



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \text{ десятый член равен } x+4, \text{ а двенадцатый член равен } \sqrt{(15x+6)(x-3)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N7.

$$b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$b_{10} = x+4$$

$$b_{12} = \sqrt{(15x+6) \cdot (x-3)}$$

ОДЗ:

$$(15x+6) \cdot (x-3) \geq 0; x-3 \neq 0$$

$$x \in (-\infty; -0,4] \cup (3; +\infty)$$

$$x-3 \neq 0$$

Пусть q — знаменатель прогрессии.

$$b_5 = q b_4$$

$$b_6 = q b_5 = q^2 b_4$$

$$b_{10} = q^6 b_4$$

$$x+4 = q^6 \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$b_{12} = q^8 b_4 = q^2 b_{10}$$

$$b_{12} = \sqrt{(15x+6) \cdot (x-3)} = q^2 \cdot (x+4) = q^8 \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$q^8 = \frac{\sqrt{(15x+6) \cdot (x-3)}}{\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}} = (x-3)^2$$

$$q^2 = \sqrt{|x-3|}$$

$$\sqrt{(15x+6) \cdot (x-3)} = q^2 \cdot (x+4) = \sqrt{|x-3|} \cdot (x+4)$$

$$1) x-3 \neq 0 \Rightarrow x > 3$$

$$\sqrt{(15x+6) \cdot (x-3)} = \sqrt{x-3} \cdot (x+4) \quad \text{1.2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x-3} (x+4 - \sqrt{15x+6}) = 0$$

$x-3=0$
не погр.
 $x=3$

или $x+4 = \sqrt{15x+6} \quad x \geq -4$

$$(x+4)^2 = 15x+6$$

$$x^2 + 8x + 16 - 15x - 6 = 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$x_1 = 2$ - не погр. т.к. $x > 3$

$x_2 = 5$

2) $x-3 < 0 \Rightarrow x < 3$

$$\sqrt{15x+6} \cdot (x-3) = \sqrt{3-x} \cdot (x+4)$$

$$\sqrt{-15x-6} \cdot \sqrt{3-x} = \sqrt{3-x} \cdot (x+4)$$

$$\sqrt{3-x} (x+4 - \sqrt{-15x-6}) = 0$$

$x=3$
не погр.
 $x=3$

или $x+4 = \sqrt{-15x-6} \quad x \geq -4$

$$(x+4)^2 = -15x-6$$

$$x^2 + 8x + 16 + 15x + 6 = 0$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0$$

$x_1 = -1$

Ответ: -1; 5.

$x_2 = -22$ - не погр. усл. $x \geq -4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$7. 35 - 2x - x^2 > \frac{9}{4} \quad | \cdot 4$$

$$140 - 8x - 4x^2 = 9$$

$$4x^2 + 8x - 137 = 0$$

$$D = 64 + 16 \cdot 137 = 16(4 + 137) = 135 \cdot 16$$

$$x_1 = \frac{-8 + 4\sqrt{735}}{8} = -1 + \frac{\sqrt{735}}{2} = -1 + \frac{3\sqrt{75}}{2} \quad \begin{array}{l} \text{не годит. м.к. в этом} \\ \text{случае } \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} \geq 0, \\ \text{и } 2\sqrt{35-x-x^2} - 6 < 0 \end{array}$$

$$x_2 = -1 - \frac{\sqrt{735}}{2} = -1 - \frac{3\sqrt{75}}{2} \quad \text{не годит.}$$

$$2. 35 - 2x - x^2 = 16$$

$$x^2 + 2x - 19 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 19 = 80$$

$$x_1 = \frac{-2 - 4\sqrt{5}}{2} = -1 - 2\sqrt{5} \quad \begin{array}{l} \text{не годит. м.к. в этом случае } \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} < 0, \\ \text{и } 2\sqrt{35-x-x^2} - 6 > 0 \end{array}$$

$$x_2 = \frac{-2 + 4\sqrt{5}}{2} = -1 + 2\sqrt{5} \quad \text{не годит.}$$

$$\text{Ответ: } \left(-\frac{3\sqrt{75}}{2} - 1; 35; 0\right), \left(-1 + 2\sqrt{5}; 35; 0\right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2.

