



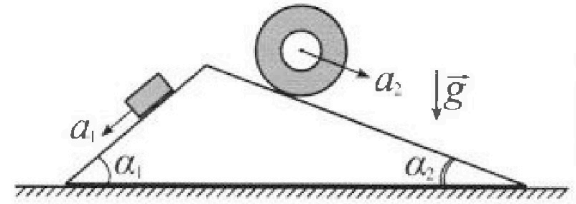
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-03



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой  $m$  с ускорением  $a_1 = 6g/13$  и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой  $2m$  с ускорением  $a_2 = g/4$  (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту  $\alpha_1$  ( $\sin \alpha_1 = 3/5$ ,  $\cos \alpha_1 = 4/5$ ) и  $\alpha_2$  ( $\sin \alpha_2 = 5/13$ ,  $\cos \alpha_2 = 12/13$ ). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

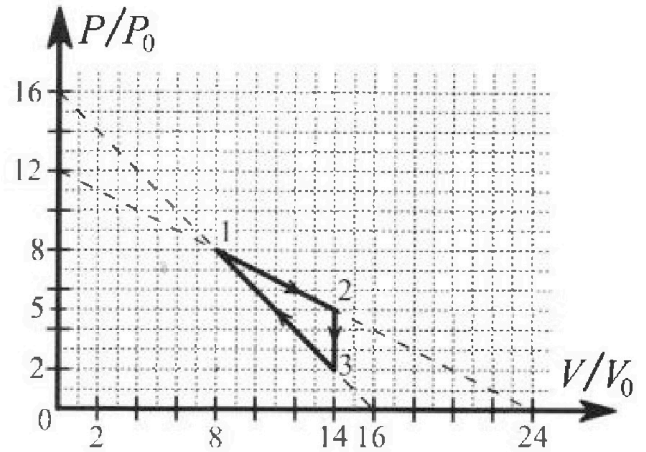


- 1) Найти силу трения  $F_1$  между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения  $F_2$  между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения  $F_3$  между столом и клином.

Каждый ответ выразить через  $m$  и  $g$  с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость  $P/P_0$  от  $V/V_0$ . Здесь  $V$  и  $P$  - объем и давление газа,  $V_0$  и  $P_0$  - некоторые неизвестные объем и давление.

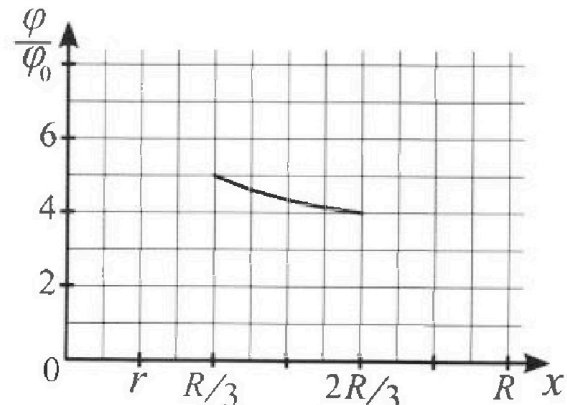
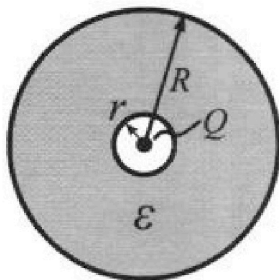
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и радиусами поверхностей  $r$  и  $R$  находится шарик с зарядом  $Q$  (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала  $\varphi$  электрического поля внутри диэлектрика от расстояния  $x$  от центра полого шара в интервале изменений  $x$  от  $R/3$  до  $2R/3$  (см. рис.). Здесь  $\varphi_0$  — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными  $r$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $\epsilon$ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при  $x = 5R/6$ .
- 2) Используя график, найти численное значение  $\epsilon$ .



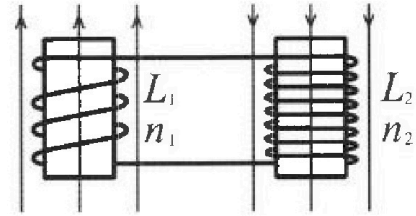
Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

