



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\frac{13x - 35}{(x + 1)^3}}$, тринадцатый член равен $5 - x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x - 35)(x + 1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколько способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Gamma. \quad 7: \quad b_7 = \sqrt{\frac{13x - 35}{(x+1)^3}}$$

$$b_{13} = b_7 \cdot q^6 = 5-x = \sqrt{\frac{13x - 35}{(x+1)^3}} \cdot q^6$$

$$b_{15} = b_7 q^8 = b_{13} q^2 = \sqrt{(13x - 35)(x+1)} = (5-x)q^2 = \sqrt{\frac{13x - 35}{(x+1)^3}} q^8$$

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{13x - 35}{(x+1)^3}} = 5-x & (1) \\ \sqrt{(13x - 35)(x+1)} = (5-x)q^2 & (2) \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Огранич: } \frac{13x - 35}{(x+1)^3} \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \\ (13x - 35)(x+1) \geq 0 \end{array} \right\}$$

Если $\sqrt{(13x - 35)(x+1)} = 0$, то $x = \frac{35}{13}$
 $x = -1$, тогда $5-x \neq 0 \Rightarrow q = 0 \Rightarrow$
 не подходит

Аналогично если $5-x = 0$, то $x = 5 \Rightarrow \sqrt{(13x - 35)(x+1)} \neq 0 \Rightarrow$
 не подходит

Тогда $\sqrt{(13x - 35)(x+1)} \neq 0 \wedge 5-x \neq 0 \wedge q^2 \neq 0 \Rightarrow$

$$\frac{(1)}{(2)} \quad \frac{q^6 \sqrt{\frac{13x - 35}{(x+1)^3}}}{\sqrt{(13x - 35)(x+1)}} = \frac{5-x}{q^2(5-x)}$$

$$q^6 \sqrt{\frac{1}{(x+1)^4}} = \frac{1}{q^2}$$

$$\frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{q^8}$$

$$(x+1)^2 = q^8$$

$$\begin{cases} x+1 = q^4 \\ x+1 = -q^4 \end{cases}$$

$$(2)$$

$$q^2 = \sqrt{q^4}, \\ \text{не } -\sqrt{q^4}, \text{ т.к. } q \neq 0$$

$$\begin{cases} x+1 = q^4 \\ \sqrt{(13x - 35)(x+1)} = (5-x)q^2 \\ x+1 = -q^4 \\ \sqrt{(13x - 35)(x+1)} = (5-x)q^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+1 = q^4 \\ \sqrt{(x+1)(13x - 35)} = (5-x)\sqrt{x+1} \\ q^4 = -x-1 \\ \sqrt{(13x - 35)(x+1)} = (5-x)\sqrt{-x-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+1 = q^4 \\ \sqrt{13x - 35} = 5-x \\ \sqrt{13x + 35} = 5-x \\ q^4 = -(x+1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} q^4 = x+1 \\ 13x - 35 = 25 + x^2 - 10x \\ 35 - 13x = x^2 - 10x + 25 \\ q^4 = -(x+1) \end{cases}$$

$$q^4 = x+1$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$q^4 = -(x+1)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} g^4 = x+1 \\ (x-20)(x+3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} g^4 = -x-1 \\ (x-2)(x+5) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} g^4 = x+1 \\ x = 20 \\ x = 3 \\ g^4 = -x-1 \\ x = 2 \\ x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} g^4 = 21 \\ x = 20 \\ g^4 = 4 \\ x = 3 \\ g^4 = -3 \\ x = 2 \\ g^4 = 4 \\ x = -5 \end{cases} \quad \text{--- исход} \quad \text{т. к. } g^4 > 0$$

$$\begin{cases} g = \pm \sqrt[4]{21} \\ x = 20 \\ g = \pm \sqrt[4]{4} \\ x = 3 \\ x = -5 \end{cases}$$

- получаем 3 значения x : $x = 20$
 $x = 3$
 $x = -5$

По наталкиванию отбрасываем: $x = 20$ не подходит.