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+2} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

~~08-3:~~

$$x+7 \geq 0$$

$$x \geq -7$$

$$\sqrt{225-z^2} \leq \sqrt{225} = 15$$

$$3z+x \leq 5$$

$$|y-20| + 2|y-35| \leq 15$$

$$y+2 \geq x^2+2x$$

1) $y \leq 20$

2) $20 < y \leq 35$

$$20-y+70-2y \leq 15$$

$$y-20+70-2y \leq 15$$

$$z^2 \leq 225$$

$$|z| \leq 15$$

$$90-3y \leq 15$$

$$50-y \leq 15$$

$$75-3y \leq 0$$

$$\begin{cases} y \geq 35 \\ 20 < y \leq 35 \end{cases} \Rightarrow y = 35$$

$$\begin{cases} y \geq 25 \\ y < 20 \end{cases} \text{ - нет решений}$$

3) $y > 35$.

$$y-20+2y-70 \leq 15$$

$$3y-90 \leq 15$$

$$3y = 105$$

$$\begin{cases} y \leq 35 \\ y > 35 \end{cases} \text{ - нет решений.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит, ~~возможными~~ ~~решениями~~ ~~второго~~ ~~уравнения~~
системы является $y=35$, $\sqrt{225-z^2}=15$
 \Downarrow
 $z=0$

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-32x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2} + 2 \\ \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2} \\ \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{35-2x-x^2} - 6 \end{cases} \begin{cases} x \geq -7 \\ x \leq 5 \\ x^2 + 2x \leq 35 \end{cases}$$

Возведем обе части в квадрат
(после проверки подстановкой верно,
которые выполняются, т.е. это
равносильное преобразование).

$$x^2 + 2x - 35 \leq 0$$

$$x \in [-7, 5]$$

$$x+7+5-x-2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4(35-2x-x^2) + 36 - 24\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$(35-2x-x^2 = -(x+7)(5-x) = (x+7)(5-x))$$

$$12 - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4(x+7)(5-x) + 36 - 24\sqrt{(x+7)(5-x)}$$

Пусть $\sqrt{(x+7)(5-x)} = t$ ($t \geq 0$)

$$-2t = 4t^2 + 24 - 24t$$

$$4t^2 - 22t + 24 = 0 \quad | :2$$

$$2t^2 - 11t + 12 = 0$$

$$t_1 = \frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt{(x+7)(5-x)} = \frac{3}{2} \Rightarrow (x+7)(5-x) = \frac{9}{4} \Rightarrow 35-2x-x^2 = \frac{9}{4} \quad | \cdot 4$$

$$t_2 = 4 \Rightarrow \sqrt{(x+7)(5-x)} = 4 \Rightarrow (x+7)(5-x) = 16 \Rightarrow 35-2x-x^2 = 16$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
7 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3.

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + P$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 6 \cos^2 x - 3 + P$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x - P + 3 = 0 \Rightarrow P = 4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3$$

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + P$$

$$\cos 3x - 3 \cos 2x + 6 \cos x = P$$

$$(\cos 3x - 3 \cos 2x + 6 \cos x)' = -3 \sin 3x + 6 \sin 2x - 6 \sin x = 0 \quad | : 3$$

$$-\sin 3x + 2 \sin 2x - 2 \sin x = 0$$

(в точках
экстремума)

$$4 \sin^3 x - 3 \sin x + 4 \sin x \cdot \cos x - 2 \sin x = 0$$

$$\sin x (4 \sin^2 x + 4 \cos x - 5) = 0$$

$$\sin x = 0 \quad 4 - 4 \cos^2 x + 4 \cos x - 5 = 0$$

$$\cos x = 1 \text{ или } \cos x = -1 \quad -4 \cos^2 x + 4 \cos x - 1 = 0 \quad | : (-1)$$