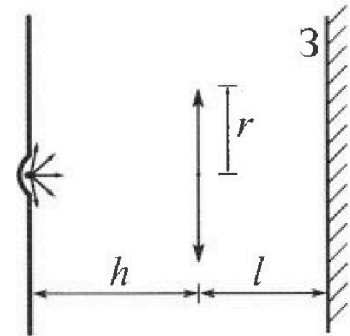


4. Две катушки с индуктивностями  $L_1 = L$  и  $L_2 = 16L$  и числами витков  $n_1 = n$  и  $n_2 = 4n$  помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки  $S$ . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью  $L_1$  индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью  $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$ , а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью  $L_1$  уменьшилась от  $B_0$  до  $B_0/3$ , не изменив направления, а в катушке с индуктивностью  $L_2$  индукция внешнего поля уменьшилась от  $3B_0$  до  $9B_0/4$ , не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии  $h$  расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = h/3$ . Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы  $r = 5$  см. Справа от линзы на расстоянии  $l = 2h/3$  расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в  $[см^2]$  в виде  $\gamma\pi$ , где  $\gamma$  - целое число или простая обыкновенная дробь.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

Дано:

$$m, a_1 = \frac{6}{13}g,$$

$$a_2 = \frac{1}{4}g$$

$$\alpha_1 (\sin \alpha_1 = \frac{3}{5}; \cos \alpha_1 = \frac{4}{5})$$

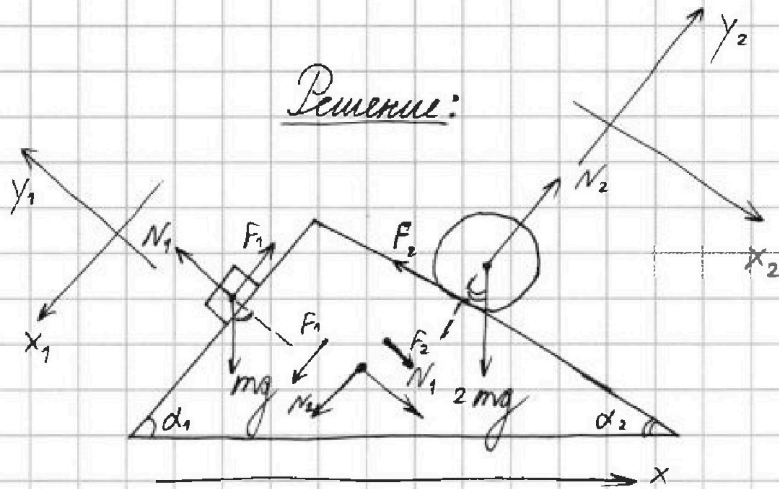
$$\alpha_2 (\sin \alpha_2 = \frac{5}{13}; \cos \alpha_2 = \frac{12}{13})$$

1)  $F_1$  - ?

2)  $F_2$  - ?

3)  $F_3$  - ?

Решение:



$$1) y_1: mg \cos \alpha_1 = N_1 \quad x_1: mg \sin \alpha_1 - F_1 = ma_1$$

$$\left( \begin{aligned} F_1 &= \mu N_1 = \mu mg \cos \alpha_1 \\ mg \sin \alpha_1 - \mu mg \cos \alpha_1 &= ma_1 \end{aligned} \right)$$

$$F_1 = mg \sin \alpha_1 - ma_1 = mg \cdot \frac{3}{5} - mg \cdot \frac{6}{13} = mg \cdot \frac{9}{65}$$

$$\boxed{F_1 = \frac{9}{65} mg}$$

$$2) x_2: 2mg \sin \alpha_2 - F_2 = 2ma_2 \quad y_2: 2mg \cos \alpha_2 = N_2$$

$$F_2 = 2mg \sin \alpha_2 - 2ma_2 = 2mg \sin \alpha_2 - 2mg \cdot \frac{1}{4} = mg \left( 2 \cdot \frac{5}{13} - \frac{1}{2} \right) = \left( \frac{10}{13} - \frac{1}{2} \right) mg$$

$$\boxed{F_2 = \frac{7}{26} mg}$$

$$3) F_2 \cos \alpha_2 - N_2 \sin \alpha_2 - F_1 \cos \alpha_1 + N_1 \sin \alpha_1 = F_{3x}$$

$$\frac{7}{26} mg \cdot \frac{12}{13} - 2mg \cdot \sin \alpha_2 \cdot \cos \alpha_2 - \frac{9}{65} mg \cdot \cos \alpha_1 + mg \cos \alpha_1 \cdot \sin \alpha_1 = F_{3x}$$

$$\frac{7}{26} \cdot \frac{12}{13} mg - 2mg \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{12}{13} - \frac{9}{65} mg \cdot \frac{4}{5} + mg \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} = F_x$$

