{AZ} = \frac{CX}{XM} = \frac{18}{6} = 3$.

Нусл $CX = 3a \Rightarrow XM = a$.

$BM = MC = 4a$, т.к. M -сер BC

По т. Овалеса, т.к. $ZM \parallel AX$: $\frac{BZ}{AZ} = \frac{BM}{MX}$

$\frac{BZ}{6} = \frac{4a}{a} \Rightarrow BZ = 24 \Rightarrow AB = 30$.

3) По т. синусов в $\triangle AZY$: $\frac{6}{\sin \angle ZYA} =$

$= \frac{8}{\sin(2 \angle ZYA)} \Rightarrow 6 \cdot 2 \cdot \cos \angle ZYA = 8$

$$\cos \angle ZYA = \frac{2}{3}.$$

По первом доказательству: $\angle BAC = 2 \angle ZYA$

$\Rightarrow \cos \angle BAC = \cos(2 \angle ZYA) = \cos^2 \angle ZYA - \sin^2 \angle ZYA =$

$$= 2 \cos^2 \angle ZYA - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 7. Косинусов в $\triangle ABC$:

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC} = \\ &= \sqrt{30^2 + 18^2 - 2 \cdot 30 \cdot 18 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)} = \sqrt{900 + 324 + 120} = \\ &= \sqrt{1344} = 4\sqrt{84} = 8\sqrt{21} \end{aligned}$$

Ответ: 14884, $8\sqrt{21}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{043} \\ x+1 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}$$

Рассмотрим $x \geq y$, тогда $\sqrt{x} \geq \sqrt{y}$ и $x^4 + 5x^2 \geq y^4 + 5y^2$, что было не может. Аналогично, если $y > x$.

$$\Rightarrow x = y.$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$\text{Рассмотрим } \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 2\sqrt{(x+1)(6-x)} - 5 \text{ в квадрате:}$$

$$\begin{aligned} x+1 - 2\sqrt{(x+1)(6-x)} + 6-x &= 4(x+1)(6-x) - 20\sqrt{(x+1)(6-x)} \\ 4(x+1)(6-x) - 18\sqrt{(x+1)(6-x)} + 18 &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{Пусть } \sqrt{(x+1)(6-x)} = t, \text{ тогда}$$

$$4t^2 - 18t + 18 = 0 \quad | :2$$

$$2t^2 - 9t + 9 = 0$$

$$D = 81 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = 9 > 0 \Rightarrow 2 \text{ корня}$$

$$t = \frac{9 \pm 3}{4}. \quad t_1 = \frac{9+3}{4} = 3, \quad t_2 = \frac{9-3}{4} = 1,5.$$

$$\text{Для } t = 3 \Rightarrow \sqrt{(x+1)(6-x)} = 3$$

$$(x+1)(6-x) = 9$$

$$6+5x-x^2 = 9$$

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 3 = 13 > 0 \Rightarrow 2 \text{ корня}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ - оба звена чудовищ. ОДЗ}$$

$$\underline{2 \text{ см}} \quad t = \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{(x+1)(6-x)} = \frac{3}{2}$$

$$6 + 5x - x^2 = \frac{9}{4} \mid \cdot 4$$

$$24 + 20x - 4x^2 = 9$$

$$4x^2 - 20x + 15 = 0$$

$$D = 20^2 + 4 \cdot 4 \cdot 15 = 400 + 240 = 640 \Rightarrow$$

2 корня

$$x = \frac{20 \pm \sqrt{640}}{8} = \frac{5 \pm 2\sqrt{10}}{2} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{10}.$$

$$\frac{5}{2} - \sqrt{10} < 0 \Rightarrow \text{не чудовищ. ОДЗ}$$

$$\underline{\text{Ответ: }} \left(\frac{5+\sqrt{13}}{2}; \frac{5+\sqrt{13}}{2} \right); \left(\frac{5-\sqrt{13}}{2}; \frac{5-\sqrt{13}}{2} \right); \left(\frac{5}{2} + \sqrt{10}; \frac{5}{2} + \sqrt{10} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Разобьем все способы раскраски на 2 случая: 2 белые симм. отн. центр. узла и остальные.