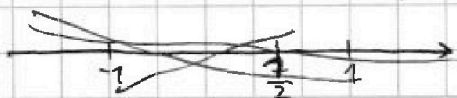
$$P = 4 - 6 + 3 + 3 = 4 \text{ — максимум } 4 \cos^2 x - 4 \cos x + 7 = 0$$

$$P_2 = -4 - 6 - 3 + 3 = -10 \quad D = 16 - 16 = 0$$

минимум

$$\cos x = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$P = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + 3 = \frac{7}{2}$$



$$P \in [-10; 4]$$

так как периодная функция непрерывна

Ответ: $P \in [-10; 4]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

$$\frac{CM}{EM} = \frac{9}{25}$$

$$\frac{ED}{CD} = ?$$

Сло м. о сел. и сел.

$$CB \cdot CE = CD^2$$

$$\angle DBE = \angle DAE \text{ (опр. на } \overset{w_1}{\text{дугу}} \text{)}$$

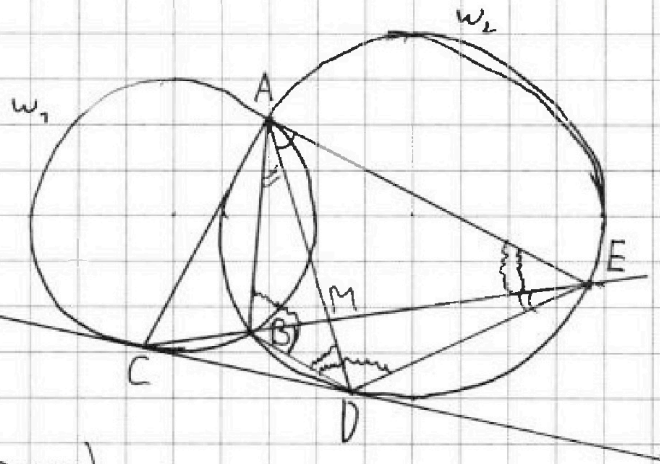
$$\triangle DBM \sim \triangle EAM \text{ (} \angle DBM = \angle EAM, \angle BDM = \angle AEM \text{)}$$

↓

$$BD \parallel AE$$

↓

ABDE — трапеция





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~N5~~

~~Относительно центра; $K_1 = (150 \cdot 200 - 1) \cdot (150 \cdot 200 - 3) \cdot (150 \cdot 200 - 5) \cdot (150 \cdot 200 - 7)$~~

N5

Относительно центра; $K_1 = (150 \cdot 200) \cdot (150 \cdot 200 - 2) \cdot (150 \cdot 200 - 4) \cdot (150 \cdot 200 - 6)$

Одна и та же «раскраска» может обладать симметрией относительно обеих средних линий. Найдём количество таких раскрасок: $K_1 = 150 \cdot 200 \cdot (150 \cdot 200 - 4)$

Относительно линий симметрии:

$$K_2 = 2(150 \cdot 200) \cdot (150 \cdot 200 - 2) \cdot (150 \cdot 200 - 4) \cdot (150 \cdot 200 - 6) - K_1$$

Итак как
их нет
получаем
2 раза)

$$K = K_1 + K_2 = 3(150 \cdot 200) \cdot (150 \cdot 200 - 2) \cdot (150 \cdot 200 - 4) \cdot (150 \cdot 200 - 6) - (150 \cdot 200) \cdot (150 \cdot 200 - 4) = (150 \cdot 200) \cdot (150 \cdot 200 - 4) \cdot (3(150 \cdot 200 - 2) \cdot (150 \cdot 200 - 6) - 1)$$

Ответ: $150 \cdot 200 \cdot (150 \cdot 200 - 4) \cdot (3(150 \cdot 200 - 2) \cdot (150 \cdot 200 - 6) - 1)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$c_{1,2} = n^2 \pm \frac{1 \pm \sqrt{3285 - 4n^2}}{2}$$

4) 1. $a - c = 1, b - c = n^2 \Rightarrow a = c + 1, b = c + n^2$. $a \times b$ — не подходит.

