



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5-x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x-35)(x+1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $3 : 10$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $200 \times 250$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 560$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$r. 17: b_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$b_{13} = b_7 \cdot q^6 = 5-x = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot q^6$$

$$b_{15} = b_7 \cdot q^8 = b_7 \cdot q^2 = \sqrt{(13x-35)(x+1)} = (5-x)q^2 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot q^8$$

$$\begin{cases} q^6 \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = 5-x & (1) \\ \sqrt{(13x-35)(x+1)} = (5-x)q^2 & (2) \end{cases} \text{ Огранич.: } \begin{cases} \frac{13x-35}{(x+1)^3} \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \\ (13x-35)(x+1) \geq 0 \end{cases}$$

Если  $\sqrt{(13x-35)(x+1)} = 0$ , то  $\begin{cases} x = \frac{35}{13} \\ x = -1 \end{cases}$ , тогда  $5-x \neq 0 \Rightarrow q = 0 \Rightarrow$

не реш. прогресс.

Аналогично если  $5-x=0$ , то  $x=5 \Rightarrow \sqrt{(13x-35)(x+1)} \neq 0 \Rightarrow$

не м.д.

Тогда  $\sqrt{(13x-35)(x+1)} \neq 0$  и  $5-x \neq 0$  и  $q^2 \neq 0 \Rightarrow$

$$\frac{(1)}{(2)}: \frac{q^6 \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}}{\sqrt{(13x-35)(x+1)}} = \frac{5-x}{q^2(5-x)}$$

$$q^6 \sqrt{\frac{1}{(x+1)^4}} = \frac{1}{q^2}$$

$$\frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{q^8}$$

$$(x+1)^2 = q^8$$

$$\begin{cases} x+1 = q^4 \\ x+1 = -q^4 \end{cases}$$

$$\sqrt{(13x-35)(x+1)} = (5-x)q^2 \quad (2) \quad (\Leftrightarrow)$$

$$q^2 = \sqrt{q^4}, \text{ не } -\sqrt{q^4}, \text{ т.к. } q \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = q^4 \\ \sqrt{(13x-35)(x+1)} = (5-x)q^2 \\ x+1 = -q^4 \\ \sqrt{(13x-35)(x+1)} = (5-x)q^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{x+1 = q^4} \\ \sqrt{(x+1)(13x-35)} = (5-x)\sqrt{x+1} \\ \cancel{x+1 = -q^4} \\ q^4 = -x-1 \\ \sqrt{(13x-35)(x+1)} = (5-x)\sqrt{-x-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+1 = q^4 \\ \sqrt{13x-35} = 5-x \\ \sqrt{-13x+35} = 5-x \\ q^4 = -(x+1) \end{cases} \quad (\Leftrightarrow)$$

$$\begin{cases} q^4 = x+1 \\ 13x-35 = 25+x^2-10x \\ 35-13x = x^2-10x+25 \quad (\Leftrightarrow) \\ q^4 = -(x+1) \end{cases} \begin{cases} x^2-23x+60=0 \\ x^2+3x-10=0 \\ q^4 = -(x+1) \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow \begin{cases} g^4 = x+1 \\ (x-20)(x-3) = 0 \\ g^4 = -x-1 \\ (x-2)(x+5) = 0 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} g^4 = x+1 \\ x = 20 \\ x = 3 \\ g^4 = -x-1 \\ x = 2 \\ x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} g^4 = 21 \\ x = 20 \\ g^4 = 4 \\ x = 3 \\ g^4 = -3 \\ x = 2 \\ g^4 = 4 \\ x = -5 \end{cases} \begin{array}{l} \text{не ил.} \\ \text{т.к. } g^4 \geq 0 \end{array}$$

$$\begin{cases} g = \pm \sqrt[4]{21} \\ x = 20 \\ g = \pm \sqrt[4]{4} \\ x = 3 \\ x = -5 \end{cases}$$

- получаем 3 значения  $x$ :  $x = 20$   
 $x = 3$   
 $x = -5$

Но начальными ограничениями:  $x = 20$  не подходит.