$$mg \left( \frac{84}{338} - \frac{120}{169} - \frac{36}{325} + \frac{12}{25} \right) = F_x = mg \left( -\frac{78}{169} + \frac{120}{325} \right) = mg \left( \frac{24}{65} - \frac{78}{169} \right)$$

$$\boxed{F_3 = \frac{78}{845} mg}$$

Ответ: 1)  $F_1 = \frac{9}{65} mg$ ; 2)  $F_2 = \frac{7}{26} mg$ ; 3)  $F_3 = \frac{78}{845} mg$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$Q = \Delta U + A$$

$$pV = \nu RT$$

$$1) \frac{\Delta U_{12}}{A_{12}} = \frac{\frac{3}{2} \Delta pV}{A_{12}} = \frac{9p_0 V_0}{9p_0 V_0} = 1$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \Delta pV = \frac{3}{2} (8p_0 \cdot 8V_0 + 5p_0 \cdot 14V_0) = \frac{3}{2} (70p_0 V_0 - 64p_0 V_0) = \frac{3}{2} \cdot 6p_0 V_0$$

$$\Delta U_{12} = 9p_0 V_0$$

$$A_{12} = \frac{1}{2} (6p_0 + 6p_0) \cdot 6V_0 - \frac{1}{2} 6p_0 \cdot 6V_0 = 9p_0 V_0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

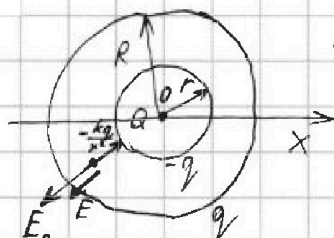
N 3

Дано:

$\epsilon, r, R, Q$

1)  $\varphi(\frac{5}{6}R) - ?$

2)  $\epsilon - ?$



~~$\frac{kq}{R^2} + \frac{kQ}{R^2}$~~

1)  $\text{Om } r \text{ go } R:$

$$\varphi(x) = \frac{kq}{R^2} + \frac{kQ}{x} - \frac{kq}{x^2} = \frac{kq}{R^2} + \frac{k(Q-q)}{x}$$

$$\varphi(\frac{5}{6}R) = \frac{kq}{R^2} + \frac{6k(Q-q)}{5R}$$

$$E = \frac{kQ}{x^2} - \frac{kq}{x^2}; \quad E_0 = \frac{kQ}{x^2} \Rightarrow E = \frac{E_0}{Q-q} \rightarrow Q-q = \frac{R}{\epsilon} \rightarrow q = Q - \frac{R}{\epsilon} = Q \left( \frac{\epsilon-1}{\epsilon} \right)$$

$$\varphi(\frac{5}{6}R) = \frac{5kq}{5R} + \frac{6kQ}{5R} = \frac{5kQ \frac{\epsilon-1}{\epsilon} + 6kQ \frac{1}{\epsilon}}{5R} = \frac{kQ}{5\epsilon R} (5\epsilon - 5 + 6) =$$

$$= \frac{kQ}{5\epsilon R} \cdot (5\epsilon + 1)$$

$$\boxed{\varphi(\frac{5}{6}R) = \frac{kQ(5\epsilon + 1)}{5\epsilon R}}$$

2)  $\varphi(\frac{1}{3}R) = 5\varphi_0; \quad \varphi(\frac{2}{3}R) = 4\varphi_0 \Rightarrow \frac{\varphi(\frac{1}{3}R)}{\varphi(\frac{2}{3}R)} = \frac{5}{4}$

$$\varphi(x) = \frac{kq}{R} + \frac{k(Q-q)}{x} = \frac{kQ}{\epsilon} \left( \frac{\epsilon-1}{R} + \frac{1}{x} \right)$$

$$\frac{\varphi(\frac{1}{3}R) \frac{\epsilon-1}{R} + \frac{3}{R}}{\varphi(\frac{2}{3}R) \frac{\epsilon-1}{R} + \frac{3}{2R}} = \frac{\epsilon+2}{\epsilon+\frac{1}{2}} = \frac{5}{4} \rightarrow \boxed{\epsilon = \frac{11}{2}}$$

Ответ: 1)  $\varphi(\frac{5}{6}R) = \frac{kQ(5\epsilon + 1)}{5\epsilon R}$

2)  $\epsilon = \frac{11}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4

Дано:

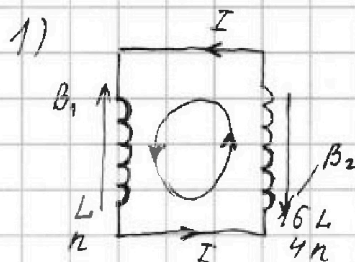
$$L_1 = L; L_2 = 16L$$

$$n_1 = n; n_2 = 4n$$

S

1)  $\frac{dI}{dt} = ?$

Решение:



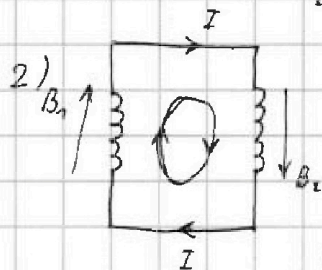
$$|\mathcal{E}_{\text{ind}}| = \mathcal{U}_{L_1} + \mathcal{U}_{L_2}$$

$$|\mathcal{E}_{\text{ind}}| = n \frac{d\Phi}{dt} = nS \frac{dB}{dt} = \alpha S n$$

$$n\alpha S = L_1 \dot{I} + L_2 \dot{I}$$

$$I(L + 16L) = \alpha S n$$

$$\boxed{\frac{dI}{dt} = \frac{n\alpha S}{17L}}$$



$$|\mathcal{E}_{\text{ind}}| + |\mathcal{E}_{\text{ext}}| = \mathcal{U}_{L_1} + \mathcal{U}_{L_2}$$

$$-nS \frac{dB_1}{dt} + 4nS \frac{dB_2}{dt} = L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt}$$

$$-nS dB_1 + 4nS dB_2 = L dI + 16L dI = 17L dI$$

$$-nS \int_{B_0}^{3/4 B_0} dB_1 + 4nS \int_{3/4 B_0}^{2/4 B_0} dB_2 = 17L \int_0^I dI$$

$$17L I = -nS \left( \frac{1}{3} B_0 - B_0 \right) - 4nS \left( \frac{2}{4} B_0 - \frac{3}{4} B_0 \right)$$

$$17L I = \frac{2}{3} nS B_0 + 4nS B_0 \cdot \frac{1}{4} = nS B_0 \left( \frac{2}{3} + 1 \right) = \frac{11}{3} nS B_0$$

$$\boxed{I = \frac{11nS B_0}{51L}}$$

Ответ: 1)  $\frac{dI}{dt} = \frac{n\alpha S}{17L}$ ;

2)  $I = \frac{11nS B_0}{51L}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$\frac{RW}{BC} = \frac{F d'}{d - F} = \frac{\frac{1}{2}h \cdot \frac{5}{6}h}{\frac{1}{2}h - \frac{2}{5}h} = \frac{\frac{5}{12}h^2}{\frac{1}{10}h} = \frac{5}{12}h \cdot 10 = \frac{10}{12}h = \frac{5}{6}h$$

$$\frac{RW}{BC} = \frac{AZ}{OZ} = \frac{\frac{8}{18}h}{\frac{10}{18}h} = \frac{4}{5}$$

$$RW = \frac{4}{5}BC = \frac{8r}{5} \approx 18$$

$$TP - RW = S_2 \rightarrow S_2 = \frac{22r}{5} - \frac{8r}{5} = \frac{14r}{5} = 14 \text{ см}$$

Ответ: 1)  $S_1 = \frac{40}{3} \text{ см}$ ;

2)  $S_2 = 14 \text{ см}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

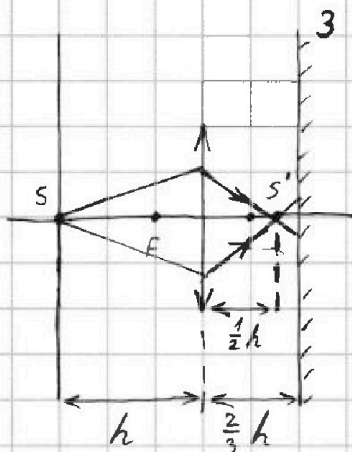
Дано:

$$h, F = \frac{h}{3}, r = 5 \text{ см}$$

$$l = \frac{2h}{3}$$

1)  $S_1 = ?$

2)  $S_2 = ?$

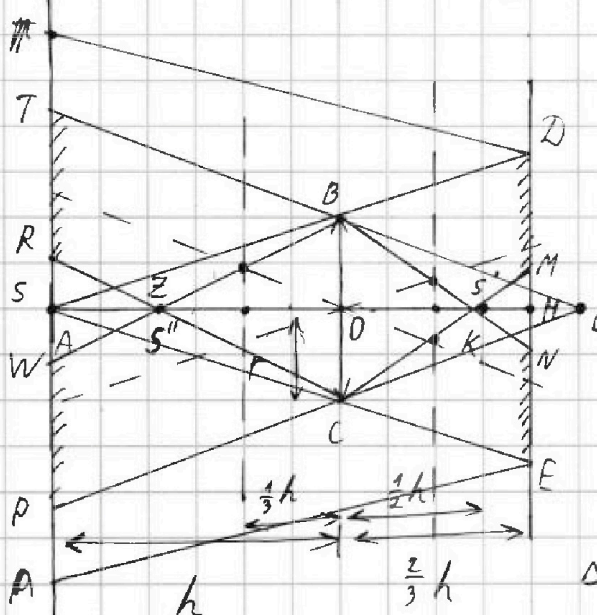


$$1) \frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d} = \frac{d-F}{Fd}$$

$$f = \frac{Fd}{d-F}; F = \frac{h}{3}; d = h$$

$$f = \frac{\frac{h}{3} \cdot h}{\frac{2}{3}h} = \frac{1}{2}h$$



$$\triangle ABC \sim \triangle ADE$$

$$\frac{AQ}{AH} = \frac{h}{\frac{5}{3}h} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{DE} = \frac{3}{5} \rightarrow \frac{5BC}{3} = DE$$

$$BC = 2r$$

$$\frac{10r}{3} = DE$$

$$\triangle BKC \sim \triangle KMN \rightarrow \frac{BC}{MN} = \frac{OK}{KH}$$

$$\frac{OK}{KH} = \frac{1}{2}h \quad KH = \frac{2}{3}h - \frac{1}{2}h = \frac{4}{6}h - \frac{3}{6}h = \frac{1}{6}h \rightarrow \frac{OK}{\frac{1}{6}h} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{MN} = 3 \rightarrow MN = \frac{BC}{3} = \frac{2r}{3}$$

$$S_1 = \frac{10r}{3} - \frac{2r}{3} = \frac{8r}{3} = \frac{40}{3} \text{ см}$$

$$2) TP = 2 \cdot DE = \frac{20r}{3}, \quad \frac{TP}{BC} = \frac{AQ}{OH} = \frac{\frac{11}{6}h}{\frac{5}{6}h} = \frac{11}{5}$$

$$TP = 2r \cdot \frac{11}{5} = \frac{22r}{5}$$

СТРАНИЦА 1.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

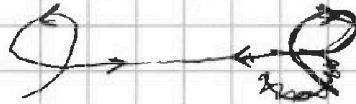
СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{3}{5} - \frac{6}{13} = \frac{39 - 30}{65} = \frac{9}{65}$$

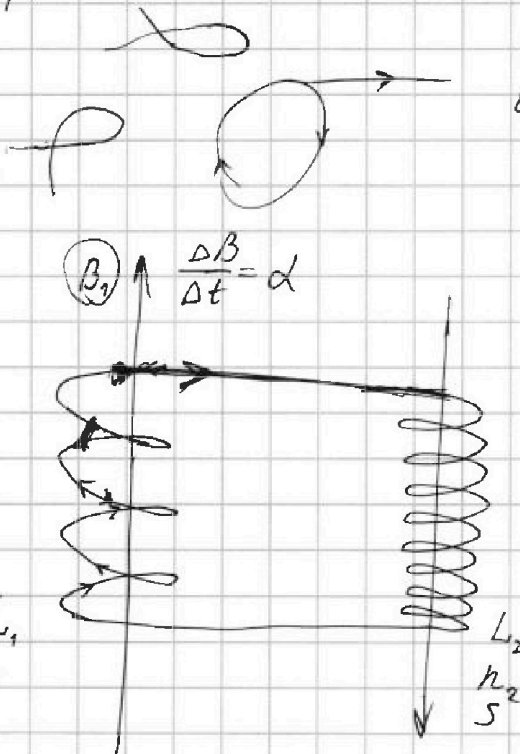
$$\frac{10}{13} - \frac{4}{4} = \frac{40 - 13}{52} = \frac{27}{52}$$

~~$$\frac{10}{13} - \frac{1}{2} = \frac{20}{26} - \frac{13}{26} = \frac{7}{26}$$~~



$$\frac{\varphi\left(\frac{1}{3}R\right)}{\varphi\left(\frac{2}{3}R\right)} = \frac{5}{4} = \frac{\frac{\varepsilon-1}{R} + \frac{1}{\frac{2}{3}R}}{\frac{\varepsilon-1}{R} + \frac{1}{\frac{1}{3}R}} = \frac{\frac{\varepsilon-1}{R} + \frac{3}{2R}}{\frac{\varepsilon-1}{R} + \frac{3}{R}} = \frac{\varepsilon-1 + \frac{3}{2}}{\varepsilon-1 + 3} = \frac{\varepsilon+2}{\varepsilon+\frac{5}{2}} = \frac{5}{4}$$