Ответ: $x \in \{-5; 3\}$

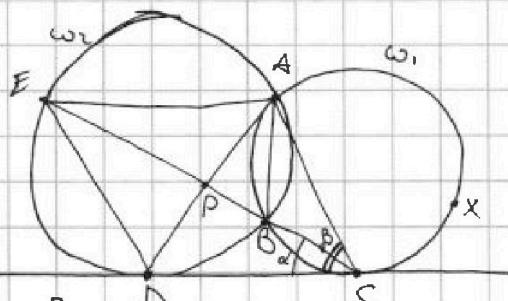


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CP}{PE} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{ED}{CD} = ?$$

1) $\angle ECD = \alpha$, тогда как
угол ω_2 между кас. и хордой
он равен $\frac{1}{2} \angle ABC = \angle BAC$, т.к.
он винс. опир на $\angle ABC$

2) $\angle ACP = \beta$, тогда
аналогично он $= \frac{1}{2} \angle ABC \Rightarrow$
 $\angle A(x)x = 360^\circ - 2\beta \Rightarrow \angle ABC =$
 $= \frac{1}{2} \angle A(x)c$ (как винс. опир. на неё)
 $= 180^\circ - \beta \Rightarrow \angle ABE = \beta$ как доказ.

$\angle EDA = \beta$ как винс. опир на
тг не доказуем

3) $\angle ADC = \theta$, тогда аналогично $\angle AED = \theta$

4) ~~из $\angle EAD = 180^\circ - \theta$ по~~

$\triangle EAD \sim \triangle DAC$: $\angle AED = \theta = \angle ADC \Rightarrow \triangle AED \sim \triangle ADE$
 $\angle ADE = \beta = \angle ACD$ ~~по 2 углам~~

$\Rightarrow \angle EAD = \angle DAC \Rightarrow AP - \text{диаг-наль} \angle EAC \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle EAC$: ~~из~~ $\frac{CP}{PE} = \frac{CA}{AE}$ по сб-бы диаг-наль

$$\frac{CA}{AE} = \frac{3}{10} \Rightarrow \text{из } CA = 3x, \text{ тогда } AE = 10x$$

6) из n. 4: $\frac{EP}{DC} = \frac{AD}{AC} = \frac{EA}{AD}$

$$AD^2 = AC \cdot AE = 30x^2 \Rightarrow AD = x\sqrt{30}$$

$$\frac{EP}{DC} = \frac{x\sqrt{30}}{3x} = \frac{\sqrt{30}}{3}$$

Ответ: $\sqrt{30} : 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \alpha > \beta \\ (\alpha - \beta) \mid 3 \\ (\alpha - \beta)(\beta - c) = p^2 \quad (p - \text{простое число}) \\ \alpha + \beta^2 = 560 \quad (*) \end{cases}$$

Найди $\alpha, \beta, c \in \mathbb{Z}$

(*) : $\alpha = 560 - \beta^2 \rightarrow \beta$ систему ~~уравнений~~ ур-й:

$$\begin{cases} 560 - \beta^2 > \beta & (1) \\ (560 - \beta^2 - \beta) \mid 3 & (2) \end{cases}$$

$$(560 - \beta^2 - \beta)(\beta - c) = p^2 \quad (3)$$

$$\alpha = 560 - \beta^2$$

$$(1) : \beta^2 + \beta - 560 < 0$$

$$\text{нуль} = 0: D = 1 + 560 \cdot 4 = 2241$$

$$\beta_1 = \frac{-1 + \sqrt{2241}}{2}$$

$$\beta_2 = \frac{-1 - \sqrt{2241}}{2}$$

$$47^2 < 2241 < 48^2$$

$$\begin{array}{r} \cancel{\text{деление}} \quad 23 < \beta_1 < 23,5 \\ -24,5 < \beta_2 < -24 \\ \hline -24,5-24 \qquad \qquad \qquad 23,5-23,5 \end{array}$$

$$\beta \in \mathbb{Z} \Rightarrow \beta \in \{-24; -23; -22; \dots; 1; 0; 1; 2; \dots; 23\}$$

$$(2) (560 - \beta^2 - \beta) \mid 3$$

$(\beta^2 + \beta) \not\equiv 560 \pmod{3}$, т.к. $560 \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow (\beta^2 + \beta) \not\equiv 2 \pmod{3}$

если $\beta \equiv 0 \pmod{3}$, то $\beta^2 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow (\beta^2 + \beta) \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow$ подходит

$\beta \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow \beta^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow (\beta^2 + \beta) \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow$ подходит

$\beta \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow \beta^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow (\beta^2 + \beta) \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow$ подходит

