МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3

1. [3 балла] Найдите все действительные значения x, при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x+34)(3x+2)}$, двенадцатый член равен $2-x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\dfrac{25x+34}{(3x+2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6}-\sqrt{3-x-2z}+7=2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2|+2|y-18|=\sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p, при которых уравнение

$$p\cos 3x+6\cos 2x+3(p+4)\cos x+10=0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p.

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B, а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD, чем точка A. Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E. Найдите отношение $ED:CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7:20$, считая от вершины C.

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120. Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a;b;c)$ такие, что:

- $a<b$,
- число $b-a$ не кратно 3,
- число $(a-c)(b-c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2+b=1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 [x] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$b_{10} = q^9 \cdot b_1 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$b_{12} = b_1 q^{11} = 2-x$$

$$b_{13} = b_1 \cdot q^{12} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

1) $$\frac{b_{12}}{b_{10}} = q^2 = \frac{(2-x)}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} \Rightarrow q^6 = \frac{(2-x)^6}{(3x+2)^3(25x+34)^3}$$

$$\frac{b_{13}}{b_{10}} = q^3 = \frac{1}{(3x+2)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{(2-x)^4}{(25x+34)^2} = 1 \Rightarrow (2-x)^4 = (25x+34)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (4-4x+x^2-25x-34)(4-4x+x^2+25x+34) = 0$$

$$(x^2-29x-30)(x^2+21x+38) = 0$$

$$(x-30)(x+1)(x+2)(x+19) = 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow x = \{-1; 30; -2; -19\}$. Проверим что такие x подходят, подставив x в b_{10}, b_{12}, b_{13}.

$x = 30$ – подходит.

$x = -1$ – не подходит b_{10}.

$x = -2$ – подходит

$x = -19$ – подходит.

Ответ: $x = \{-19; -2; 30\}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases}\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z} \quad (1)\\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \quad (2)\end{cases}$$

(2):

1. $y \ge 18$: $3y - 34 = \sqrt{400-z^2}$.

Заметим, что $\sqrt{400-z^2} \le 20$,

а $3y-34 \ge 20 \Rightarrow y=18;\ z=0$.

2. $-2<y<18$:

$y+2-2y+36 = \sqrt{400-z^2}$.

$38-y = \sqrt{400-z^2}$.

Заметим, что $\sqrt{400-z^2} \le 20$,

а $38-y > 20 \Rightarrow$ решений нет.

3. $y \le -2$:

$-2-y-2y+36 = \sqrt{400-z^2}$

$-3y+34 = \sqrt{400-z^2}$.

Заметим что $-3y+34 \ge 40$,

а $\sqrt{400-z^2} \le 20 \Rightarrow$ решений нет

$\Downarrow$

$y=18;\ z=0$

(1): $\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$

$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{-(x+6)(x-3)}$.

Выпишем ограничения:

• $x \ge -6$ • $x \le 3$ • $\begin{cases}x \ge -6\\ x \le 3\end{cases}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{x+6}+7=2\sqrt{(x+6)(3-x)}+\sqrt{3-x}$

$(x+6)+49+2\sqrt{x+6}\cdot 7=4(x+6)(3-x)+$

$+(3-x)+2(3-x)\sqrt{x+6}$

$\sqrt{x+6}-\sqrt{3-x}+7=2\sqrt{(x+6)(3-x)}$.

Пусть $f(x)=\sqrt{x+6}-\sqrt{3-x}+7$. Заметим, что $f(x)$ возрастает на ОДЗ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \min(f(x))=f(-6)=4$; $\max(f(x))=10$

~~Пусть g(x)~~ $\Rightarrow$ Из нер-ва о средних

$\frac{x+6+3-x}{2}\geq\sqrt{(x+6)(3-x)} \Rightarrow$

$\Rightarrow 9\geq 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$.

$2\sqrt{(x+6)(3-x)}=9$ при $x=-\frac{3}{2}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$y\left(1+\sqrt[3]{p-1}\right)=-1$$

При $p=1$: $y=-1 \Rightarrow x=\pi+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$.