N4



$$U = L \dot{I}$$

$$\varepsilon = -L \dot{I}$$

~~$$\varepsilon = \frac{1}{2}$$~~

$$4(\varepsilon+2) = 5\left(\varepsilon + \frac{1}{2}\right)$$

$$4\varepsilon + 8 = 5\varepsilon + \frac{5}{2}$$

$$\varepsilon = \frac{16}{2} - \frac{5}{2} = \frac{11}{2}$$

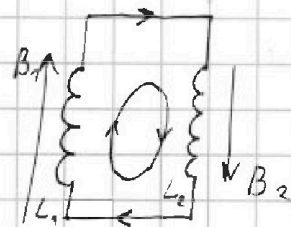
~~$$\varepsilon = \dots - \frac{d\phi}{dt} =$$~~

~~$$\varepsilon = n \frac{d\phi}{dt} =$$~~

$$\varepsilon_{i0} = \sum \varepsilon_i = \leftarrow \begin{aligned} \varepsilon_{i0} &= \frac{d\phi}{dt} \\ \varepsilon_i &= n \frac{d\phi}{dt} = nS \frac{dB}{dt} \end{aligned}$$

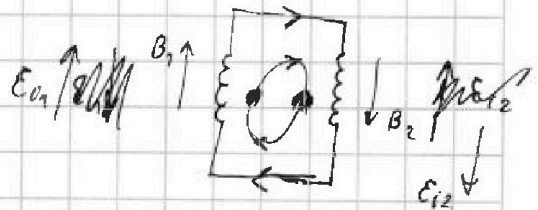
$$\varepsilon_i = - \frac{d(BS)}{dt} = - \frac{dB \cdot S}{dt} = - \frac{\Delta B \cdot S}{\Delta t} = \dots$$

$$|\varepsilon_{i0}| = n \frac{\Delta B \cdot S}{\Delta t} = n \alpha S$$



$$\varepsilon_i - \varepsilon_{i1} - \varepsilon_{i2} = 0$$

$$\left(n \frac{\Delta B}{\Delta t} S\right) - L_1 \dot{I} - L_2 \dot{I}$$



$$\varepsilon_{i1} - \varepsilon_{i2} = U_{L1} + U_{L2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\varepsilon_{i1} - \varepsilon_{i2} = \mathcal{U}_{L1} + \mathcal{U}_{L2}$$

$$3 = \frac{12}{4}$$

$$\frac{24}{65} - \frac{78}{169} = \frac{24}{13 \cdot 5} - \frac{78}{13 \cdot 13}$$

$$\frac{390}{312} - \frac{78}{78}$$

$$B_0 \rightarrow \frac{B_0}{3} = \frac{2}{3} B_0 \quad \frac{8}{12} B_0 \quad \frac{1}{13} \left( \frac{24}{5} - \frac{78}{13} \right) = \frac{1}{13} \left( \frac{13 \cdot 24}{13 \cdot 5} - \frac{78 \cdot 5}{13 \cdot 5} \right)$$

$$3B_0 \rightarrow \frac{2}{4} B_0 \quad \frac{1}{4} B_0 \quad 3 - \frac{9}{4} = \frac{12}{4} - \frac{9}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{var. } \frac{12}{7} B_0 - \frac{9}{4} B_0 = \frac{3}{4} B_0 \quad \frac{9}{12} B_0 \quad \frac{24}{72} - \frac{24}{312} = \frac{1}{13} \left( \frac{312 - 390}{65} \right) = \frac{1}{13} \left( \frac{-78}{65} \right)$$

$$\varepsilon_{i2} + \varepsilon_{i1} = \mathcal{U}_{L1} + \mathcal{U}_{L2}$$

$$\left( n_1 \frac{dB_1}{dt} \right) + \left( n_2 \frac{dB_2}{dt} \right) = \left( L_1 \right) \frac{dI}{dt} + \left( L_2 \right) \frac{dI}{dt}$$

$$\frac{24}{72} - \frac{120}{290} = \frac{24}{72} - \frac{120}{290} = \frac{24}{72} - \frac{120}{290}$$

