



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен  $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$ , двенадцатый член равен  $2 - x$ , а восемнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $7 : 20$ , считая от вершины  $C$ .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $500 \times 120$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:
- $a < b$ ,
  - число  $b - a$  не кратно 3,
  - число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
  - выполняется равенство  $a^2 + b = 1000$ .
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \quad b_{18} = b_1 \cdot 9^{17}$$

$$b_{12} = 2-x \quad b_{10} = b_1 \cdot 9^9$$

$$b_{18} = \sqrt{\frac{(25x+34)}{(3x+2)^3}} \quad b_{12} = b_1 \cdot 9^{11}$$

$$(25x+34)(3x+2) \geq 0, \quad b_{12} = b_{10} \cdot 9^2, \quad b_{10} \geq 0, \quad 9^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow b_{12} \geq 0 \Rightarrow 2-x \geq 0.$$

1)  $(25x+34) \leq 0, (3x+2) \leq 0.$

$$\frac{b_{18}}{b_{12}} = 9^8 = \frac{\sqrt{\frac{(25x+34)}{(3x+2)^3}}}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}$$

$$= \frac{\sqrt{\frac{(25x+34)}{(3x+2)^3}}}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} = \frac{1}{\sqrt{-(3x+2)^3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{-(3x+2)}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^4}} = \frac{1}{(3x+2)^2} \Rightarrow 9^2 = \frac{1}{\sqrt{-(3x+2)^2}}$$

$$b_{12} = b_{10} \cdot 9^2 \Rightarrow 2-x = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{-(3x+2)^2}}$$

$$2-x = \sqrt{-(25x+34)}$$

$$4-4x+x^2 = -25x-34$$

$$x^2+21x+38 = 0$$

$$(x+2)(x+19) = 0$$

$$x = -2$$

$$x = -19$$

Оба условия выполнены.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) (25x+34) \geq 0, (3x+2) > 0,$$

$$\frac{b_{18}}{b_{10}} = q^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} = \frac{1}{(3x+2)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q^2 = \sqrt{3x+2}$$

$$b_{12} = b_{10} \cdot q^2 \Rightarrow 2-x = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$$

$$2-x = \sqrt{25x+34}$$

$$4-4x+x^2 = 25x+34$$

$$x^2 - 29x - 30 = 0$$

$$(x+1)(x-30) = 0$$

$$(x+1)(x-30) = 0$$

$$x = -1$$

$$x = 30$$

$$3x+2 \geq 0$$

- неверно, и.к.  $-1 < 0$ .

$$2-x \geq 0 \Rightarrow \text{не угодит.}$$

Итого; находим  $x = -2$  и  $x = -19$ .

Ответ:  $-2; -19$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

x2

Помогли на вопрос ур-ние иссели  
Помогли, касая значения ур-ния  
левая и правая части!

$$|y+2| + 2|y-18|$$

1)  $y < -2$   $\xrightarrow{\text{следует из}}$

$$-2-y+2\cdot(18-y) = -2-y+36-2y = -3y+34 > 40$$

2)  $-2 \leq y \leq 18$   $\xrightarrow{\text{следует из}}$

$$y+2+2\cdot(18-y) = y+2+36-2y = 38-y \geq 20$$

3)  $18 < y$   $\xrightarrow{\text{следует из}}$

$$y+2+2y-36 = 3y-34 > 20$$

левая часть  $\geq 20$ . Также достигается при  $y = 18$ .

правая часть:  $z^2 \geq 0 \Rightarrow -z^2 \leq 0$

$$400 - z^2 \leq 400 \Rightarrow \sqrt{400 - z^2} \leq 20$$

Также достигается при  $z = 0$

левая часть  $\geq 20$ , правая  $\leq 20$ . Получаем,  
что равенство достигается только при  $y = 18$  и  $z = 0$ .  $\rightarrow$  это и есть единств.

возможные значения этих пере-  
менных. Теперь вернёмся к исходному  
уравнению.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Зная, что  $y=18$ ,  $z=0$  перешли к:

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{18-3x-x^2} - 7$$

$(x+6 \geq 0, 3-x \geq 0)$

$$18-3x-x^2 = (x+6)(3-x) \geq 0$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{(x+6)(3-x)} - 7$$

возведем в квадраты:

$$(x+6) + (3-x) - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 4(x+6)(3-x) - 28\sqrt{(x+6)(3-x)} + 49$$

$$\sqrt{(x+6)(3-x)} = t$$

$$9 - 2t = 4t^2 - 28t + 49$$

$$4t^2 - 26t + 40 = 0$$

$$2t^2 - 13t + 20 = 0$$

$$(2t-5)(t-4)$$

$$t = 2,5$$

$$t = 4$$

$$(x+6)(3-x) = 2,5$$

$$(x+6)(3-x) = 4$$

$$-x^2 - 3x + 18 = 2,5$$

$$-x^2 - 3x + 18 = 4$$

$$-2x^2 - 6x + 36 = 5$$

$$x^2 + 3x - 14 = 0$$

$$-2x^2 - 6x + 31 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 14 = 9 + 56 = 65$$

$$2x^2 + 6x - 31 = 0$$

$$D = 36 + 4 \cdot 2 \cdot 31 = 24 + 36 = 284 = 4 \cdot 71$$

$$x_1 = \frac{-6 + 2\sqrt{71}}{2} = \frac{-3 + \sqrt{71}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{65}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-3 - \sqrt{71}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-3 - \sqrt{65}}{2}$$

$$-6 < \frac{-3 - \sqrt{71}}{2} < \frac{-3 + \sqrt{71}}{2} < 3$$

$$-6 < \frac{-3 - \sqrt{65}}{2} < \frac{-3 + \sqrt{65}}{2} < 3$$

$$-12 < -3 - \sqrt{71} < -3 + \sqrt{71} < 6$$

$$\sqrt{71} < 9 = \sqrt{81}$$

$$-12 < -3 - \sqrt{65} < -3 + \sqrt{65} < 6$$

$$\sqrt{65} < 9 = \sqrt{81}$$

оба подходят

оба удовлетв.