~~Ограничения:~~

$$y=-\frac{1}{1+\sqrt[3]{p-1}};\quad -1\le\frac{1}{1+\sqrt[3]{p-1}}\le 1$$

$$1\ge\frac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1}\ge -1 \quad \Big|\cdot \sqrt[3]{p-1}+1$$

$$\cancel{\begin{cases}\sqrt[3]{p-1}+1\ge 1\\ \sqrt[3]{p-1}+1\le 1\end{cases}}\qquad \begin{cases}\sqrt[3]{p-1}+1\le -1\\ \sqrt[3]{p-1}+1\ge 1\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sqrt[3]{p-1}\le -2\\ p\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}p\le -7\\ p\ge 1\end{cases}$$

При $p=-7$: $y=1 \Rightarrow x=2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

При $p\ne 1$ и $p\ne -7$:

$$y=-\frac{1}{1+\sqrt[3]{p-1}}\in(-1;1)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\pm\arccos\left(-\frac{1}{1+\sqrt[3]{p-1}}\right)+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$$

Ответ: $p\in(-\infty;-7]\cup[1;+\infty)$.
При $p=1$: $x=\pi+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$, при $p=-7$: $x=2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$.
При остальных p: $x=\pm\arccos\left(-\frac{1}{1+\sqrt[3]{p-1}}\right)+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$p\cos 3x + 6\cos 2x + 3(p+4)\cos x + 10 = 0$

$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 6(2\cos^2 x - 1) + 3(p+4)\cos x + 10 = 0$

Пусть $\cos x = y$, $y \in [-1;1]$.

$p(4y^3 - 3y) + 6(2y^2 - 1) + 3(p+4)y + 10 = 0$

$4y^3 \cdot p - \cancel{3yp} + 12y^2 - 6 + \cancel{3py} + 12y + 10 = 0$

$4y^3 \cdot p + 12y^2 + 12y + 4 = 0 \quad |:4$

$y^3 \cdot p + 3y^2 + 3y + 1 = 0$

1) $p = 0$: $3y^2 + 3y + 1 = 0$ – решений нет.

2) $p \neq 0$: $(p-1)y^3 + y^3 + 3y^2 + 3y + 1 = 0$

$\cancel{(p-1)y^3 + (y+1)(y^2 - y + 1) = 0}$

~~при $p = 1$ есть единственный корень $y = -1$~~

$(p-1)y^3 + (y+1)(y^2 - y + 1) + 3y(y+1) = 0$

$\cancel{(p-1)y^3 + (y+1)^3 = 0 \quad |:y^3,\ y \neq 0}$

$\cancel{p - 1 + \left(1 + \frac{1}{y}\right)^3 = 0}$

$\cancel{p = 1 - \left(1 + \frac{1}{y}\right)^3}$

$(p-1)y^3 = -(y+1)^3$

$\sqrt[3]{p-1}\, y = -(y+1)$

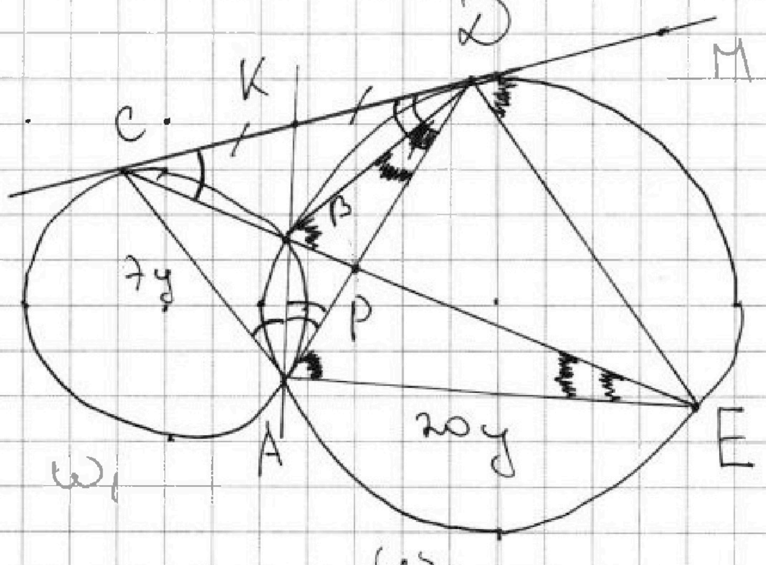
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\frac{CP}{PE} = \frac{7}{20}$



1) Пусть $CP = 7x$, $PE = 20x$,

Пусть $\angle DCE = \alpha$, $\angle CDB = \beta$,

тогда $\angle DBE = \alpha + \beta = \angle DAE$ (опир. на 1 дугу; $\angle DBE$ – внеш. $\angle \triangle CBD$).