2. $a - c = n^2, b - c = 1$

$$a = c + n^2, b = c + 1$$

$$a + b^2 = c + n^2 + (c + 1)^2 = 820$$

$$c^2 + 2c + 1 + c + n^2 = 820$$

$$c^2 + 3c + n^2 - 819 = 0$$

$$D = 9 - 4(n^2 - 819) = 9 - 4n^2 + 4 \cdot 819 = 3285 - 4n^2$$

$$c_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3285 - 4n^2}}{2}$$

Рассмотрим, при каких простых n является корнем из

$$3285 - 4n^2;$$

$$n=2 \quad 3285 - 4 \cdot 2^2 = 3269$$

$$(n=3) \quad 3285 - 4 \cdot 3^2 = 3285 - 36 = 3249 = 57^2$$

$$n=5 \quad 3285 - 4 \cdot 5^2 = 3185$$

$$n=7 \quad 3285 - 4 \cdot 7^2 = 3285 - 196 = 3089$$

$$n=11 \quad 3285 - 4 \cdot 11^2 = 3285 - 484 = 2801$$

$$n=13 \quad 3285 - 4 \cdot 13^2 = 3285 - 676 = 2609$$

$$n=17 \quad 3285 - 4 \cdot 17^2 = 3285 - 1156 = 2129$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n=19 \quad 3285 - 4 \cdot 19^2 = 3285 - 1444 = 1841$$

$$n=23 \quad 3285 - 4 \cdot 23^2 = 3285 - 2116 = 1169$$

$$n=29 \quad 3285 - 4 \cdot 29^2 < 0$$

Значит, $n=3$.

$$1. \quad c = 3^2 - \frac{1 - \sqrt{3285 - 4 \cdot 3^2}}{2} = 9 + \frac{56}{2} = 9 + 28 = 37$$

$$a = c - 1 = 36$$

$$b = c - n^2 = 37 - 9 = 28$$

$$a - b = 8 \text{ — не кратно } 3.$$

$$2. \quad c = 3^2 - \frac{1 + \sqrt{3285 - 4 \cdot 3^2}}{2} = 9 - \frac{58}{2} = -20$$

$$a = c - 1 = -20 - 1 = -21$$

$$b = c - n^2 = -20 - 9 = -29$$

$$a - b = -21 - (-29) = 8 \text{ — не кратно } 3.$$

$$3. \quad c = \frac{-3 + \sqrt{3285 - 4 \cdot 3^2}}{2} = 27$$

$$a = c + n^2 = 27 + 9 = 36$$

$$b = c + 1 = 28 \quad a - b = 8 \text{ — не кратно } 3.$$

$$4. \quad c = \frac{-3 - \sqrt{3285 - 4 \cdot 3^2}}{2} = -30$$

$$a = c + n^2 = -30 + 9 = -21; \quad b = c + 1 = -30 + 1 = -29; \quad a - b = 8 \text{ — не кратно } 3.$$

Ответ: $a=-21, b=-29, c=-30$; $a=36, b=28, c=27$; $a=-21, b=-29, c=-20$;

$$a=36, b=28, c=37.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

$$a, b, c \in \mathbb{Z}$$

$$a > b$$

$a - b$ не простое \exists .

$$(a-c) \cdot (b-c) = n^2, \text{ где } n - \text{ простое}$$

$$a + b^2 = 820$$

$$(a-c) \cdot (b-c) = n^2: \quad a-c \in \mathbb{Z}, b-c \in \mathbb{Z}. \text{ Число } n^2 \text{ при простом}$$

n можно разложить на множители следующим

$$\text{способами: } n^2 = n \cdot n, n^2 = (-n) \cdot (-n), n^2 = (-1) \cdot (-n^2), n^2 = 1 \cdot n^2$$

$$1) n^2 = n \cdot n \Rightarrow \cancel{a-b} = n, \cancel{b-c} = n \Rightarrow a-c = n, b-c = n$$

$$\begin{array}{l} a = n + c \quad b = n + c \\ \Rightarrow \quad \downarrow \\ a = b - \text{не подг.} \end{array}$$

$$2) n^2 = (-n) \cdot (-n) \Rightarrow a-c = -n, b-c = -n \Rightarrow a = b - \text{не подг.}$$

$$3) n^2 = (-1) \cdot (-n^2), \quad \exists. a-c = -n^2, b-c = -1 \Rightarrow a = c - n^2, b = c - 1 - \text{не подг. м.с.}$$