Ответ:  $x \in \{-5; 3\}$

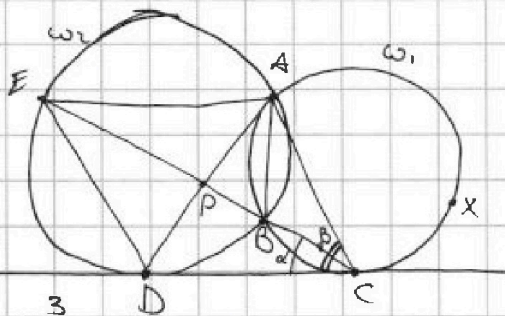


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CP}{PE} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{ED}{CD} = ?$$

1)  $\angle ECD = \alpha$ , тогда как  $\angle$  дуги  $\overset{AO}{AC}$  между кас. и хордой, он равен  $\frac{1}{2} \angle BAC = \angle BAC$ , т.к. он висс. опущен на  $\angle BAC$

2)  $\angle ACD = \beta$ , тогда аналогично он  $= \frac{1}{2} \angle ABC \Rightarrow \angle A(x)C = 360^\circ - 2\beta \Rightarrow \angle ABC = \frac{1}{2} \angle A(x)C$  (как висс. опущен на  $\angle$ )  $= 180^\circ - \beta \Rightarrow \angle ABE = \beta$  как  $\angle$

$\angle EDA = \beta$  как висс. опущен на ту же дугу

3)  $\angle ADC = \gamma$ , тогда аналогично  $\angle AED = \gamma$

4)  $\triangle EAD$ :  $\angle EAD = 180^\circ - \alpha - \beta$

$\triangle EAD$  и  $\triangle DAC$ :  $\angle AED = \gamma = \angle ADC \Rightarrow \triangle AED \sim \triangle DAC$   
 $\angle ADE = \beta = \angle ACD \Rightarrow$  но  $\angle$

$\Rightarrow \angle EAD = \angle DAC \Rightarrow AP$  - бис-са  $\angle EAC \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle EAP$ :  $\frac{CP}{PE} = \frac{CA}{AE}$  по св-ву бис-сы  $\triangle$

$$\frac{CA}{AE} = \frac{3}{10} \Rightarrow \angle CA = 3x, \text{ тогда } AE = 10x$$

6) из п. 4:  $\frac{ED}{DC} = \frac{AD}{AC} = \frac{EA}{AD}$

$$AD^2 = AC \cdot AE = 30x^2 \Rightarrow AD = x\sqrt{30}$$

$$\frac{ED}{DC} = \frac{x\sqrt{30}}{3x} = \frac{\sqrt{30}}{3}$$

Ответ:  $\sqrt{30} : 3$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) 560 - b^2 - c = p^2; \quad b - c = 1$$

~~$$560 - b^2 - c = p^2$$~~

$$c = b - 1$$

$$560 - b^2 - (b - 1) = p^2$$

$$560 - b^2 - b + 1 = p^2$$

$$561 - b^2 - b = p^2$$

$$b^2 + b + p^2 - 561 = 0$$

$$D = 1 - 4p^2 + 2244 = 2245 - 4p^2$$

$$\text{чтобы } b \in \mathbb{Z}, \quad 2245 - 4p^2 = k^2, \quad k \in \mathbb{N}$$

$$p = 3: \text{ ~~если~~ } D = 2209 = 47^2 \Rightarrow b = \frac{-1 \pm 47}{2}$$

$$b = -24 \quad b = 23$$

~~$$a = 560 - b^2$$~~

$$I) \text{ если } b \equiv 0 \pmod{3}: \quad a \equiv 2 - 0^2$$

$$a \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow \text{не делится на } 3$$

$$\text{Если } c \equiv 0 \pmod{3}: \quad (a - c)(b - c) \equiv (2 - 0)(0 - 0) \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p^2 \equiv 0 \pmod{3}$$

$$\text{Если } c \equiv 1 \pmod{3}: \quad (a - c)(b - c) \equiv (2 - 1)(0 - 1) \equiv -1 \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow p^2 \not\equiv 0 \pmod{3}$$

т.к. кв. число  $\equiv 1 \pmod{3}$

$$\text{Если } c \equiv 2 \pmod{3}: \quad (a - c)(b - c) \equiv (2 - 2)(0 - 2) \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p^2 \equiv 0 \pmod{3}$$