($\angle CAB = \alpha$, $\angle CDB = \beta$ (свойство касат. и хорды).)

Заметим, что $\angle CAD = \angle DAE = \alpha + \beta \Rightarrow$

$\Rightarrow AP$ – биссек $\angle CAE \Rightarrow$ по св-ву биссек.

$\frac{AC}{AE} = \frac{CP}{PE} = \frac{7}{20}$ / Пусть $AC = 7y$, $AE = 20y$

2) AB - радикальная ось ω_1 и ω_2 =>
=> K - середина CD

3) $\angle MDE = \angle DAE = \alpha + \beta$ (св-во кас. и хорды)

4) BDAE - вписс => $\angle BDE = 180° - \alpha - 2\beta$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Кол-во способов сделать (C) без (B):

$$2\cdot\frac{60\cdot500\cdot(60\cdot500-2)\cdot(60\cdot500-4)(60\cdot500-6)}{4!}$$

Чтобы добиться (B) без (C) нужно, чтобы все точки расположились по одну сторону от меньшей диагонали. Аналогично что для случая (C) без (B).

Итого: $\frac{500\cdot120}{4!}\Big((500\cdot120-2)\ldots(500\cdot120-6)+$

$+(250\cdot120-2)\ldots(250\cdot120-6)+(60\cdot500-2)\ldots$

$\ldots(60\cdot500-6)\Big)=\frac{500\cdot120}{4!}\Big(8(250\cdot120-1)\ldots(250\cdot120-3)+$

$+2\cdot(250\cdot120-2)\ldots(250\cdot120-6)\Big)=$

$=\frac{500\cdot120}{4!}\Big(8(250\cdot120-1)\cdot\ldots(250\cdot120-3)+$

$+16\cdot(250\cdot60-1)\cdot\ldots\cdot(250\cdot60-3)\Big)=$

$=16\cdot\frac{250\cdot120\cdot\ldots\cdot(250\cdot120-3)}{4!}+64\cdot\frac{(250\cdot60-1)\ldots(250\cdot60-3)}{4!}$

$=16C^4_{250\cdot120}+64C^4_{250\cdot60}=16C^4_{30000}+$

$+64C^4_{15000}$

Ответ: $16C^4_{30000}+64\cdot C^4_{15000}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Пусть симметрия относительно центра — (A), симметрия относительно большей средней линии — (B), симметрия относительно меньшей средней линии — (C)

~~Посчитаем, сколькими способами мы можем получить (A):~~ ~~C^4_{60000}~~

~~Заметим, что столькими же способами мы можем получить (B) и столькими же способами (C).~~

~~Посчитаем „совпадения", то есть случаи, которые мы учли несколько раз~~

~~Заметим, что может выполняться или одно из (A), (B), (C), или все три симметрии сразу (если выполняется симметрия (A), то автоматически выполняется (B) и (C))~~

~~Количество (A):~~ ~~C^4_{60000}~~

Заметим, что: 1) если выполняется (A), то выполняется (B), (C) 2) если выполняется (B) и (C), то выполняется (A).

Отсюда мы понимаем, что кол-во способов закрасить клетки, как в условии: кол-во способов сделать (A) + кол-во способов сделать (B) без (C) + кол-во способов сделать (C) без (B).

