



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x - 35}{(x + 1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5 - x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x - 35)(x + 1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a > b$,
 - число $a - b$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a + b^2 = 560$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Пусть b_1 - первый член геометрической прогрессии,
значит что $b_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$, $b_{13} = 5-x$, $b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$,

$$b_{n+1} = b_1 q^n, q \neq 0, q \neq 1.$$

$$\text{Тогда: } \begin{cases} \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = b_1 q^6 \\ 5-x = b_1 q^{12} \\ \sqrt{(13x-35)(x+1)} = b_1 q^{14} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x+1)^2 = q^8 \\ \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x} = q^2 \end{cases}$$

$$\text{Тогда: } \frac{(13x-35)^2(x+1)^2}{(5-x)^4} = (x+1)^2 \quad | : (x+1)^2 \quad x+1 \neq 0$$

Получим следующее:

$$(13x-35)^2 = (x^2 - 10x + 25) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 23x + 60 = 0 \Leftrightarrow \\ x^2 + 3x - 40 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 2 \\ x = 3 \\ x = 20 \end{cases}$$

Заметим, что при $x=2$ выражение

$\sqrt{(13x-35)(x+1)}$ не определено. А при $x=20$, то $b_1 < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} < 0$ - противоречие. Значит

~~$x \in \{3, 20\}$~~ $x \in \{-5, 3\}$. При $x = -5$: $b_1 = \frac{5}{32}$, $q = \sqrt{2}$,
при $x = 3$: $b_1 = \frac{1}{32}$, $q = \sqrt{2}$. Ответ: $x = -5, x = 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

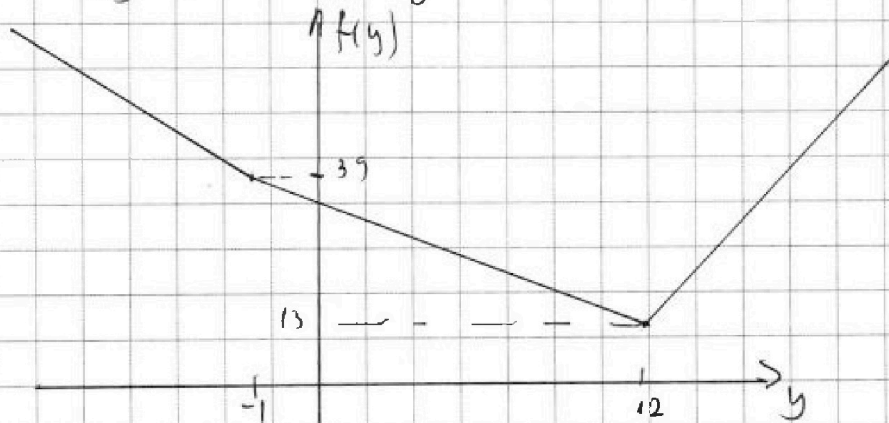
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2. \begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{(x+3)(4-x)} & (1) \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-2z} & (2) \end{cases}$$

Рассмотрим функцию $f(y) = |y+1| + 3|y-12|$.

$$f(y) = \begin{cases} -4y + 37, & y \in (-\infty; -1] \\ 37 - 2y, & y \in [-1; 12] \\ 4y - 35, & y > 12 \end{cases}$$



Таким образом $|y+1| + 3|y-12| \geq 12$, $\sqrt{169-2z} \leq 13$.

Значит (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 12 \\ z = 0 \end{cases}$

(1): $\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{(x+3)(4-x)}$; $x \in [-3; 4]$

Сделаем замену: $a = \sqrt{x+3}$, $b = \sqrt{4-x}$. Тогда:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 7 \\ a - b + 5 = 2ab = 0 \end{cases} \Rightarrow (a-b)^2 + (a-b) - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a-b = 1 \\ a-b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$1) \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1+\sqrt{13}}{2} \\ b = \frac{2+\sqrt{10}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1+\sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{1-2\sqrt{10}}{2} \end{cases}$$

Ответ: $x = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$, $x = \frac{1-2\sqrt{10}}{2}$

Ответ: $(\frac{1+\sqrt{13}}{2}; 12; 0)$, $(\frac{1-2\sqrt{10}}{2}; 12; 0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
/ ИЗ /

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3. \cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 3(2 \cos^2 x - 1) + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - (p + 3) = 0$$

$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 3(2t + 1)^2 = 0$$

Максимум функции $f(t)$ — монотонно возрастает на

$$[-1; 1]. \quad f(-1) = -4, \quad f(1) = 10 \Rightarrow \boxed{p \in [-4; 10]}$$

Сделаем замену: $t = a - \frac{1}{2}$.

$$4(a - \frac{1}{2})^3 + 6(a - \frac{1}{2})^2 + 3(a - \frac{1}{2}) - 3 = p$$

$$4(a^3 - \frac{3}{2}a^2 + \frac{3}{4}a - \frac{1}{8}) + 6(a^2 - a + \frac{1}{4}) + 3a - \frac{3}{2} - 3 = p$$

$$4a^3 - 6a^2 + 3a - \frac{1}{2} + 6a^2 - 6a + \frac{3}{2} + 3a - \frac{3}{2} - 3 = p$$

$$4a^3 = p + \frac{7}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{4} \sqrt[3]{p + \frac{7}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{4} \sqrt[3]{p + \frac{7}{2}} - \frac{1}{2}$$

Значит имеет уравнение $\cos x = \frac{1}{4} \sqrt[3]{p + \frac{7}{2}} - \frac{1}{2}$

$$a = \sqrt[3]{\frac{p + \frac{7}{2}}{4}} \Rightarrow t = \sqrt[3]{\frac{p + \frac{7}{2}}{4}} - \frac{1}{2}$$

Имеет уравнение $\cos x = \sqrt[3]{\frac{2p + 7}{8}} - \frac{1}{2}$.