0 по mod 3

$$II) \text{ если } b \equiv 2 \pmod{3}: \quad a \equiv 2 - 2^2 \equiv 1$$

$$c \equiv 0 \pmod{3}: \quad (a - c)(b - c) \equiv 2 \pmod{3}, \text{ это не м.д.}$$

$$c \equiv 1 \pmod{3}: \quad (a - c)(b - c) \equiv 0 \pmod{3}, \Rightarrow p = 3$$

$$c \equiv 2 \pmod{3}: \quad (a - c)(b - c) \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p = 3$$

Значит единственное  $p = 3$  может подойти

Случай 1)  $a - c = p^2$  и  $b - c = 1$  - разобран,  $b = -24$  или  $b = 23$

Случай 2)  $a - c = -p^2$  и  $b - c = -1$ :

$$c = b + 1 \Rightarrow 560 - b^2 - (b + 1) = p^2$$

$$559 - b^2 - b = p^2$$

$$b^2 + b - 559 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 559 = 2237 \neq k^2, \text{ где } k \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{нет реш.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Случай 3)  $a-c=1$  и  $b-c=p^2$

$$c = 560 - b^2 - 1$$

$$b - 560 + b^2 + 1 = 9$$

$$b^2 + b - 558 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 558 = 2273 \neq k^2, \text{ где } k \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{нет реш.}$$

Случай 4)  $a-c=-1$  и  $b-c=-p^2$

$$c = 560 - b^2 + 1$$

$$b - 561 + b^2 = 9$$

$$b^2 + b - 570 = 0$$

$$D = 1 + 570 \cdot 4 = 2281 \neq k^2, \text{ где } k \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{нет реш.}$$

Получается, решение:  $b = -24$  и  $b = 23$

$$\downarrow$$

$$a = 560 - b^2 = -16$$

или

$$(-16 - c)(-24 - c) = 9$$

$$384 + 40c + c^2 = 9$$

$$c^2 + 40c + 375 = 0$$

$$(c + 15)(c + 25) = 0$$

$$c = -15 \quad c = -25$$

$$\downarrow$$

$$a = 560 - b^2 = 31$$

$$(31 - c)(23 - c) = 9$$

$$713 - 54c + c^2 = 9$$

$$c^2 - 54c + 704 = 0$$

$$(c - 32)(c - 22) = 0$$

$$c = 32 \quad c = 22$$

Ответ:  $(-16; -24; -15);$   
 $(-16; -24; -25);$   
 $(31; 23; 32);$   
 $(31; 23; 22).$

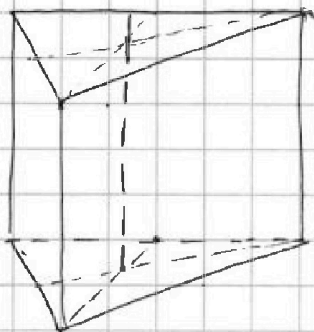


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

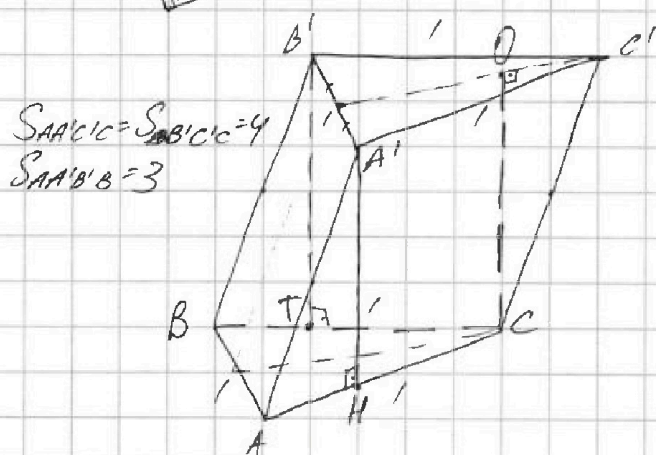
СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{AA'C'C} = AC \cdot A'H = 4$$
$$AC = 1 \Rightarrow A'H = 4$$