Кол-во способов сделать (A): кол-во способов выбрать 4 несимметричных относительно центра клетки:

$$\frac{500\cdot 120\cdot(500\cdot 120-2)\cdot(500\cdot 120-4)\cdot(500\cdot 120-6)}{4!}$$

Кол-во способов сделать (B) без (C):

$$2\cdot\frac{250\cdot 120\cdot(250\cdot 120-2)(250\cdot 120-4)(250\cdot 120-6)}{4!}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

1) $a < b \Rightarrow a - c < b - c$

2) По условию $(a-c)(b-c) = p^2$, $p \in P$, но $(a-c) \neq (b-c) \Rightarrow$ есть 2 случая: 1) $a - c = 1$; $b - c = p^2$
2) $a - c = -p^2$; $b - c = -1$

3) Пусть $a \underset{3}{\equiv} 1 \Rightarrow a^2 \underset{3}{\equiv} 1 \Rightarrow b \vdots 3$, т.к. $a^2 + b \underset{3}{\equiv} 1000$ $(b - a \not\vdots 3)$

Пусть $a \underset{3}{\equiv} 2 \Rightarrow a^2 \underset{3}{\equiv} 1 \Rightarrow b \vdots 3$ $(b - a \not\vdots 3)$

Пусть $a \vdots 3 \Rightarrow a^2 \vdots 3 \Rightarrow b \underset{3}{\equiv} 1$ $(b - a \not\vdots 3) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Какое-то из чисел a, b кратно 3.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

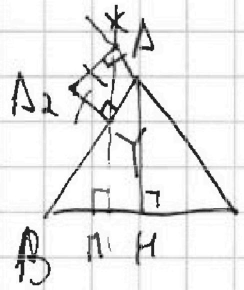
СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Отметим, что $h_2 = BB_1 = AA_1 = \frac{5\sqrt{3}}{4}$.

$\sin\angle A_1AC = \frac{h_1}{h_2} = \frac{\cancel{6}}{5}\cdot\frac{3\cdot 4}{2\cdot 5} > 1$, что невозможно $\Rightarrow$ AA_1 (проекция на (ABC)) лежит вне $\triangle ABC$.

Пусть A_2 – проекция A_1 на (ABC). Отметим, что A_2 равноудалена от AB и AC



$A_2X = A_2Y \Rightarrow$

$\Rightarrow AX = AY$

Заметим, что

$XY \parallel AH$

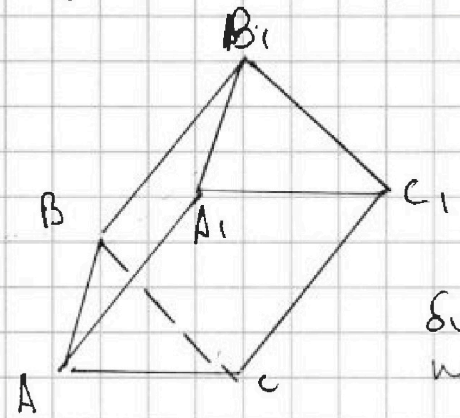
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

1) Изобразим призму



Пусть $S_{AA_1C_1C} = S_{AA_1B_1B} = 6$, $S_{BB_1C_1C} = 5$.

Отметим, что боковые грани — параллелограммы.

Т.к. $S_{AA_1C_1C} = S_{AA_1B_1B}$, то высоты этих парал-мов равны. Отметим, что высота призмы равна расстоянию между (ABC) и $(A_1B_1C_1)$ $\Rightarrow$ очевидно, что грани A_1C_1CA и AA_1B_1B наклонены под одинаковыми углом к основанию призмы. ~~Заметим, что параллелограммы AA_1B_1B и AA_1C_1C равны. Очевидно, что~~ Пусть проекция AA_1 лежит внутри $\triangle ABC$, ~~иначе мы бы получили, что AA_1C_1C и AA_1B_1B не равны.~~ В силу того, что грани, содержащие равные пар-мы наклонены под одинаковыми углы к основанию, мы получаем, что ~~AA_1~~ проекция AA_1 на основание падает на высоту $\triangle ABC$ $\Rightarrow$ по т.о 3 перпен. $AA_1 \perp BC$, $AA_1 \parallel BB_1 \Rightarrow BB_1 \perp BC \Rightarrow BB_1C_1C$ — прямоугольник.