Ответ: $p \in [-4; 10]$; $x = \pm \arccos \left(\sqrt[3]{\frac{2p + 7}{8}} - \frac{1}{2} \right) + 2\pi n$
 $n \in \mathbb{Z}$



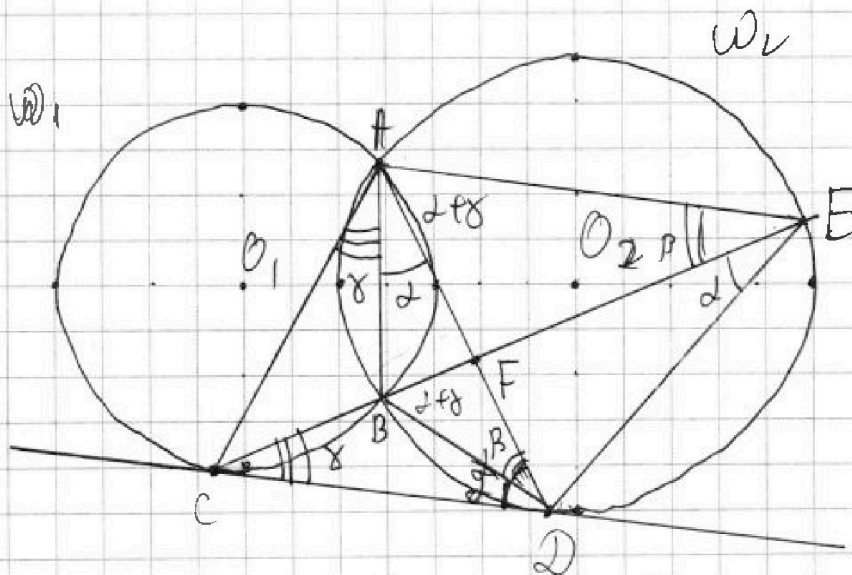
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4.
 r_i - радиус ω_i



$$\frac{ED}{CD} = ?$$

$$\frac{CF}{FE} = \frac{3}{10}$$

Заметим, что AF - биссектриса $\angle CAE$.

$$\alpha = \angle FED, \beta = \angle AEF, \gamma = \angle BCD.$$

$$\angle BCD = \angle CAB = \gamma \text{ (углы хорды касательной и хорды)}$$

$$\angle BAD = \angle BED = \alpha \Rightarrow \angle CAF = \alpha + \gamma.$$

$$\angle CDB = \angle BED = \alpha \text{ (углы хорды касательной и хорды)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle EBD = \alpha + \gamma = \angle BAE \Rightarrow \angle OAE = \alpha + \gamma. \text{ Значит AF -}$$

$$\text{биссектриса } \angle CAE. \text{ По д-ву биссектрисы: } \frac{CF}{FE} = \frac{AC}{AE} = \frac{3}{10}.$$

$$\text{По теореме синусов: } AE = 2r_2 \sin \angle ADE,$$

$$AC = 2r_1 \sin \angle CBA \Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta + \gamma)}{\sin(\alpha + \beta + \gamma)} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{3}{10}.$$

$$\text{Заметим, что } \frac{ED}{CD} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} \text{ по теореме синусов в } \triangle CDE.$$

$$\text{(с другой стороны: } ED = 2r_2 \sin(\alpha + \gamma), BC = 2r_1 \sin \gamma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CD = \frac{BC \sin(\alpha + \gamma)}{\sin \alpha} = 2r_1 \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} \sin(\alpha + \gamma) \Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{r_2}{r_1}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Таким образом:

$$\begin{cases} \frac{ED}{CD} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \\ \frac{ED}{CD} = \frac{r_2}{r_1} \left(\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \right) \end{cases} \Rightarrow \frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = \sqrt{\frac{10}{3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{ED}{CD} = \sqrt{\frac{10}{3}}$$

Ответ: $\sqrt{\frac{10}{3}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Печать QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \frac{1}{x+1} \sqrt{\frac{13x-35}{x+1}} = 6 \cdot 9^6 & \text{но } 1 \\ 5-x = 6 \cdot 9^{12} & \text{но } 4 \\ \sqrt{(13x-35)(x+1)} = 6 \cdot 9^{14} & \text{но } 2 \end{cases}$$

$$\sqrt{(13x-35)(x+1)} = 6 \cdot 9^6 \cdot 9^8 = 6 \cdot 9^{14}$$

$$\sqrt{(13x-35)(x+1)} = 9^2 \cdot 9^8 = 9^{10}$$

$$\frac{(13x-35)^2(x+1)^2}{(x-5)^4} = (x+1)^2$$

$$(13x-35)^2 = (x-5)^4$$

$$(13x-35)^2 = (x^2 - 10x + 25)^2$$

$$\begin{cases} x^2 - 10x + 25 = 13x - 35 \\ x^2 - 10x + 25 = -13x + 55 \end{cases}$$

$$x^2 - 23x + 50 = 0$$

$$x = 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left. \begin{array}{l} a > b \\ a - b \neq 3 \\ (a-c)(b-c) = p^2, \text{ } p \text{ - простое число} \\ a + b^2 = 560 \end{array} \right\}$$

Рассмотрим равенство $a + b^2 = 560$. По модулю 3 $b^2 \equiv 0$ или $b^2 \equiv 1$. Если $b^2 \equiv 0 \pmod{3} \Leftrightarrow b \equiv 0 \pmod{3}$, то

$$a \equiv 560 \equiv 11 \equiv 2 \pmod{3}$$

Если $b^2 \equiv 1 \pmod{3}$, то $a \equiv -1 \pmod{3}$. Т.к. $a \not\equiv b \pmod{3}$, то

$a \equiv -1 \pmod{3}, b \equiv -1 \pmod{3}$. Значит возможны два случая:

$$\boxed{a \equiv -1 \pmod{3}, b \equiv 0 \pmod{3}} \quad \text{или} \quad \boxed{a \equiv -1 \pmod{3}, b \equiv -1 \pmod{3}}$$

При условии, что $a > b$ $(a-c)(b-c) = p^2$ $\left\{ \begin{array}{l} a-c = \pm 1 \\ b-c = \pm p^2 \\ a-c = \pm p^2 \\ b-c = \pm 1 \end{array} \right.$

(знаки в какой-либо системе совпадают)

Все "жандармы" и значения b : $\{2, 3, 5, 7, 9, 11, 12, 14, 15, 17, 18, 20, 21, 23\}$