(1сл) 2 белые симм отн. центр. узла, тогда способов: $\frac{81-1}{2} = 40$, т.к. было узлов-81, но еще делили на 2, т.к. 40 способов назначившись из 20 нач, где способ в перев отн. поворотом на 90°.
 \Rightarrow 20 способов.

(2сл) 2 белые метки не симм. отн. центр. узла, способов выбрать: $C_{81}^2 - 40$, но еще делить на 4, т.к. $(C_{81}^2 - 40)$ способов разд. не четверти, в четной четверти и повороте одного способа

(т.к. метки не симм отн. центре, то все способы в четвертках различны) \Rightarrow способы - $\frac{C_{81}^2 - 40}{4} = \frac{81 \cdot 80}{8} - \frac{40}{4} = 810 - 10 = 800$.

Всего способов: $800 + 20 = 820$ Ответ: 820.

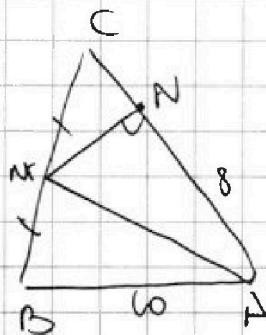
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle MNA = \text{нр.}, \tau \text{-к } AN \text{-медиане } BC$.

• Учтыв $BN = NC = a$, тогда

$$CN = CA - AN = 2a - 8.$$

$$\bullet \quad NN = \sqrt{MC^2 - CN^2} = \sqrt{a^2 - 4a^2 + 32a - 64} =$$

$$= \sqrt{-3a^2 + 32a - 64} \text{ но } \tau \text{-Пифагоре } b \Delta CMN.$$

$$\bullet \quad AM = \sqrt{\frac{2AB^2 + 2AC^2 - BC^2}{4}} = \sqrt{\frac{200 + 4a^2}{4}} = \sqrt{a^2 + 50}$$

по формуле медианы

• ПО τ -Пифагора $b \Delta AMN$:

$$AN^2 + MN^2 = AM^2$$

$$64 - 3a^2 + 32a - 64 = a^2 + 50$$

$$4a^2 - 32a + 50 = 0 \quad (:) 2$$

$$2a^2 - 16a + 25 = 0$$

$$D = 16^2 - 4 \cdot 2 \cdot 25 = 256 - 200 = 56$$

$$a = \frac{16 \pm \sqrt{56}}{4} = 4 \pm \sqrt{13}$$

но если $a = 4 - \sqrt{13}$, то $BC + CA < AB$

А значит $a = 4 + \sqrt{13}$.

$$4(4 - \sqrt{13}) < 60$$

$$\Rightarrow BC = CA = 8 + 2\sqrt{13}$$

$6 < 4\sqrt{13}$ - верно, т.к.

$\sqrt{13} > 3 \Rightarrow a = 4 + \sqrt{13}$ но как

ответ: $BC = CA = 8 + 2\sqrt{13}$.

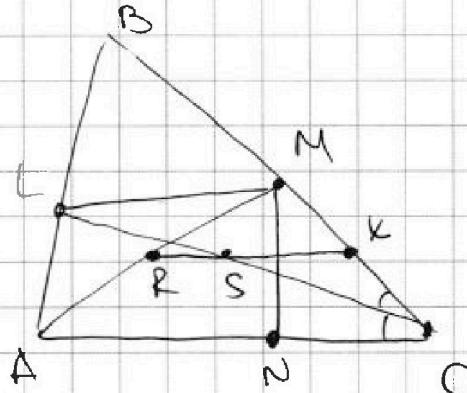


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AB = 10; AN = 8. \quad AC - ? \quad BC - ?$$

Решение

1) Пусть R -сер. $AN \Rightarrow R$ -重心

L , пусть S -сер. $CL \Rightarrow S$ -
-центр ω .

$PQ \perp RS$, т.к. PQ -нег.ось ω и $SL \Rightarrow$
нег.ось перп. линии центров.

Высота из B в $\triangle ABC \perp AC$ и $\perp PQ$
 $\Rightarrow PQ \perp AC \Rightarrow RS \parallel AC$.

2) Пусть $RS \cap BC = X$ ($RS \parallel AC \Rightarrow RS \perp BC$)

т.к. $RS \parallel AC$, то X -сер. MC .

$\angle AMC$
 ~~RX~~ - ср.линия $\triangle ABC \Rightarrow \angle MXS = \angle MCA =$

$= 2 \angle XCS$.