$\beta \equiv 0 \pmod{3}$ или $\beta \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow \beta \in \{-24; -21; -19; -18; -16; -15; -13; 2; -10; -9; -7; -6; -4; -3; -1; 0; 2; 3; 5; 6; 8; 9; 11; 12; 14; 15; 17; 18; 20; 21; 23\}$

$$(3) (560 - \beta^2 - \beta)(\beta - c) = p^2$$

$$1) 560 - \beta^2 - \beta = p^2; \beta - c = 1$$

$$2) 560 - \beta^2 - \beta = -p^2; \beta - c = -1$$

$$3) 560 - \beta^2 - \beta = 1; \beta - c = p^2$$

$$4) 560 - \beta^2 - \beta = -1; \beta - c = -p^2$$

$$5) 560 - \beta^2 - \beta = p = \beta - c \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{дакже 2 случая} \Rightarrow 560 - \beta^2 = \beta - c \Rightarrow \\ \beta^2 + \beta - 560 = 0, \text{ где } \beta_1 \text{ и } \beta_2 \notin \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$6) 560 - \beta^2 - \beta = -p = \beta - c$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) 560 - b^2 - c = p^2 ; \quad b - c = 1$$

$$\cancel{b} \cancel{-c} = b - 1$$

$$560 - b^2 - (b-1) = p^2$$

$$560 - b^2 - b + 1 = p^2$$

$$561 - b^2 - b = p^2$$

$$b^2 + b + p^2 - 561 = 0$$

$$D = 1 - 4p^2 + 2244 = 2245 - 4p^2$$

тогда $b \in \mathbb{Z}$, $2245 - 4p^2 = k^2$, $k \in \mathbb{N}$

$$p = 3: \quad D = 2209 = 47^2 \Rightarrow b = \frac{-1+47}{2}$$

$$b = -24 \quad b = 23$$

$$\cancel{b} \cancel{-c} = 560 - b^2$$

$$I) \text{ если } b \equiv 0 \pmod{3}: \quad a \equiv 2 - 0^2 \pmod{3}$$

$$a \equiv 2 \pmod{3}$$

~~если $a \equiv 2 \pmod{3}$~~

$$\text{если } c \equiv 0 \pmod{3}: \quad (a-c)(b-c) \equiv (2-0)(0-0) \equiv 0 \Rightarrow p^2 \equiv 0 \pmod{3}$$

$$\text{если } c \equiv 1 \pmod{3}: \quad (a-c)(b-c) \equiv (2-1)(0-1) \equiv -1 \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow p^2 \not\equiv 0 \pmod{3},$$

т.к. кв. числа $\equiv 1 \pmod{3}$

$0 \pmod{3}$

$$\text{если } c \equiv 2 \pmod{3}: \quad (a-c)(b-c) \equiv (2-2)(0-2) \equiv 0 \Rightarrow p = 3$$

$$II) \text{ если } b \equiv 2 \pmod{3}: \quad a \equiv 2 - 2^2 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$c \equiv 0 \pmod{3}: \quad (a-c)(b-c) \equiv 2, \text{ это не кв. п.д.}$$

$$c \equiv 1 \pmod{3}: \quad (a-c)(b-c) \equiv 0, \Rightarrow p = 3$$

$$c \equiv 2 \pmod{3}: \quad (a-c)(b-c) \equiv 0 \Rightarrow p = 3$$

Значит единственное $p = 3$ имеет подходит

Случай 1) $a-c = p^2$ и $b-c = 1$ - разобрал, $b = -24$ и $c = 23$

Случай 2) $a-c = -p^2$ и $b-c = -1$:

$$c = b+1 \Rightarrow 560 - b^2 - (b+1)^2 = p^2$$

$$559 - b^2 - b = 9$$

$$b^2 + b - 550 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 550 = 2201 \neq k^2, \text{ где } k \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{нет реш.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Случай 3) $a-c=1$ и $b-e=p^2$

$$c = 560 - b^2 - 1$$

$$b - 560 + b^2 + 1 = 9$$

$$b^2 + b - 568 = 0$$

$$\Delta = 1 + 4 \cdot 568 = 2273 \neq k^2, \text{ где } k \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{нет реш.}$$

Случай 4) $a-c=-1$ и $b-c=p^2$

$$c = 560 - b^2 + 1$$

$$b - 561 + b^2 = 9$$

$$b^2 + b - 570 = 0$$

$$\Delta = 1 + 570 \cdot 4 = 2281 \neq k^2, \text{ где } k \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{нет реш.}$$

Получаем, решение: $b = -24$ и $b = 23$

$$a = 560 - b^2 - 16$$

или

$$a = 560 - b^2 - 31$$

или

$$(16-c)(-24-c) = 9$$

$$(31-c)(23-c) = 9$$

$$384 + 40c + c^2 = 9$$

$$713 - 54c + c^2 = 9$$

$$c^2 + 40c + 375 = 0$$

$$c^2 - 54c + 704 = 0$$

$$(c+15)(c+25) = 0$$

$$(c-32)(c-22) = 0$$

$$c = -15 \quad c = -25$$

$$c = 32 \quad c = 22$$

Ответ: $(-16; -24; -15)$;
 $(-16; -24; -25)$;
 $(31; 23; 32)$;
 $(31; 23; 22)$.