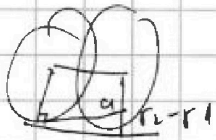


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

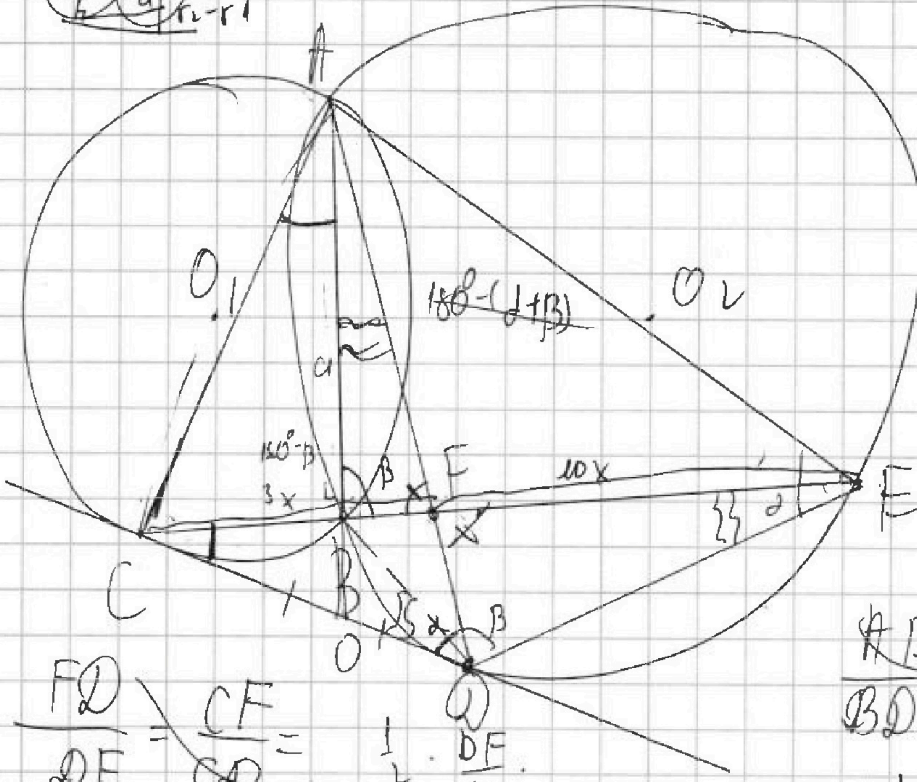
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CL}{LO} = \frac{AL}{CO} \quad (*)$$

$$\frac{CF}{FE} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{DE}{DC} = ?$$



$$\frac{AE}{BD} = \frac{AF}{BF} =$$

$\triangle ABD \sim \triangle A$

$$\frac{CF}{FE} = \frac{CD}{DE} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{CD}{DE} \cdot \frac{AD}{AE}$$

$$\frac{DE}{CD} = \frac{10}{3} \left(\frac{AD}{AE} \right)^{-1}$$

$$\frac{DE}{AB} = \frac{FE}{AF}$$

$$\frac{DE}{FE} = \frac{AB}{AF}$$

$\triangle ABE \sim \triangle ABD$

$$\frac{CF}{DC}$$

$$\triangle BCD \sim \triangle CDE: \quad \frac{CD}{CB} = \frac{DE}{BD} = \frac{CE}{CD} \quad \left| \quad \frac{DE}{CD} = \frac{CD}{CB} = \frac{CD}{3x} \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3. \cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p \quad | \quad \cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = 1$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$3 \cos 2x = 5(2 \cos^2 x - 1) = 6 \cos^2 x - 5$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 4 = 0$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 8 = p$$

$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 8 = p$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 3(4t^2 + 4t + 1) = 0$$

$$p \in \Sigma = \{4; 10\}$$

$$t = \frac{\pi}{6}$$

$$3 \cos \frac{\pi}{3} = \frac{3}{2} + 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2} + 3\sqrt{3} = \frac{3 + 6\sqrt{3}}{2}$$

$$2 \cos 2x \cos x + 3 \cos 2x + 5 \cos x = p$$

$$2 \cos 2x (\cos x + \cos 2x)$$

$$\cos x = u$$

$$\cos 2x = v$$

$$t = 1$$

$$t = 0$$

$$-3$$

$$t +$$

$$\begin{cases} 5u + 3v + 2uv = p \\ v = 2u^2 - 1 \end{cases} \quad \left(\begin{matrix} 10 + 3 - 3 = 10 \\ \sqrt[3]{4t} - \sqrt[3]{3} = 4t^3 - 3 \end{matrix} \right)$$

$$4 \cos^3 x + 6(\cos x - 1)(\cos x + 1) + 3(\cos x + 1) = 0$$

$$4 \cos^3 x + 3(\cos x + 1)(2 \cos x - 2 + 1) = 0$$

$$4 \cos^3 x + 3(\cos x + 1)(2 \cos x - 1) = 0$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos^2 x + 3 \cos 2x = p$$

$$4t^3 + 6t^2 = 0$$

$$f = 12t^2 + 12t + 3 = 3(2t + 1)^2$$

$$4t + 6 = 0$$

$$3 \cos x + 2$$

$$3 \cos x (2 \cos^2 x - 1) - 2 \cos^3 x + 6 \cos x + 3 \cos 2x = 0$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - (p + 3) = 0$$

$$t \rightarrow t - \frac{3}{2} \quad \left(4 \left(t + \frac{3}{2} \right)^3 + 6 \left(t - \frac{3}{2} \right)^2 + 3 \left(t - \frac{3}{2} \right) + (p + 3) \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. $\sqrt{ab} =$

$$b_2 = \sqrt{\frac{13x-35}{x+1}}$$

$$b_{13} = 5-x, b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

уравнения:

$$\begin{cases} (13x-35)(x+1) \geq 0 \\ \frac{13x-35}{x+1} \geq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{\frac{13x-35}{x+1}} = b_{196}$$

$$5-x = b_{19}$$

$$\sqrt{(13x-35)(x+1)} = b_{1914}$$

$$\begin{cases} (5-x) \sqrt{\frac{x+1}{13x-35}} = b^6 \\ x+1 = b^8 \Rightarrow \end{cases}$$

$$(5-x)(x+1) \sqrt{\frac{x+1}{13x-35}} = b^6$$

$$x+1 = b^8$$

$$\sqrt[4]{3} \quad 35-35$$

$$\frac{3}{16} = b^6, 3 = b^2$$

$$\begin{cases} b^2 = \frac{13x-35}{x+1} \\ b^2 = (5-x)^2 \\ b^4 = \frac{(5-x)^2(x+1)}{13x-35} \end{cases}$$

$$\sqrt{(13x-35)(x+1)} \cdot \frac{x+1}{13x-35}$$

$$10 = b_{10} \cdot b_4$$

$$b^8 = \frac{5}{b^4}$$

$$\begin{cases} b^8 = 5 + 4b \\ b^8 = 25^2 - 24b \end{cases}$$

$$b^2 = (5-x)$$

$$\begin{array}{r} 25^2 = 5^2 29 \\ - 5 \cdot 24 \\ \hline 25^2 - 120 \\ \hline 25^2 - 120 \end{array}$$

$$b_{11} + 1, b_{15} = 6$$

$$\begin{array}{l} 13 \cdot 10 \\ 260 - 35 \\ \hline 225 \\ 21 = b^4 \\ 21 = b^4 \\ 23+17 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$4+B$$