$\Rightarrow \angle XSC = \angle MXS - \angle XCS = \angle XCS$

т.к. SX -ср.линия $\triangle MNC$, то $\angle XSC = \angle MLC = \angle MCL$. $\Rightarrow LM = MC = BM$, а значит $LC \perp AB$

$\Rightarrow \triangle ABC$ -равнобедр с $BC = AC$.

3) Перерисуем картинку.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$$\frac{2a-8}{a} = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$x+1 \geq 0$$

$$6-x \geq 0$$

$$6+5x-x^2 \geq 0$$

$$16a^4 - 32a^3 + 64a^2 - 16a^2 + 4a^2$$

$$-336x^2 = 18^2(8+5x-x^2)$$

$$(2a)^2 \alpha^2 - (2a-8)^2 \alpha^2 - 64 = 32a^2 + 32a - 64$$

$$x+1 = t \quad \sqrt{6-x} = s$$

$$t + s + 5 = 2ts$$

$$2\alpha \cdot t / (2s-t) = s+t$$

$$x+1 + 6 - x - 2\sqrt{(x+1)(6-x)} =$$

$$= 4(6+5x-x^2) - 20\sqrt{18}$$

$$+ 2s - 18$$

$$24 + 20x - 4x^2 + 18 = 18\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$42 + 20x - 4x^2 = 18\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$42^2 + 400x^2 + 16x^4 + 40 \cdot 42x - 160x^3$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3 сл

$$\begin{cases} x \leq 3y; \\ 3x \leq y. \end{cases}$$

Оса между раскрывается с „-“:

$$\begin{cases} 3y - x \leq 3; & (1) \\ y - 3x \leq 1. & (2) \end{cases}$$

$$(1): y \leq 3x + 1 \leq 3y + 1$$

$$\text{т. } x \geq 3y - 3 \geq 3 \cdot 3x - 3 = 9x - 3$$

$$8x \leq 3$$

$$x \leq \frac{3}{8} \Rightarrow 3y \leq x + 3$$

$$y \leq \frac{x}{3} + 1 = \frac{9}{8}.$$

$$4y + 8x \leq 4 \cdot \frac{9}{8} + 8 \cdot \frac{3}{8} = 7,5. < 11$$

4 сл

$$\begin{cases} x \leq 3y; \\ 3x \geq y. \end{cases}$$

$|x - 3y|$ раскрывается с „-“

$|3x - y|$ раскрывается без чзм.

$$\begin{cases} 3y - x \leq 3(1) \\ 3x - y \leq 1(2) \end{cases}$$

$$y \leq \frac{x+3}{3}$$

$$(1): 3y \geq x + 3y -$$

$$\begin{aligned} &\cancel{2x+2y \leq 4 + \frac{3}{2}} \quad \cancel{3x+3y \leq 6} \\ &\cancel{y+3y} \\ &\Rightarrow y \leq \frac{3}{2} \end{aligned}$$

4 сл

$$(2): y \geq 3x + 1$$

$$\frac{x+3}{3} \geq 3x + 1$$

$$x + 3 \geq 9x + 3$$

$$8x \leq 6$$

$$x \leq \frac{3}{4} \Rightarrow y \leq \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$$

$$\begin{aligned} 4y + 8x &\leq 4 \cdot \frac{5}{4} + 8 \cdot \frac{3}{4} = 11. \\ \Rightarrow 4y + 8x &\leq 11 \text{ и при } (x, y) = \\ &= \left(\frac{3}{4}, \frac{5}{4}\right): 4y + 8x = 11 \end{aligned}$$

Ответ: 11

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases} \max(4y + 8x) ?$$

$$3x - y \leq 1, \text{ т. } 3x \geq y$$

$$y \geq 3x - 1$$

$$y \geq \frac{x-3}{3}$$

$$\text{(1cн)} \begin{cases} x \geq 3y \geq x - 3y \leq 3 \\ 3x \geq y \geq 3x - 1 \end{cases} \begin{cases} x \leq 3y - 3 \\ y \geq 3x + 1 \end{cases}$$

$$\text{(2чн)} \begin{cases} x \geq 3y \geq 3x \\ 3x \leq y \end{cases} \begin{cases} y \geq 8x \\ 3x \geq y \end{cases} \begin{cases} x \leq 3y + 3 \\ y \leq 28x + 24 \end{cases}$$