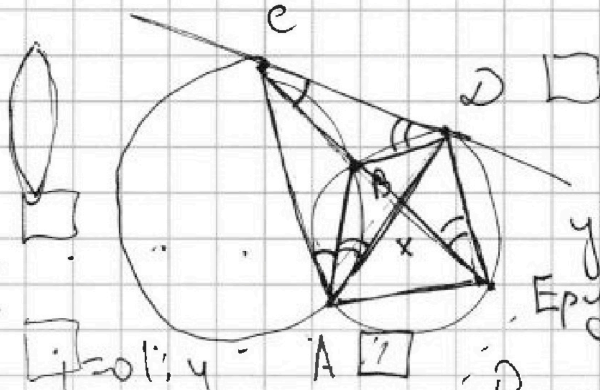
2) $\frac{3AB^2}{4} = 4 \Rightarrow AB = \frac{4}{3}\sqrt{3} \Rightarrow$ (Пусть h_1 — высота AA_1C_1C, h_2 — высота BB_1C_1C) $\Rightarrow h_1 = \frac{6\sqrt{3}}{4} = \frac{3}{2}\sqrt{3}$; $h_2 = \frac{5\sqrt{3}}{4}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



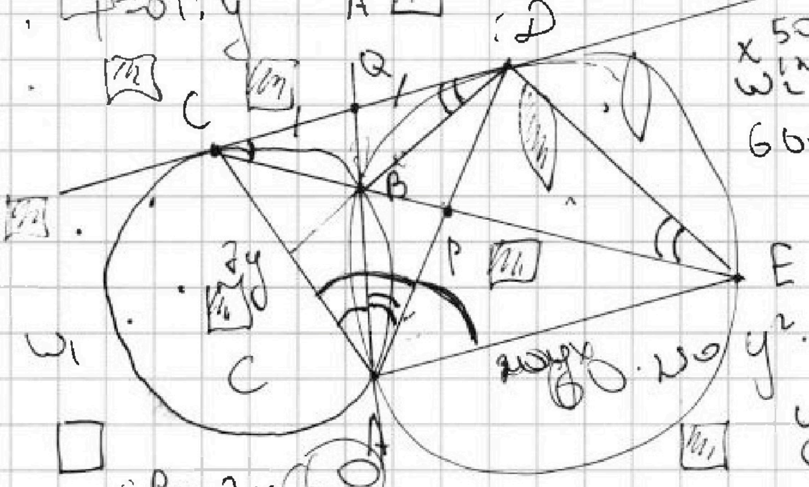
$3y^2p + 6y + 3 = 0$

$y^2p + 2y + 1 = 0$

$p = 0$

$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 4$

$Epy + 3 + \frac{3}{y} + \frac{1}{y^2}$ $\frac{a^2 \cdot 3}{4} = 4$



$CP = 7x$

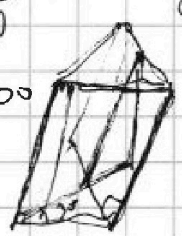
$PE = 2x$

$CD^2 = CB \cdot CE$

$CQ^2 = \frac{1}{4}CD^2 = BQ \cdot AQ$

$a^2 = \frac{32}{3}$

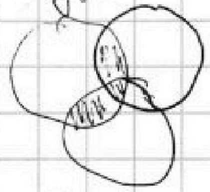
$a = 4\sqrt{\frac{2}{3}}$



60000

$y \cdot p + 3 + \frac{3}{y}$

$y' =$



$D = 3(y+1)y$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$\cos(2x+x) = \cos 2x\cos x - \sin x\sin 2x$

$= (2\cos^2 x - 1)\cos x - 2(1-\cos^2 x)\cos x =$

$= 4\cos^3 x - 3\cos x$

$b - a > 0$

$(y+1)(y^2-y+1)$

$p = 0$

$D = 9 -$

$a < b$

$b - a / 3$

$(a-c)(b-c)$

$25 \cdot 6 = 15000$

$250 \cdot 120$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$18-3x-x^2=0$