$$20 \cdot 3$$

$$-5$$

$$\begin{cases} b_1 = 15^2 - 60 \\ 169 - 60 = 109 \end{cases}$$

$$b_1 = 15^2 - 60$$

$$109$$

$$b_7 = \frac{8}{3}, b_{13} = 2, b_{15} = 6$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a > b \quad = p^2$$

$$(a-c)(b-c) = ab - ac - bc + c^2$$

$$c^2 - (a+b)c + ab = 0$$

$$\frac{a+b+a-b}{2} = \textcircled{a}$$

$$\Delta = (a+b)^2 - 4ab = (a-b)^2 = 0 \quad \textcircled{b}$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a-b = 1 - p^2 < 0$$

$$a-b = -1 + p^2 > 0$$

$$\left. \begin{array}{l} a-c=1 \\ b-c=p^2 \\ a-c=1 \\ b-c=-p^2 \\ a-c=p^2 \\ b-c=1 \\ a-c=-p^2 \\ b-c=-1 \\ a-c=p^2 \\ b-c=p^2 \end{array} \right\} \textcircled{=}$$

$$\left. \begin{array}{l} a-b=p^2-1 \\ a-c=-1 \\ b-c=-p^2 \\ a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{array} \right\}$$

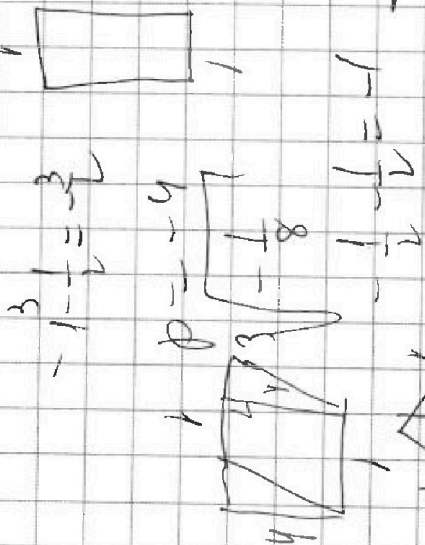
403

$$p = -4$$

$$\sqrt[3]{p+\frac{7}{2}} = -\frac{1}{2} \quad 1.4$$

$$a+b = -p^2 + 1 < 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(-6 - 44)}}{2}$$



$$p + \frac{7}{2} = -2$$

$$p = -8 - \frac{7}{2} = -\frac{17}{2}$$

$$S_1 = S_2 = 4$$

$$S_3 = 5$$

h = ?



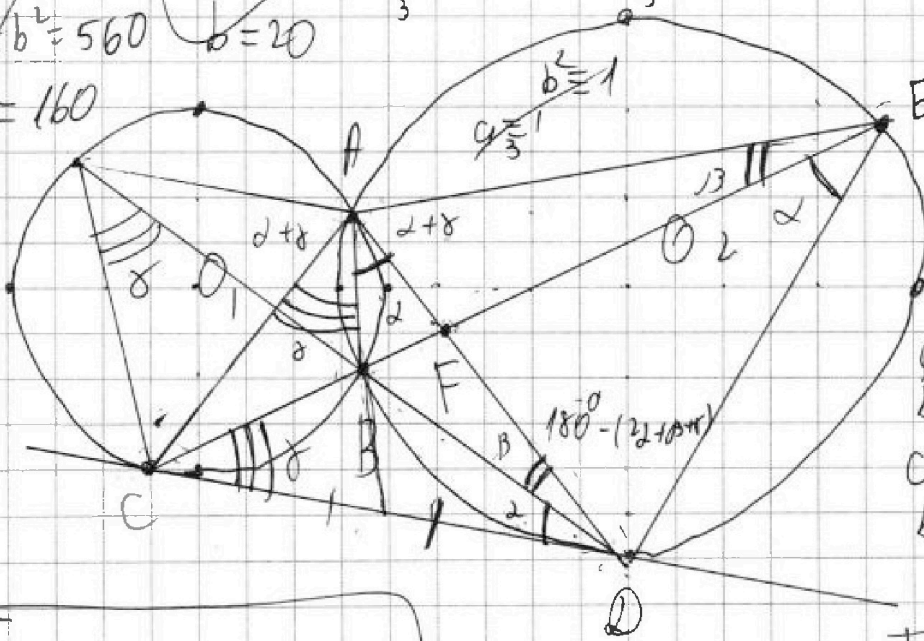
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a > b$
 $a - b \neq 3$
 $(a - c) / (b - c) - \text{неч. к.б.}$
 $a + b^2 = 560$
 $a = 160$
 $b = 20$
 $a + b^2 = 2$
 $a \neq b$
 $a \equiv -1$
 $b \equiv 1$
 $a \equiv 0$
 $b \equiv 0$



$ED = ?$
 $\frac{CF}{FE} = \frac{3}{10}$
 12 банок < 2 мешка

$a \equiv -1$
 $b \equiv 0$
 $c \equiv -1$
 $b \equiv -1$

$$\frac{CF}{FE} = \frac{CD}{DE} \cdot \frac{AD}{AE}$$

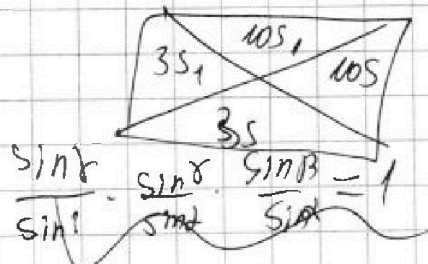
$$\frac{ED}{CD} = \frac{10}{3} \left(\frac{AD}{AE} \right) = \frac{AD}{AC} = \frac{BD}{CB}$$

$$\triangle FDE \sim \triangle BFA: \frac{ED}{BF} = \frac{FE}{AB} = \frac{AE \sin B}{ED \sin A} = \frac{AC}{CD \sin A}$$

$$\frac{CF}{FE} = \frac{AC}{AE} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{CF}{FE} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} \cdot \frac{CF}{FE} = \frac{3}{10}$$