$$x > 8x$$

$$8x \leq 0$$

$$x \leq 0$$

$$x \geq 3y \Rightarrow y \leq 0$$

$$\Rightarrow 9y + 3x = 0 \quad y = \frac{3}{9}x = \frac{1}{3}x \leq \frac{3}{24} = \frac{1}{8}x$$

$$\text{нет} \quad y = 3x = \frac{9}{8}x = \frac{9}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$$

$$x \leq 3y \Rightarrow 3y \leq 3x \quad 3x \leq y + \frac{1}{2} + \frac{3}{2}x$$

$$3x \geq y \quad 3x \leq y + \frac{1}{2} + \frac{3}{2}x$$

$$8x \geq 0 \quad y \geq 3x - 1 \quad y \geq \frac{3}{2}x - 1$$

$$x \leq 0 \quad y \leq 3x - 1 \quad y \leq \frac{3}{2}x - 1$$

$$(3+6+3y) + 3x - 1 \leq 1 + \frac{x}{3}$$

$$3x - 3 \leq 3 + x \quad 3x - 3y \leq 3 + x$$

$$8x \leq 6$$

$$8x \leq 0 \quad \text{нет} \quad x \leq \frac{3}{4} \quad 5+6=11$$

$$x \leq 0 \quad y \leq \frac{5}{4}$$

$$3x \leq x \quad y \leq 3x - 1 \quad y \leq \frac{9}{4}$$

$$3x \leq y \quad y \leq x + 3 \quad y \leq \frac{9}{2}$$

$$y \leq 3x + 1 \quad 18+12=30!!$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач шумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a + 2d = 3x + 3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a + 2d = (x^2 + 2x)^2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2 \\ a + 6d = 3x^2 \end{array} \right.$$

$$\frac{4 - 3\sqrt{3}}{2} \cdot 6 + 3\sqrt{3} = 12 - 6\sqrt{3}$$

$$a + 1d = 4$$

$$a + 6d = 12 - 6\sqrt{3}$$

$$((\sqrt{3}-1)^2 + 2(\sqrt{3}-1))^2$$

$$1 \rightarrow 2 \quad 3x + 3 + 2d = x^4 + 4x^3 + 4x^2 \quad (*)$$

$$3 - 2\sqrt{3} + 1 + 2\sqrt{3} = 2$$

$$1 \rightarrow 3 \quad 3x + 3 + 7d = 3x^2$$

$$d = \frac{3x^2 - 3x - 3}{7} \Rightarrow (*) :$$

$$3x + 3 + \frac{6x^2 - 6x - 6}{7} = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$3(\sqrt{3}-1)^2$$

$$= 3(3 - 2\sqrt{3} + 1) =$$

$$= 9 - 6\sqrt{3} + 3$$

$$21x + 21 + 6x^2 - 6x - 6 = 7x^4 + 28x^3 + 28x^2$$

$$-15$$

$$7x^4 + 28x^3 + 22x^2 - 15x - 15 = 0$$

$$a^1 s^2$$

$$\begin{array}{r} 28 \cdot 4 - 28 \cdot 8 + 22 \cdot 2 \cdot 2 - 15 \cdot 2 - 15 \\ - 28 \cdot 4 + 22 \cdot 4 \\ \hline - 24 \end{array}$$

$$= \frac{0 \cdot 8}{0 \cdot 8} = \frac{2}{0 \cdot 8} =$$

mod 7	
x	$x^2 - x - 1$
0	-1
1	-1
2	1
3	11
4	19

$$7x^4 + 28x^3 + 22x^2 - 15x - 15 = 0$$

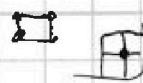
$$x^2 - x - 1 \neq 0 \quad 6$$

$$6x^4 + 24x^3 + 18x^2 - 15x - 15 = 0$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x^2 - 6 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x = -1 : (x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$



$$(x+1)^2(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

(writing) (

$$mn(m+n-3) = \overline{1} \quad \text{RQ 4}$$

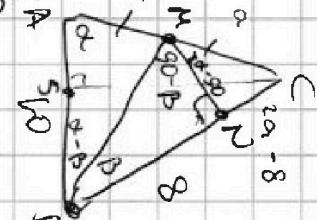
~~Scans in #1, for #1~~

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 84 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1344 \\ \times 2 \\ \hline 2688 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{3}6 \\ \times 7 \\ \hline 252 \end{array}$$