Аналогично  $B'T = 4$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ \_ ИЗ \_ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b = -24: a = 560 - b^2 = -16$$

$$(-16 - c)(-24 - c) = p^2$$

$$c = -25; p = 3$$

$$b = -22: a = 560 - b^2 = 76$$

$$(76 - c)(-24 - c) = p^2$$

$$76 - c = 1: c = 75 \Rightarrow p^2 < 0 \text{ - не н.д.}$$

$$76 - c = -1: c = 77 \Rightarrow p^2 = 101 \text{ - не н.д.}$$

$$-24 - c = 1: c = -25 \Rightarrow p^2 = 101 \text{ - не н.д.}$$

$$-24 - c = -1: c = -23 \Rightarrow p^2 < 0 \text{ - не н.д.}$$

$$b = -21: a = 560 - b^2 = 119$$

$$(119 - c)(-21 - c) = p^2$$

$$119 - c = 1: c = 118 \Rightarrow p^2 < 0 \text{ X}$$

$$119 - c = -1: c = 120 \Rightarrow p^2 = 141 \text{ X}$$

$$-21 - c = 1: c = -22 \Rightarrow p^2 = 141 \text{ X}$$

$$-21 - c = -1: c = -20 \Rightarrow p^2 < 0 \text{ X}$$

$$b = -18: a = 560 - b^2 = 199$$

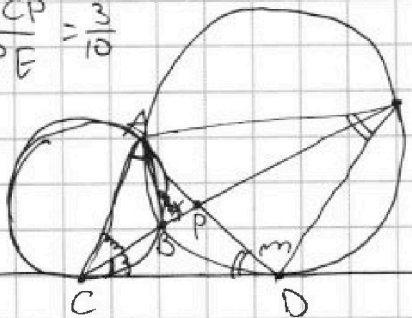
$$(199 - c)(-18 - c) = p^2$$

$$199 - c = 1: c = 198 \Rightarrow p^2 < 0 \text{ X}$$

$$199 - c = -1: c = 200 \Rightarrow p^2 = 219 \text{ X}$$

$$-18 - c = 1:$$

$$\frac{CP}{PE} = \frac{3}{10}$$



$$\frac{CB}{BE} = \frac{CP - X}{EP + X} =$$

$$+4 \cos^3 x + 3 \cos x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$+4t^3 + 6t^2 + 3t - 1 = p$$

$$(4t^3 - 1) + 3t(t+1) = p$$

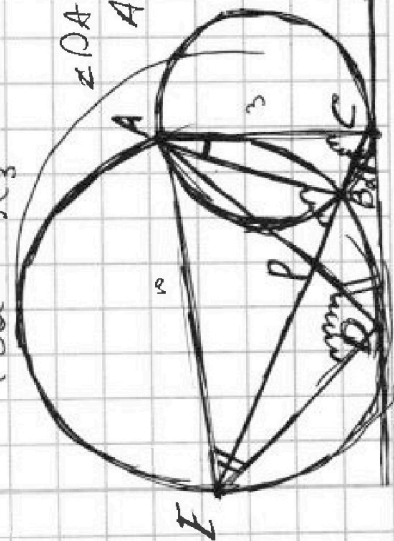
$$t(2a+1) + 3a + 6t = p$$

$$2at + 3a + 7t = p$$

$$(3a - 1) \left(\frac{2}{3}t\right)$$

$$\angle DAC = \angle DAE \Rightarrow$$

$$AD \cdot DC = ea$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$\cos x (4 \cos^2 x - 3) + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$\cos x (2(2 \cos^2 x - 1) + 1) + 3(\cos 2x + 2 \cos x) = p$$

$$\cos x (2 \cos 2x + 1) + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$2 \cos 2x \cos x + 7 \cos x + 3 \cos 2x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p$$

~~$$4 \cos^3 x + 3(2 \cos^2 x - 1) + 2 \cos x = p$$~~

$$4 \cos^3 x + 3(\cos 2x + \cos x) = p$$

$$4 \cos^3 x + 3(2 \cos^2 x + \cos x - 1) = p$$

$$4 \cos^3 x + 3(2 \cos^2 x + 1)(\cos x + 1) = p$$

$$2 \cos 2x \cos x + \cos x + 6 \cos x + 3 \cos 2x = p$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ + 45 \\ \hline 90 \\ + 180 \\ \hline 270 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46 \quad 47 \quad 48 \\ \times 46 \quad \times 47 \quad \times 48 \\ \hline 276 \quad 329 \quad 384 \\ 184 \quad 188 \quad 192 \\ \hline 2116 \quad 2209 \quad 2304 \end{array}$$