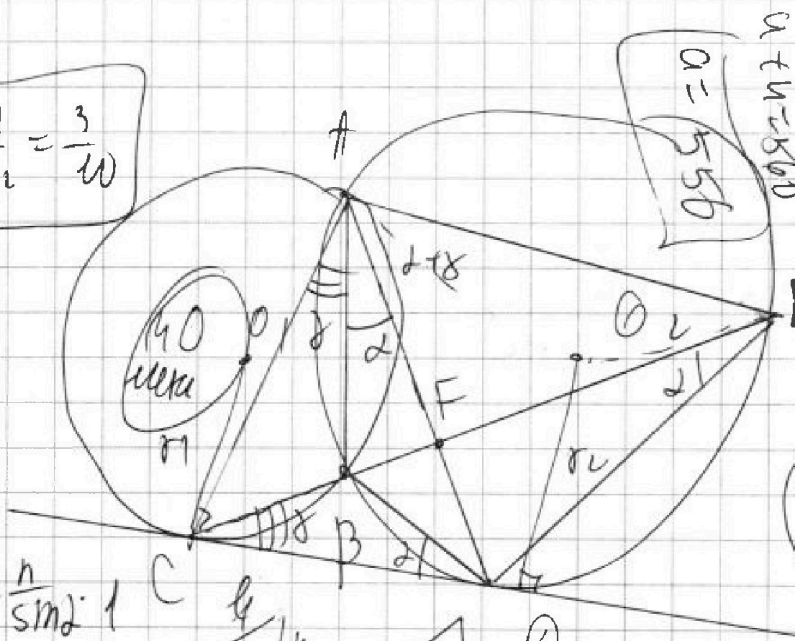
$$\frac{AD \sin \alpha}{AC \sin \alpha} = 1 \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{BD}{CB}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

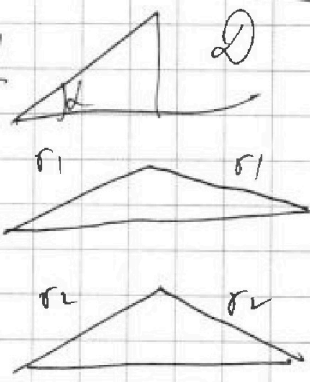
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{n}{r_1} = \frac{3}{10}$$

$a + u = 560$
 $a = 556$
 $2\alpha + \beta + \gamma$
 $180^\circ - 2\alpha + \beta + \gamma$
 $2\alpha = 484$
 $u = 576$
 $180^\circ - \alpha - \beta$
 $180^\circ - \alpha - \gamma$
 $360^\circ - 2\alpha - \beta - \gamma$
 $2\alpha = 484$
 $u = 576$
 $2\alpha = 484$
 $u = 576$
 $2\alpha = 484$
 $u = 576$

$l = \frac{n}{\sin \alpha} \cdot 1$
 $AC = \frac{3}{2} \cdot 10$
 $AE = \frac{10}{2}$



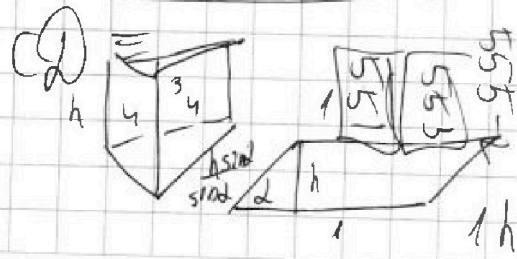
$$\frac{\alpha}{r_1} = \frac{3}{10}$$

$360^\circ - 2(2\alpha + \beta + \gamma)$
 $2\alpha + \beta + \gamma$
 $180^\circ + (2\alpha + 2\beta + \gamma)$
 $360^\circ + 2(2\alpha + \beta + \gamma)$

$2r_1 \sin(2\alpha + \beta + \gamma)$
 $2r_2 \sin(2\alpha + \beta + \gamma)$

$$h = 4 \sin \alpha$$

$$DE = 2r_1 \sin(\alpha + \gamma)$$



$u = 554$
 $C = 555$
 $O = 553$
 $u = 554$

$180^\circ - \alpha - \gamma + 180^\circ - 2\alpha - \beta$
 $360^\circ - 2\alpha - \beta - \gamma$
 $2\alpha + \beta + \gamma$

$b = 2, b = 3, b = 5, b = 7, b = 9, b = 11, b = 12, b = 14, b = 15$
 $b = 17, b = 16, b = 10$

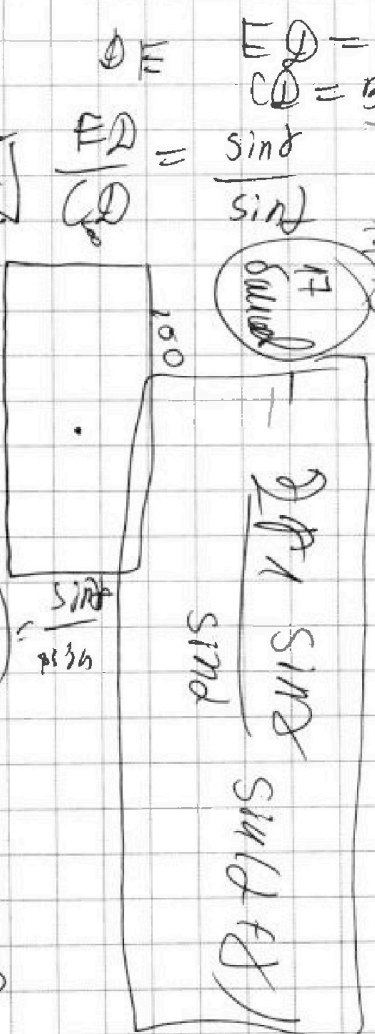
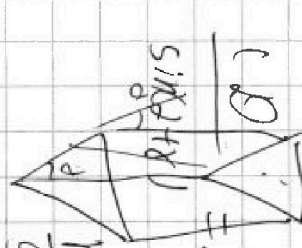
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CD}{\sin(\alpha+\gamma)} = \frac{BC}{\sin \alpha}$$

$$\frac{CD}{\sin(\alpha+\gamma)} = \frac{BC}{\sin \alpha}$$

$$\frac{CD}{\sin(\alpha+\gamma)} = \frac{BC}{\sin \alpha}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{5}{10}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{3}}{10}$$