$$\exists. a-c = -1, b-c = -n^2$$

$$a = c - 1, b = c - n^2$$

$$a + b^2 = 820$$

$$\begin{array}{l} n - \text{простое} \Rightarrow n^2 > 1 \\ \Downarrow \\ a < b \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$C - 1 + (C - n^2)^2 = 820$$

$$C + C^2 - 2n^2C + n^4 = 821$$

$$C^2 - (2n^2 - 1)C + n^4 - 821 = 0$$

~~$$D = (2n^2 - 1)^2 \cdot C^2 - 4C^2 \cdot (n^4 - 821) = 4n^4 C^2 - 4n^2 C^2 + C$$~~

~~$$D = (2n^2 - 1)^2 - 4(n^4 - 821) = 4n^4 - 4n^2 + 1 - 4n^2 + 4 \cdot 821 = -4n^2 + 3285$$~~

~~$$C_{1,2} = \frac{2n^2 - 1 \pm \sqrt{3285 - 4n^2}}{2} = n^2 - \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3285 - 4n^2}}{2} = n^2 - \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{4 \cdot 3285 - 16n^2}}{2} =$$~~

~~$$= n^2 - \frac{1 \pm \sqrt{3285 - 4n^2}}{2}$$~~

~~$$C - \text{целое} \Rightarrow n^2 - \frac{1 \pm \sqrt{3285 - 4n^2}}{2} - \text{целое} \Rightarrow \frac{1 \pm \sqrt{3285 - 4n^2}}{2} - \text{целое} \Rightarrow \Rightarrow$$~~

~~$$\Rightarrow 1 \pm \sqrt{3285 - 4n^2} - \text{чётное} \Rightarrow \sqrt{3285 - 4n^2} - \text{нечётное} \Rightarrow \text{невозможно}$$~~

~~т.е. 2-чётное + произведение всегда чётно, если чётное хотя~~

~~$$\Rightarrow \sqrt{4 \cdot 3285 - 16n^2} - \text{нечётное, но } 4 \cdot 3285 - \text{чётное и } 16n^2$$~~

~~чётное, значит } 4 \cdot 3285 - 16n^2 \text{ чётное, значит } \sqrt{4 \cdot 3285 - 16n^2}~~

~~чётное (если целое), т.е. корень из чётного числа не может~~

~~быть нечётным (т.е. произведение нечётного числа на нечётное~~

~~всегда нечётное)~~

~~$$\begin{array}{r} 529 \\ \times 4 \\ \hline 2116 \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} 367 \\ \times 4 \\ \hline 1468 \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 33 \\ \hline 329 \\ 188 \\ \hline 2209 \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 33 \\ \hline 364 \\ 57 \\ \hline 1089 \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} 347 \\ \times 364 \\ \hline 57 \\ 57 \\ \hline 395 \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} 55 \\ \times 55 \\ \hline 275 \\ 275 \\ \hline 3025 \end{array}$$~~

~~Значит этот вариант нам тоже не подходит~~

~~$$\begin{array}{r} 785 \\ \times 395 \\ \hline 3149 \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} 3249 \\ \times 3025 \\ \hline 3249 \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} 57 \\ \times 57 \\ \hline 255 \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} 269 \\ \times 4 \\ \hline 676 \end{array}$$~~

~~$$57^2 = 2604$$~~

~~$$\begin{array}{r} 289 \\ \times 4 \\ \hline 1156 \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 28 \\ \hline 784 \end{array}$$~~



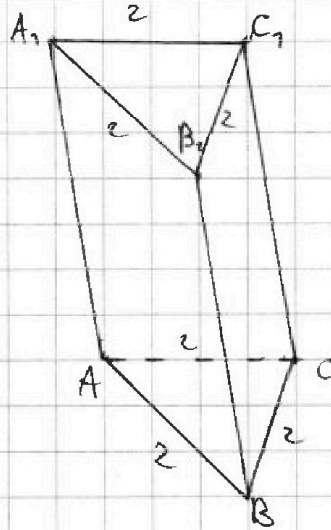
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
7 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 7.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