$$\frac{7 \cdot 12}{26 \cdot 13} = \frac{84}{338}$$

$$312 + 78 = 390 + 72 = 462$$

$$\frac{24}{65}$$

$$\frac{9}{3} + \frac{2}{3} = \frac{11}{3} \cdot 65$$

$$\frac{5}{325} + \frac{144}{155}$$

$$7 \cdot (10 + 2) = 70 + 14$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ -13 \\ \hline 13 \\ +78 \\ \hline 91 \end{array}$$

$$\frac{10}{73} - \frac{12}{73} = \frac{120}{169} - \frac{795}{895}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 6 = 3$$

$$13 \cdot 5 = 50 + 15 = 65$$

$$\frac{12}{23} + \frac{36}{755}$$

$$\frac{9}{65} \cdot \frac{4}{5} = \frac{36}{325}$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{3} - \frac{9 \cdot 4}{65 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 5} - \frac{9 \cdot 4}{13 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{156 - 36}{325} = \frac{120}{325}$$

$$\frac{65}{325}$$

$$12 \cdot 13$$

$$\frac{17}{57} - \frac{17}{51}$$

$$\frac{7 \cdot 12}{7 \cdot 12} - \frac{10 \cdot 12}{13 \cdot 13} = \frac{7 \cdot 12}{13 \cdot 13} - \frac{10 \cdot 12}{13 \cdot 13}$$

$$\frac{7 \cdot 6}{13 \cdot 13} - \frac{10 \cdot 12}{169} = \frac{42 - 120}{169} = \frac{78}{169}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1  
Dans:

$$m, a_1 = \frac{6}{13}g$$

$$a_2 = \frac{1}{4}g$$

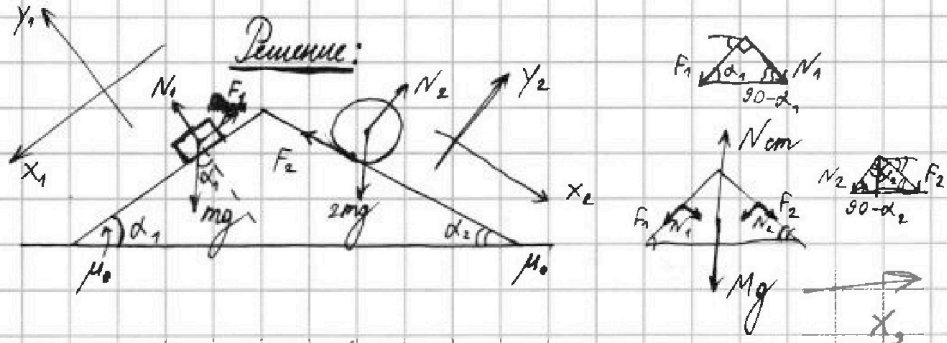
$\alpha_1$

$\alpha_2$

1)  $F_1$  - ?

2)  $F_2$  - ?

3)  $F_3$  - ?



$$1) y_1: mg \cos \alpha_1 = N_1 \quad ; \quad x_1: mg \sin \alpha_1 = F_1 = ma_1$$

$$F_1 = \mu N_1 = \mu mg \cos \alpha_1 \quad F_1 = mg \sin \alpha_1 - ma_1 =$$

$$\mu mg \cos \alpha_1 = mg \sin \alpha_1 - ma_1 = \frac{3}{5}mg - \frac{6}{13}mg = mg \left( \frac{3}{5} - \frac{6}{13} \right)$$

$$\mu \cos \alpha_1 = \sin \alpha_1 \rightarrow \mu = \frac{\sin \alpha_1}{\cos \alpha_1} = \tan \alpha_1$$

$$F_1 = mg$$

$$mg \sin \alpha_1 - \mu mg \cos \alpha_1 = ma_1$$

$$\sin \alpha_1 - \mu \cos \alpha_1 = \frac{a_1}{g}$$

$$g(\sin \alpha_1 - \mu \cos \alpha_1) = a_1$$

$$\mu \cos \alpha_1 = \sin \alpha_1 - \frac{a_1}{g}$$

$$F_1 = \frac{1}{13} \left( \frac{3}{5} - \frac{5}{4} \cdot \frac{a_1}{g} \right) mg \cos \alpha_1$$

$$\mu = \frac{\sin \alpha_1}{\cos \alpha_1} = \frac{a_1}{g \cos \alpha_1} = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{4} - \frac{a_1}{g} \cdot \frac{5}{4} = \frac{3}{4} - \frac{5}{4} \frac{a_1}{g}$$