$$BC = 2r_1 \sin \alpha$$

$$BD = 2r_1 \sin \alpha$$

$$\frac{BC}{\sin \alpha} = \frac{CD}{\sin(\alpha+\gamma)}$$

$$BC = \frac{CD \sin \alpha}{\sin(\alpha+\gamma)}$$

$$CD = \frac{BC \sin(\alpha+\gamma)}{\sin \alpha}$$

$$CD = \frac{2r_1 \sin \alpha \sin(\alpha+\gamma)}{\sin \alpha}$$

$$CD = 2r_1 \sin(\alpha+\gamma)$$

$$CD = \frac{2r_1 \sin \alpha \sin(\alpha+\gamma)}{\sin \alpha}$$

$$CD = 2r_1 \sin(\alpha+\gamma)$$

$$\frac{a^2 - (b-c)^2}{4bc} = \cos A$$

$$\frac{a^2 - (b-c)^2}{4bc} = \cos A$$

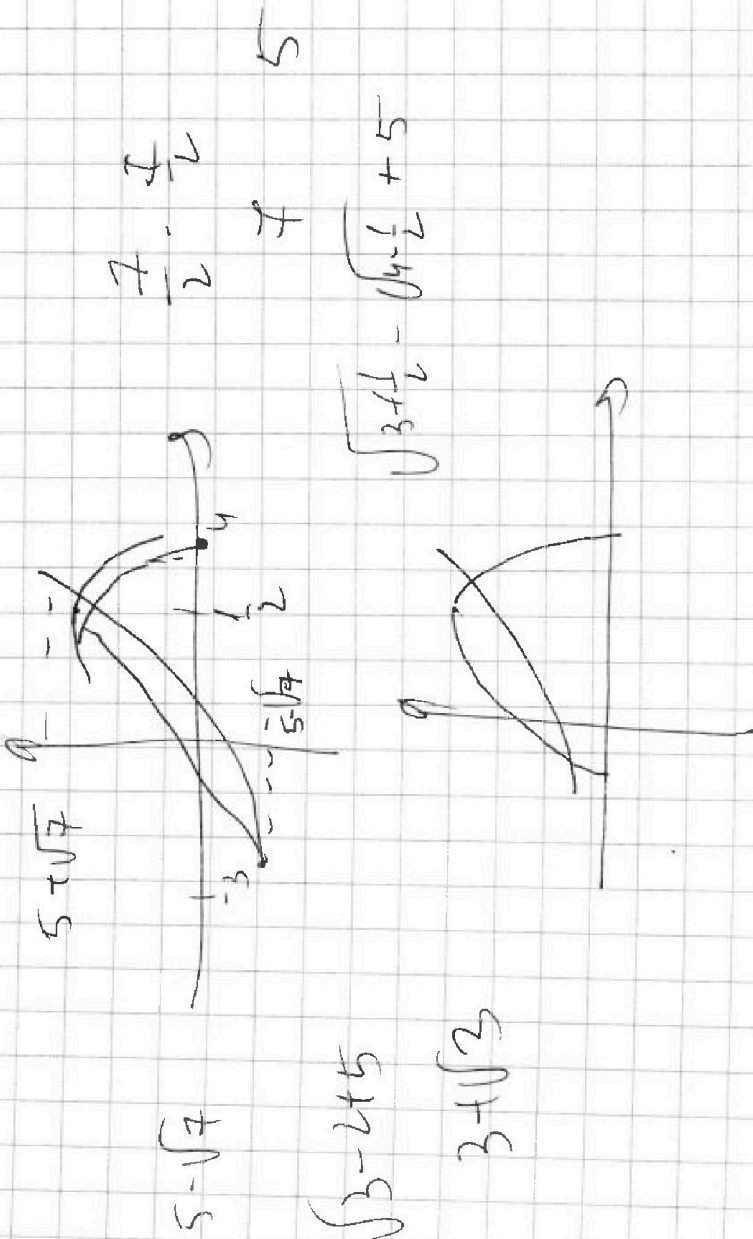


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b = 2:$$

$$a + b = 5600$$

$$a = 556$$

$$16 \equiv 1$$

$$C \neq 555$$

\Rightarrow

$$C = 557$$

$$(556 - c) / (2 - c) = p^2 \quad 555 = p^2$$

$$556 - c = p^2$$

$$c = 1$$

$$c = 3$$

$$553 = p^2$$

$$= -1$$

$$= 3$$



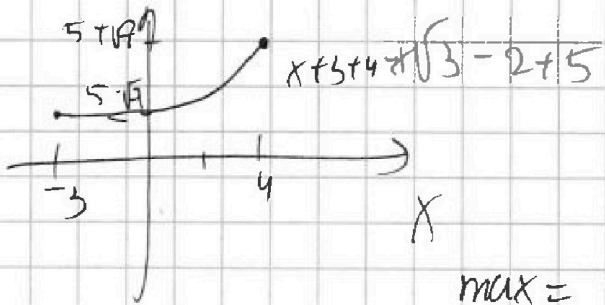
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{(x+3)(4-x)} \quad (x \in [-3; 4])$$



$$5 - \sqrt{7} + 2\sqrt{b} - 6 = 0$$

$$\sqrt{7} + 5 = 2\sqrt{b} - 6$$

$$5 - \sqrt{7} + 7 = 2\sqrt{b} - 6$$

$$\sqrt{7} + 12 = 2\sqrt{b} - 6$$

$$b^2 + b - 3 = 0$$

$$\max = 2\sqrt{\frac{4^2}{4}} = 7$$

$$\begin{cases} a - b + 5 = 2ab = 0 \\ a^2 + b^2 = 7 \end{cases}$$

$$(a^2 + b^2 - 2ab) + a - b + 5 = 7$$

$$(a - b)^2 + (a - b) - 2 = 0$$

$$\begin{cases} a - b = 1 \\ a - b = -2 \end{cases} \Rightarrow a - b = -1$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 1$$

$$7 - 2\sqrt{(x+3)(4-x)} = 1$$

$$3 = \sqrt{(x+3)(4-x)}$$

$$9 = -x^2 + 7x + 12$$

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$\begin{cases} a = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \\ b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$\left(\frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}; 12; 0 \right)$$

$$\begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} > 4 \\ x = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} < -3 \end{cases}$$

$$b = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$$

$$1) a - b = 1$$

$$a = b + 1$$

$$x + 3 = \frac{14 + 2\sqrt{13}}{2} = 7 + \sqrt{13}$$

$$x = \frac{14 + \sqrt{13}}{2}$$

$$\sqrt{3} > 7$$

$$2b^2 + 2b - 6$$

$$b^2 + b - 3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} + 1$$

$$b = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$$

$$\sqrt{x+3} = \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$$

$$x + 3 = \frac{1 + 13 - 2\sqrt{13}}{4} = \frac{2\sqrt{13}}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} z=13 \\ y=12 \\ x=? \end{cases} \quad \sqrt{x+3} - \sqrt{-x-5} + 5 = 2\sqrt{-x^2+x+25}$$

$x \geq -5$
 $-x-5 \geq 0 \Rightarrow x \leq -5$
 $x+5 \leq 0 \Rightarrow x \leq -5$