$$4040 = 1600$$

$$45 \cdot 45 =$$

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \neq 3 \\ (a-c)(b-c) = p^2 \\ a + b^2 = 560 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} 560 - b^2 > b & (1) \\ 560 - b^2 - b \neq 3 & (2) \\ (560 - b^2 - c)(b - c) = p^2 \\ a = 560 - b^2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 96 \\ + 48 \\ \hline 576 \\ 1 \cdot 560 \end{array}$$

$$(1) \quad b^2 + b - 560 < 0$$

$$\Delta = 1 + 4 \cdot 560 = 2241$$

$$b = \frac{-1 \pm \sqrt{2241}}{2} \in (47; 48)$$

$$b_1 = \frac{-1 + \sqrt{2241}}{2} \quad b_2 = \frac{-1 - \sqrt{2241}}{2}$$

$$23 < b_1 < 23,5 \quad -89,5 < b_2 < -24$$

$$\begin{array}{c} b_1 \quad b_2 \\ \hline -23,5 \quad -24 \quad 23 \quad 23,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 560 = 2^4 \cdot 5 \cdot 7 = 2 \cdot 280 \\ 4 \cdot 140 \\ 8 \cdot 70 \\ 16 \cdot 35 \\ 5 \cdot 112 \\ 10 \cdot 56 \\ 20 \cdot 28 \\ 40 \cdot 14 \\ 80 \cdot 7 \\ \text{---} \end{array}$$

$$(2) \quad 560 \neq b^2 + b \Leftrightarrow 2 \neq b^2 + b$$

$$\begin{array}{l} b \equiv 0 \pmod 3: b^2 \equiv 0 \pmod 3 \Rightarrow \checkmark \\ b \equiv 1 \pmod 3: b^2 \equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow \times \\ b \equiv 2 \pmod 3: b^2 \equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow \checkmark \end{array} \quad \parallel \quad b \equiv 0 \pmod 3 \text{ или } \equiv 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$b=24$ ,  $a+576=560$   
 $a=-16$   
 $(16-2)(-24)=p^2$

$(a-c)(b-c)=p^2$   
 $1 \times 560 - b^2 - c = 1$   
 $b - c = p^2$   
 $c = 560 - b^2 - 1 = 559 - b^2$   
 $559 - b^2 = b - p^2$   
 $b^2 + b - 559 = p^2$

$(\text{error!}) a-c=1; b-c=p^2$   
 $c=a-1=560-b^2-1=559-b^2$   
 $b-559+b^2=p^2$   
 $b^2+b-559=p^2$

$D=1+236=237$   
 $375=5 \cdot 75=3 \cdot 5^3$   
 $64 \cdot 11$   
 $p=21$   
 $b^2+b-559=4$   
 $b^2+b-563=0$   
 $D=1+2252=2253$   
 $b \in \mathbb{Z} \Rightarrow p \in \mathbb{Z} \Rightarrow p^2 \in \mathbb{Z}$

$(b^2+b-559):2 \Rightarrow b^2+b:2$   
 $p=3: b^2+b-568=0$   
 $D=1+2272=2273 \Rightarrow b \notin \mathbb{Z}$   
 $b^2+b-559:3 \Rightarrow b^2+b \equiv (559 \equiv 1)$

$24-77=101$   
 $76+25=101$

$\frac{CP}{PE} = \frac{3}{10}$   
 $ED \perp PE$   
 $CB \cdot CE = CD^2$

$2281$

$24 \times 24 = 576$   
 $576 - 16 = 560$   
 $560 - 1 = 559$   
 $559 - 24 = 535$   
 $535 - 16 = 519$   
 $519 - 24 = 495$   
 $495 - 16 = 479$   
 $479 - 24 = 455$   
 $455 - 16 = 439$   
 $439 - 24 = 415$   
 $415 - 16 = 399$   
 $399 - 24 = 375$   
 $375 - 16 = 359$   
 $359 - 24 = 335$   
 $335 - 16 = 319$   
 $319 - 24 = 295$   
 $295 - 16 = 279$   
 $279 - 24 = 255$   
 $255 - 16 = 239$   
 $239 - 24 = 215$   
 $215 - 16 = 199$   
 $199 - 24 = 175$   
 $175 - 16 = 159$   
 $159 - 24 = 135$   
 $135 - 16 = 119$   
 $119 - 24 = 95$   
 $95 - 16 = 79$   
 $79 - 24 = 55$   
 $55 - 16 = 39$   
 $39 - 24 = 15$