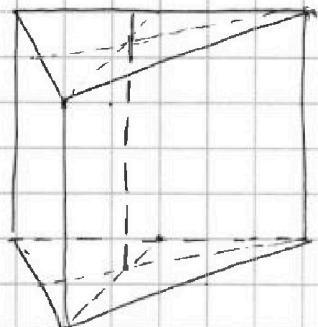


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

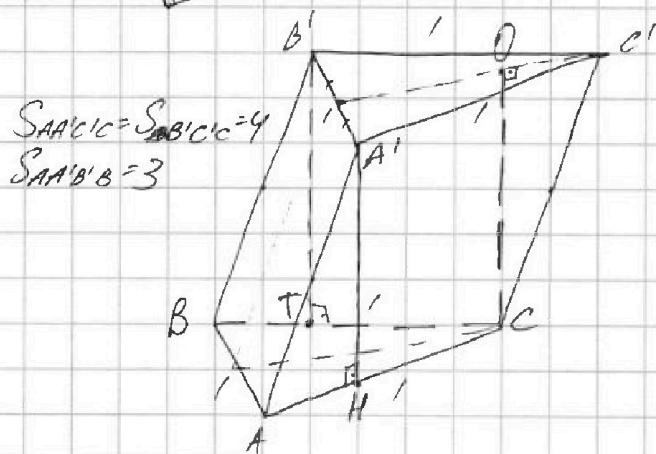
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{AA'C'C} = AC \cdot A'H = 4$$
$$AC = 1 \Rightarrow A'H = 4$$

Аналогично $B'T = 4$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b = -24 : \alpha = 560 - b^2 = -16$$

$$(16 - c)(-24 - c) = p^2$$

$$c = -25 ; p = 3$$

$$b = -22 : \alpha = 560 - b^2 = 76$$

$$(76 - c)(-22 - c) = p^2$$

$$76 - c = 1 : c = 75 \Rightarrow p^2 < 0 - \text{не м.д.}$$

$$76 - c = -1 : c = 77 \Rightarrow p^2 = 101 - \text{не м.д.}$$

$$-22 - c = 1 : c = -23 \Rightarrow p^2 = 101 - \text{не м.д.}$$

$$-22 - c = -1 : c = -21 \Rightarrow p^2 < 0 - \text{не м.д.}$$

$$b = -21 : \alpha = 560 - b^2 = 118$$

$$(118 - c)(-21 - c) = p^2$$

$$118 - c = 1 : c = 117 \Rightarrow p^2 < 0 X$$

$$118 - c = -1 : c = 120 \Rightarrow p^2 = 141 X$$

$$-21 - c = 1 : c = -22 \Rightarrow p^2 = 141 X$$

$$-21 - c = -1 : c = -20 \Rightarrow p^2 < 0 X$$

$$b = -18 : \alpha = 560 - b^2 = 198$$

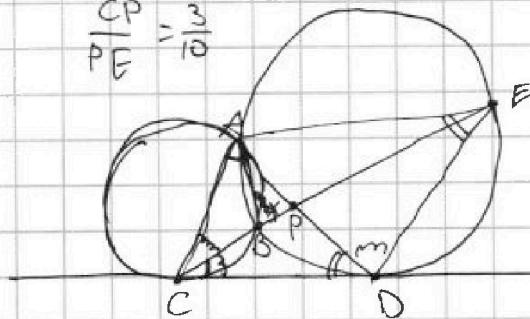
$$(198 - c)(-18 - c) = p^2$$

$$198 - c = 1 : c = 197 \Rightarrow p^2 < 0 X$$

$$198 - c = -1 : c = 200 \Rightarrow p^2 = 219 X$$

$$-18 - c = 1 :$$

$$\frac{CP}{PE} = \frac{3}{10}$$



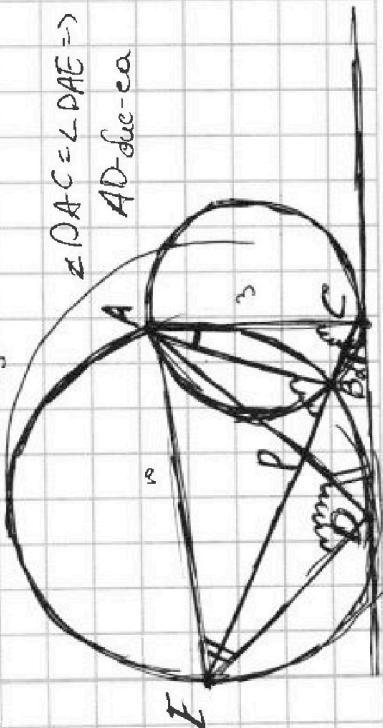
$$\frac{CB}{BE} = \frac{CP - x}{EP + x} =$$