336 | 34
32 | 18
2 | 10
P | 9



$$(m+n)(m+n-3) = 7 \cdot \frac{p}{m+n-3} - \text{NET}$$

$$= \frac{2(100+2)}{150+2}$$

m+n-3/3

- Net ✓

$$\frac{\sqrt{a^2 + b^2 - c^2}}{2ab}$$

$$\frac{36 \pm \sqrt{10896}}{4} = 9 \pm \sqrt{1296}$$

$$30^2 + 18^2 + 2 \cdot 30 \cdot 18 \cdot \frac{1}{2}$$

$$900 + 324 + 120$$

$$n(n-2) = 13p^2 \quad m(m-2) = 3p^4$$

$$\underline{m+n=4}$$

$$mn = 13p^2$$

388

Wet

~~not~~

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{y_1}{r_1} = \frac{y_1}{r_0} = \frac{y_3}{r_3} = \frac{2}{3}$$

$$6 \cdot 2 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{8}{\sqrt{42}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

The diagram shows triangle ABC with its interior angles labeled. The top-left angle is labeled $\frac{39}{28}x^{\circ}$, the bottom-left angle is labeled $2x^{\circ}$, and the bottom-right angle is labeled 18 . The triangle has three angle bisectors originating from vertex A. The leftmost angle bisector is labeled 8 and α . The middle angle bisector is labeled 6 . The rightmost angle bisector is labeled a . The three angle bisectors intersect at a point labeled M. A circle is inscribed in the triangle, touching all three sides. The radius of the circle is labeled $\frac{1}{2}\sqrt{3}a$. The distance from the center M to the side containing angle $2x^{\circ}$ is also labeled $\frac{1}{2}\sqrt{3}a$.

1344 $\frac{1}{3}$
12 $\frac{1}{2}$

112. 3.4
56
~~112~~. 3.4.2
28. 3.4.1
13. 3.2

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(N5) (m, n) - ?

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn \quad \overbrace{6}^{\infty}, \overbrace{n}^{3}, \overbrace{p}^{1}$$

$$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = 13p^2$$

$$m^2n + mn^2 - 3mn = 75q^2 \quad \overbrace{6}^{\infty}, \overbrace{n}^{3}, \overbrace{p}^{1} \quad \overbrace{m+n-\frac{9}{2}}^8 \left(m+n-\frac{9}{2} \right)$$

$$\text{II} \quad mn(m+n-3) = 75q^2 \quad \overbrace{m^2+mn+mn+n^2}^{\text{III}}$$

$$mn(m+n-3) = 75q^2$$

$$(m+n-\frac{9}{2})^2 + \frac{81}{4} = 25q^2 \quad \overbrace{10mn}^{10} = 75q^2 \quad \overbrace{1 \cdot 4}^{4}$$

$$(2m+2n-9)^2 + 81 = 300q^2$$

оне то?

$$(m+n-\frac{9}{2})^2 + \frac{81}{4} = 13p^2$$

$$(2m+2n-9)^2 + 81 = 4 \cdot 13p^2$$

$$m^2 + n^2 + 2mn - 9m - 9n = A \quad mn = 30 \quad \text{III}$$

$$4A = 4m^2 + 4n^2 + 8mn - 36m - 36n =$$

$$= (2m+2n-9)^2 - 81$$

4mn + 4m^2 + 81

$$(m+n-\frac{9}{2})^2 - \frac{81}{4} = 13p^2 \quad | \cdot 4$$

$$(2m+2n-9)^2 - 81 = 52p^2$$

$$(2m+2n-18)(2m+2n)$$

$$(m+n-9)(m+n) = 13p^2$$

$$\begin{cases} m+n=13 \\ mn=13p^2 \end{cases}$$

$$p=2$$

$$\begin{cases} m+n=13 \\ mn=13 \end{cases}$$

$$p^2 = 22 - \text{нет}$$

$$m+n \Rightarrow mn = s$$

$$\begin{cases} m+n=13p^2 \\ mn=s \end{cases} \quad \text{- нет}$$

$$\begin{cases} m+n=13p \\ mn=s \end{cases} \quad \text{- нет}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!