$x \leq -9$

$x \geq -3$
 $x-17 \leq 0 \Rightarrow x \leq 17$

$x \in [-3; 17]$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{-x+17} + 5 = 2\sqrt{-x^2+x}$$

$f' = \frac{x+3}{2\sqrt{x+3}} + \frac{1}{2\sqrt{-x}}$

$-x^2+x-1 \geq 0$
 $x^2-x+1 \leq 0$

Ответ: \emptyset

$$\begin{cases} z=0 \\ y=12 \\ x=? \end{cases} \quad \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{-x^2+x+12}$$

$x+3 = 4-x \Rightarrow 2x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

$x \in [-3; 4]$

$a-b+5=2ab \Rightarrow 4$

$a(1-b) + 11 - b + 5 = 0$
 $(1-b)(1+9) + 4 = 0$

$a(1-2b) = (9-2b)$

$a(1-2b) + \frac{1}{2}(1-2b) = 0$
 $(1-2b)(a + \frac{1}{2}) = 0$

$a = -\frac{1}{2}$

$x+3 = 14-4x \Rightarrow 5x=11 \Rightarrow x=\frac{11}{5}$

$b^2 - 4b + 4 + b^2 - 7 - 8 = 0$
 $2b^2 - 4b - 3 = 0$
 $D = 16 + 24 = 40$
 $b = \frac{4 \pm \sqrt{40}}{4} = 1 \pm \sqrt{10}$



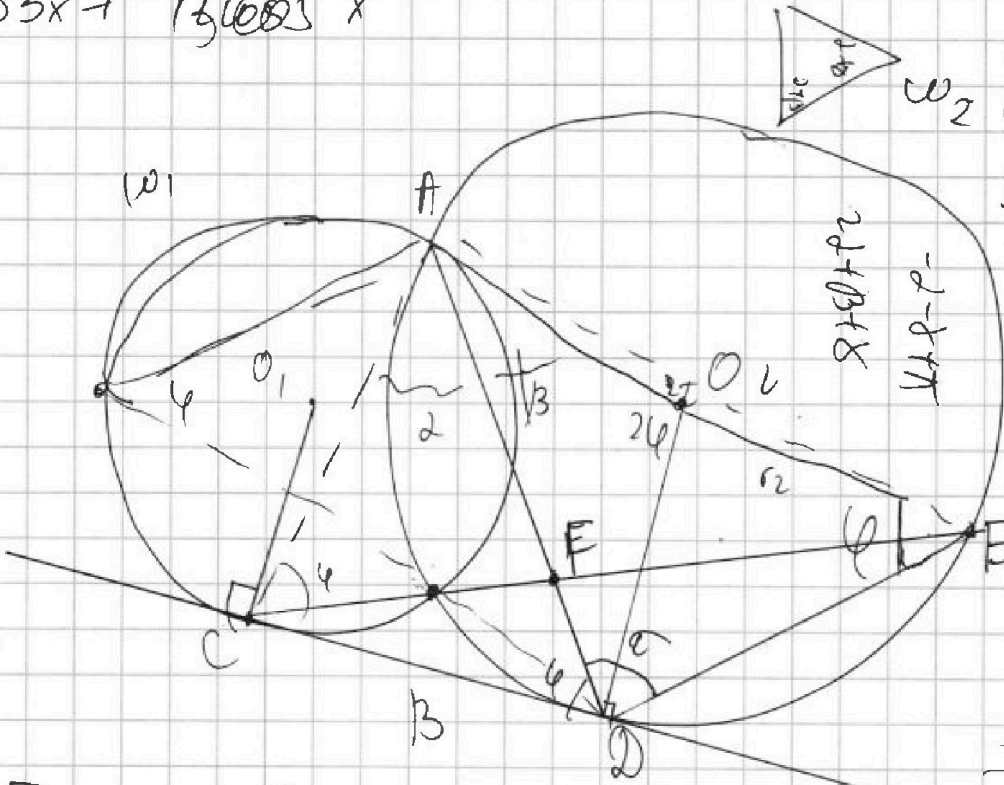
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\cos 3x + \sqrt{3} \cos x$
4.



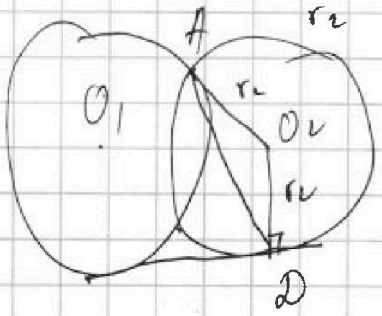
$$\frac{ED}{CD} = \dots$$

$$\frac{FE}{FE} = \dots$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \left(\frac{FE}{CF} \right) = \frac{\omega_1}{3} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{AD}{AE} \cdot \frac{\omega_1}{3}$$

$$\frac{CF}{FE} = \frac{CD \cdot \sin \alpha}{DE \cdot \sin \beta}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \left(\frac{FE}{CF} \right) = \frac{\omega_1}{3} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{AD}{AE} \cdot \frac{\omega_1}{3}$$



$\omega_1 = \rho + 3 + \frac{1}{2}$

III

$$4t^3 - 2t^2 - t + \frac{1}{2}$$

$$4t^3 - \frac{1}{2} + \frac{6}{4} - \frac{3}{4} - 1 + \frac{1}{2}$$

$$+ 6(t^2 - t + \frac{1}{4}) + 5t - \frac{1}{2} - 1 + \frac{1}{2}$$

$$4(t + \frac{1}{2})^3 + 6(t + \frac{1}{2})^2 + 3(t - \frac{1}{2}) - 1 + 5 - 3$$

$$4(t^2 - 3t + \frac{3}{4}) + 3t - \frac{1}{2} - 1 + 5 - 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3. \cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