$$F_1 = mg \cos \alpha_1 \cdot \left( \frac{\sin \alpha_1}{\cos \alpha_1} - \frac{a_1}{g \cos \alpha_1} \right) = mg \left( \sin \alpha_1 - \frac{a_1}{g} \right) = mg \left( \frac{3}{5} - \frac{6}{13} \right) = \frac{9}{65} mg$$

$$2) y_2: 2mg \cos \alpha_2 = N_2 \quad x_2: 2mg \sin \alpha_2 - F_2 = 2ma_2$$

$$F_2 = 2mg \sin \alpha_2 - ma_2 = 2mg \cdot \frac{5}{13} - mg \cdot \frac{1}{4} = mg \left( \frac{10}{13} - \frac{1}{4} \right) = \frac{27}{52} mg$$

$$3) x_3: F_2 \cos \alpha_2 - N_2 \sin \alpha_2 - F_1 \cos \alpha_1 + N_1 \sin \alpha_1 = F_{3x}$$

$$\frac{27}{52} mg \cdot \frac{12}{13} -$$



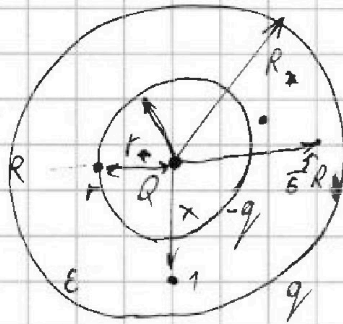
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3



от  $r < R$

$$\varphi_1 = \frac{kQ}{r} - \frac{kq}{R} + \frac{kq}{r}$$

$$\varphi_2 = \frac{kq}{R} - \frac{kq}{x} + \frac{kQ}{x}$$

$$\varphi(x) = \frac{kq}{R} + \frac{kQ}{x} - \frac{kq}{x} = \frac{k}{\epsilon} \cdot \frac{Q}{2}$$

$$= \frac{kq}{R} + \frac{k(Q-q)}{x} \quad \frac{1}{2} \frac{k}{\epsilon}$$

$$x = \frac{5}{6} R$$

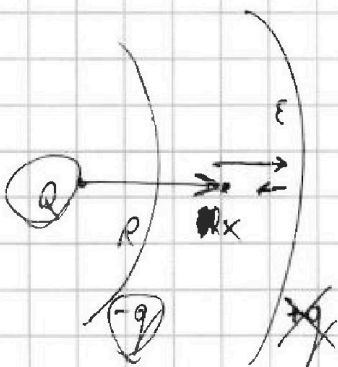
$$\varphi = \frac{5kq}{5R} + \frac{6k(Q-q)}{5R} =$$

$$= \frac{5kq + 6kQ - 6kq}{5R} = \frac{6kQ - kq}{5R}$$

$$\frac{1}{2} \frac{k}{\epsilon} = \frac{6}{5} \frac{k}{\epsilon}$$

$$5(\epsilon - 1) + 6 = 1$$

$\epsilon R / R$



$$E = \frac{kQ}{x^2} - \frac{kq}{x^2} = \frac{k(Q-q)}{x^2}$$

$$E_0 = \frac{kQ}{x^2}$$

$$\epsilon = \frac{E_0}{E} = \frac{kQ}{x^2} \cdot \frac{x^2}{k(Q-q)} =$$

$$= \frac{Q}{Q-q} = \epsilon$$

$$Q = \epsilon(Q-q)$$

$$\frac{Q}{\epsilon} = Q - q \rightarrow q = Q - \frac{Q}{\epsilon} = Q \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) =$$

$$2) \varphi_2(x) = \frac{kq}{R} + \frac{k(Q-q)}{x} = \frac{kQ}{R} \left(\frac{\epsilon-1}{\epsilon}\right) + \frac{kQ}{\epsilon x} = \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{\epsilon-1}{R} + \frac{1}{x}\right)$$

$$= \frac{kQ(\epsilon-1)}{\epsilon R} + \frac{kQ}{\epsilon x} = \frac{kQ}{\epsilon} \cdot \left(\frac{\epsilon-1}{R} + \frac{1}{x}\right)$$

$$\varphi_1 = \varphi\left(\frac{R}{3}\right) = 5\varphi_0 \quad \varphi_2 = \varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = 4\varphi_0 \quad \frac{kQ}{\epsilon} \cdot \left(\frac{\epsilon-1}{R} + \frac{1}{x}\right)$$