$$4\cos^3 x + 3\cos x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$\begin{aligned} &+ 4t^3 + 6t^2 + 3t - 1 = p \\ &+ 36(t+1)^2 + 36(t+1)t + 6t = p \\ &t(2a+1) + 3a + 7t = p \\ &(3a-1)(2t+1) = p \end{aligned}$$

$$\angle PAC = \angle DAE \Rightarrow$$

AD ~~две-са~~





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x &= p \\ 4 \cos^3 x - 3 \cos x + 3 \cos 2x + 6 \cos x &= p \\ \cos x (4 \cos^2 x - 3) + 3 \cos 2x + 6 \cos x &= p \\ \cos x (2(2 \cos^2 x - 1) + 1) + 3(\cos 2x + 2 \cos x) &= p \\ \cos x (2 \cos 2x + 1) + 3 \cos 2x + 6 \cos x &= p \\ 2 \cos 2x \cos x + 7 \cos x + 3 \cos 2x &= p \\ 4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 &= p \\ 4 \cos^3 x + 3(\cos 2x + \cos x) &= p \\ 4 \cos^3 x + 3(2 \cos^2 x + \cos x - 1) &= p \\ 4 \cos^3 x + 3(2 \cos x + 1)(\cos x + 1) &= p \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline 2025 \\ \begin{array}{r} 46 \\ \times 47 \\ \hline 276 \\ 184 \\ \hline 2116 \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{r} 47 \\ \times 47 \\ \hline 329 \\ 192 \\ \hline 2304 \end{array}$$

$$2 \cos 2x \cos x + \cos x + 6 \cos x + 3 \cos 2x = p$$

$$40 \cdot 40 = 1600$$

$$45 \cdot 45 =$$

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \neq 3 \\ (a-c)(b-c) = p^2 \\ a + b = 560 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} 560 - b^2 > b & (1) \\ 560 - b^2 - b \neq 3 & (2) \\ (560 - b^2 - c)(b - c) = p^2 & (3) \\ a = 560 - b^2 & (4) \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 96 \\ 96 \\ \hline 576 \\ 1 \cdot 560 \end{array}$$

$$(1) \quad b^2 + b - 560 < 0$$

$$560 = 2^4 \cdot 5 \cdot 7 = 2 \cdot 280$$

$$4 \cdot 140$$

$$\text{Let } D = 1 + 4 \cdot 560 = 2241$$

$$8 \cdot 70$$

$$b = \frac{-1 \pm \sqrt{2241}}{2} \in (47; 48)$$

$$\begin{array}{r} 16 \cdot 35 \\ 5 \cdot 112 \\ 10 \cdot 56 \end{array}$$

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{-1 + \sqrt{2241}}{2} & b_2 &= \frac{-1 - \sqrt{2241}}{2} \\ 23 < b_1 < 23,5 & \quad -23,5 < b_2 < -23 \\ + & \quad \text{Let } D = 1 \\ \hline -23,5 & \quad 23 \quad 23,5 \end{aligned}$$

$$20 \cdot 28$$

$$40 \cdot 14$$

$$80 \cdot 7$$

$$160 \cdot 50$$

$$(2) \quad 560 \neq b^2 + b \Leftrightarrow 2 \neq b^2 + b$$

$$\begin{aligned} b &\stackrel{?}{=} 0: \quad b^2 \stackrel{?}{=} 0 \Rightarrow \checkmark \quad // \quad b \stackrel{?}{=} 0 \text{ или } \stackrel{?}{=} 2 \\ b &\stackrel{?}{=} 1: \quad b^2 \stackrel{?}{=} 1 \Rightarrow \times \quad // \Rightarrow b^2 + b \stackrel{?}{=} 3; \\ b &\stackrel{?}{=} 2: \quad b^2 \stackrel{?}{=} 1 \Rightarrow \checkmark \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

СТРАНИЦА
— ИЗ —