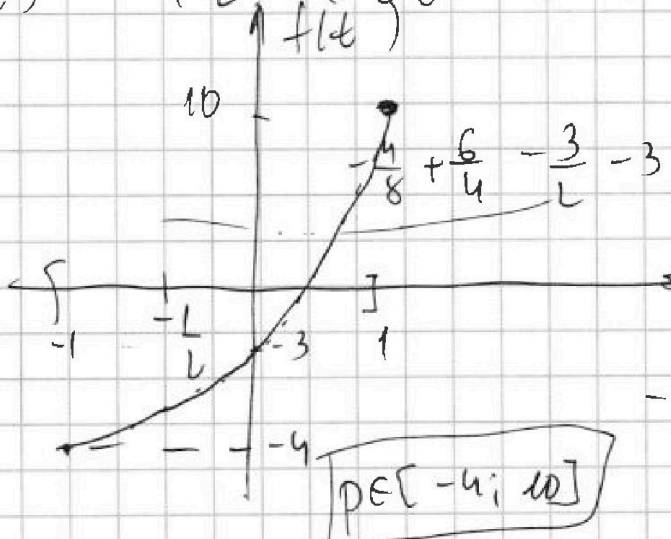
$$\frac{1}{2} + \frac{6}{4} + 3 - 3$$

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$3\cos 2x = 3(2\cos^2 x - 1) = 6\cos^2 x - 3$$

$$f(x) = 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3$$

$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 \quad | \quad t \in [-1; 1]$$



$$f' = 12t^2 + 12t + 3 = 0$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

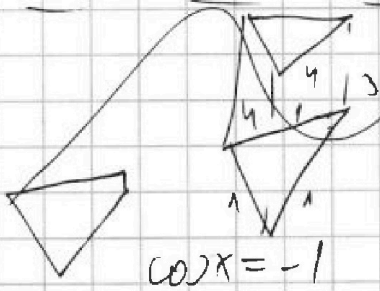
$$(2t + 1)^2 = 0$$

$$t = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - 3 = -\frac{7}{2}$$

$$-4 + 6 - 3 - 3 = -4$$

$$2 - 6$$

$$4 + 6 + 3 - 3$$



$$x = \pi$$

$$x = \pi$$

$$\cos x = -1$$

$$\cos 2x = 1$$

$$-1 + 3 + 6 = -4$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$$

$$2\cos 2x \cos x + 3\cos 2x + 5\cos x = p$$

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x$$

$$2UV + 3V + 5U = p$$

$$\cos 3x + \cos x + 3\cos 2x + 5\cos x$$

$$V = 2U^2 - 1$$

$$4\cos^3 x + 3\cos x + 3\cos 2x = p$$

$$4\cos^3 x + 3\cos$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Пусть b_1 - первый член геом. прогрессии,
 q - шаг. \Rightarrow q -шаг

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{13x-55}{x+11}} = b_1 q^6 \\ 5-x = b_1 q^{12} \\ \sqrt{(13x-55)(x+11)} = b_1 q^{14} \end{cases}$$

$$\frac{-15}{21^3} \cdot 21^4 \sqrt{21^2} = \frac{-15}{21^2} \sqrt{21^2}$$

$$\frac{1}{32} \cdot 26 = 2$$

$$\Rightarrow (5-x) \sqrt{\frac{x+11}{13x-55}} = \sqrt{(13x-55)(x+11)}$$

$\Rightarrow (5-x) \sqrt{x+11} = \sqrt{(13x-55)(x+11)}$

$\Rightarrow (5-x)^2 = 13x-55$

$25 - 10x + x^2 = 13x - 55$

$x^2 - 23x + 80 = 0$

$x = 8, 5$

$$\sqrt{\frac{(13x-55)(x+11)}{5-x}} = q^2$$

$\Rightarrow \frac{(13x-55)(x+11)}{(5-x)^2} = q^2$

$\Rightarrow (13x-55)(x+11) = (5-x)^2 q^2$

$13x^2 + 113x - 605 = 25 - 10x + x^2$

$12x^2 + 123x - 630 = 0$

$4x^2 + 41x - 210 = 0$

$x = 3, 10.5$

$$\Rightarrow (x+1)^2 = \frac{(13x-55)^2 (x+1)^2}{(x-5)^4}$$

$(x-5)^4 = (13x-55)^2$

$(x^2 - 10x + 25)^2 = (13x-55)^2$

$x^2 - 10x + 25 = 13x - 55$

$x^2 - 23x + 80 = 0$

$x = 8, 5$

$x^2 + 3x - 10 = 0$

$x = 2, -5$

$-9-1+35-36$
 $25-37$
 32
 $26=2$
 $35-35$
 $-9-1+36(2-5)$
 $-45+35$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $x = 3$, $d = \frac{1}{32}$, $q = 64$

2) $x = 10$, $q = \sqrt[4]{2}$, $b_1 = -\frac{15}{21^3}$ X

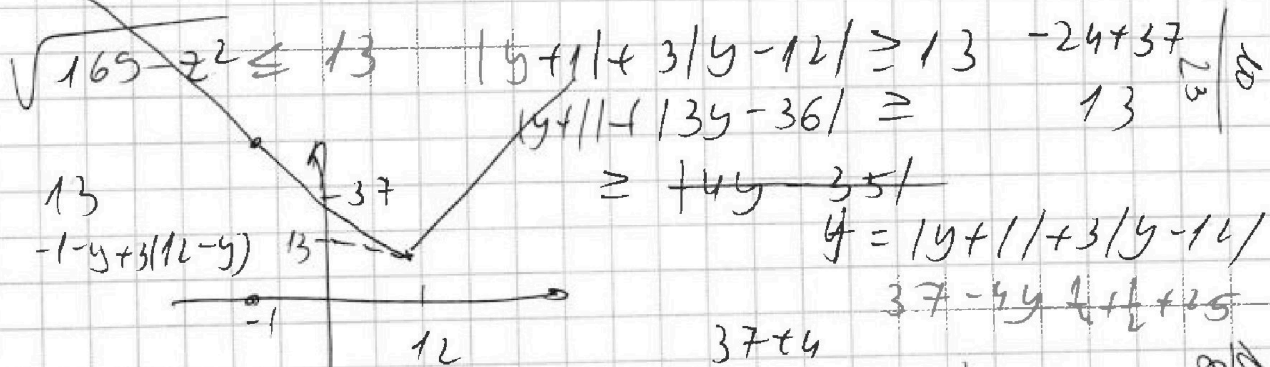
3) $x = -5$: $d, q^{12} = 10$, $q = \sqrt{2}$, $b_1 = \frac{5}{32}$

4) $x = -2$:

Ответ: $x = 3, x = -5$.

2. $\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}$
 $|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}$

1) $1-y + 3(12-y) = \sqrt{169-z^2}$
 $37-4y = \sqrt{169-z^2}$
 $4y \leq 37$
 $y \leq \frac{36+1}{4} = 9.25$



$\sqrt{169-z^2} \leq 13$
 $|y+1| + 3|y-12| \geq 13$
 $|y+1| + 3|y-12| \geq 13$
 $4y = 19 + 1 + 3|y-12|$
 $37-4y \geq 12+25$
 $4y-35 \leq -2y+37$
 $6y \leq 72$
 $y \leq 12$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{-9-x} + 5 = 2\sqrt{-x^2+x+25}$
 $x_0 = -\frac{1}{2} = -0.5$