$D=9+4\cdot 18=72+9=81$

$x_{1,2}=\frac{3\pm 9}{-2} \Rightarrow x=-6,\ x=3$

$a-b+7=2ab \mid :b$

$\frac{a}{b}-1+\cancel{\frac{7}{b}}=2a$

$a^2+14a+49=4a^2b^2+2ab^2+b^2$

$(a-b)(a+b)+14a+49=2ab^2(2a-b)+b^2$

$a-b+7=2ab$

$a+7=2ab+b$

$a+7=(2a+1)\cdot b$

$\frac{a+7}{2a+1}=b \Rightarrow b^2=(a+7)^2$

$x^2-3x+18$

$D=9+72=81$

$x_{1,2}=\frac{3\pm 9}{-2} \Rightarrow x=-6,\ x=3$

$-(x+6)(x-3)\geq 0$

C B D E A ω_1 ω_2

$-\frac{3}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

1) b_1

$b_{10} = b_1 \cdot q^9 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$

$b_{12} = b_1 \cdot q^{11} = (2-x)$

$b_{18} = b_1 \cdot q^{17} = \sqrt{\dfrac{25x+34}{(3x+2)^3}}$

2) $\begin{cases} a-b \\ |y+2| + 2|y-18| \end{cases}$ $\quad p\cos 3x + b - s6$

$x^2 + 3x - 18$

~~$x_{1,2} =$~~

$y \geq 18.$

$x_1 + x_2 = -3$

$3y + 2 - 36 = 3y - 34 \geq 20$ $\quad x_1 x_2 = -18$

$-2 \leq y \leq 18$ $\quad$ ~~$y + 2 - 2y + 18 = 20 - y$~~ $\quad x_1 = -6$

$x_2 = 3$

$b = 0 \quad a =$ $\quad y + 2 -$

$a - b + 7 =$

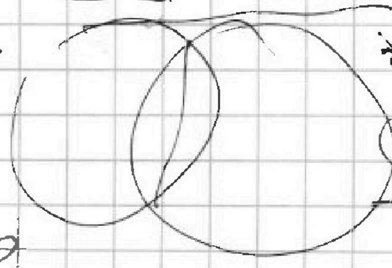
$\cos^3(ax + x) =$

$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = = 2ab$

$= 2\sqrt{(3-x)(x+6)} \quad a - b$

$\sqrt{x+6}\,(1 - 2\sqrt{3-x}) - \sqrt{3-x}$

$x \in \quad 3 - x \geq 0 \qquad -(x+6)(x-3) \geq 0$



$(x+6)(x-3) \leq 0 \qquad (x+6)(x-3) \leq 0$

$3 \qquad -6 \quad 3$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$3 - x \geq 0$ $a:b$ –

$x \leq 3$

$x+6+3-x$

$b = 1000 - a^2$

$a^2 + b^2 = 1000$ $\sqrt{x+6}$

$a^2 = 1000 - b$

$-(x+6)(x-3) \geq 0$

$b=1$

$a;3 \Rightarrow a - b + 7 = 2ab.$ $a^2 < b^2$

$(x-3)(x+6) \leq 0$

$a - c = -p^2$ $a^2 = x+6$ $b^2 > 1000 - b$

$b(b-1) > 1000$

-6 3

$a < b$ $-a^2 = -x - 6$

$a - b + 7 = 2\sqrt{ab}$ $9 - a^2 =$

$b^2 > a^2$

$a^2 = 1000 - b$

$a - b + 7 = 2ab$

$b(b+1) > 1000$

$a - \sqrt{9 - a^2} + 7 =$

$a(1 - 2b) - b + 7 = 0$

$a = \frac{b+7}{1-2b}$ $-(x+6)(x-3) \geq 0$ $= 2a\sqrt{9-a^2}.$

$(x+6)(x-3) \leq 0$

$x \in [-6;3]$ $a + 7 = (2a+1)\sqrt{9-a^2}$

2

$b; b$ $a^2 + 14a + 49 = (4a^2 + 4a + 1) \cdot$

$ab - a(b+a) + c^2 = p^2$ $\cdot (9 - a^2)$

$a^2 + 14a + 49 = 36a^2 + 36a + 9 - 4a^4 - 4a^3 - a^2$

$4a^4 + 4a^3 - 34a^2 - 22a + 40 = 0$

$2a^4 + 2a^3 - 17a^2 - 11a + 20 = 0$

~~$a+b$~~

$a - b + 7 = 2ab$

~~$a - b + 7 = 2$~~

2

$a + 7 = b(2a+1)$

$\frac{a+7}{2a+1} \leq 3$

$+ 7 = 2 \cdot 9$

$\frac{a+7}{2a+1} = b$ $b \leq 3$

$a + 7 \leq 6a + 3$ $a \leq 3$

$5a \geq 4$ $a \geq \frac{4}{5}.$