Ответ:  $x = \frac{-3 + \sqrt{65}}{2}, \frac{-3 + \sqrt{71}}{2}, y = 18, z = 0$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-1 \leq \frac{-1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}$$
$$0 \leq \frac{-1 + 1 + \sqrt[3]{p-1}}{1 + \sqrt[3]{p-1}} = \frac{\sqrt[3]{p-1}}{1 + \sqrt[3]{p-1}}$$

+                      -                      +

o                      o                      o

0                      1                      p

$$p \in (-\infty; 0), [1; +\infty).$$

тогда есть 2 условия:

$$p \in (0; 1] \text{ и } p \in (-\infty; 0), [1; +\infty).$$

найдем, что  $p \neq 1$

$$-\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}} \leq 1 \quad 0 \leq \frac{1 + 1 + \sqrt[3]{p-1}}{1 + \sqrt[3]{p-1}}$$

$$0 \leq \frac{2 + \sqrt[3]{p-1}}{1 + \sqrt[3]{p-1}}$$

+                      -                      +

o                      o                      o

-7                      0                      p

$$p \in (-7; -7], p \in (-\infty; -7], (0; +\infty).$$

$$\text{иногда, } p \in (-7; +\infty), p \in (-\infty; -7], [1; +\infty).$$

$$\cos x = \frac{-1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}$$

$$x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ответ: } p \in (-\infty; -7], [1; +\infty), x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

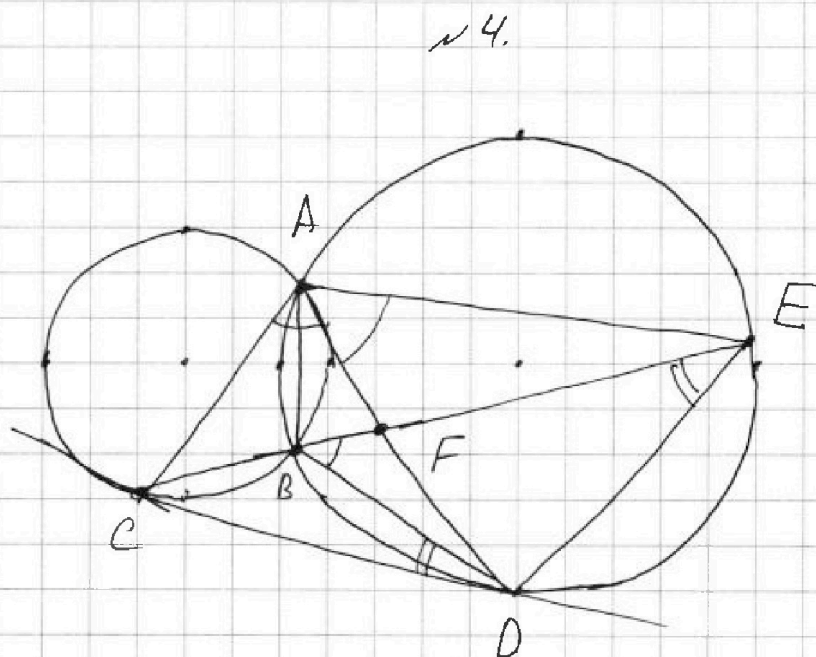
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что  $AF$  - биссектриса.

$\angle FAE = \angle DBE$  из вписанных,

$\angle CAB = \angle BCD$ ,  $\angle DAB = \angle CDB$  (из касания).

$\angle FAE = \angle DBE = \angle BCD + \angle CDB = \angle CAB + \angle DAB = \angle CAD = \angle CAF$ .

Тогда,  $\angle CAF = \angle FAE$ .  $\frac{AC}{AE} = \frac{CF}{FE} = \frac{7}{20}$  (поул.)

Также заметим, что  $\triangle CDB \sim \triangle CED$

( $\angle CDB = \angle DEC$ ,  $\angle C$  - общий)  $\Rightarrow \frac{CD}{BC} = \frac{ED}{BD} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{BD}{BC}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

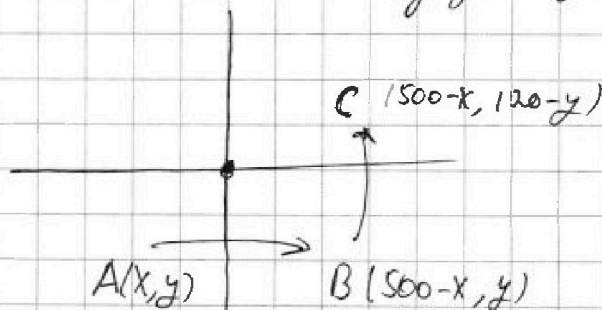
СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5.

Пойдем, что все закрашенное мн-во удовлетворяет каким-то двум условиям, то оно удовлетворяет и их совокупности.

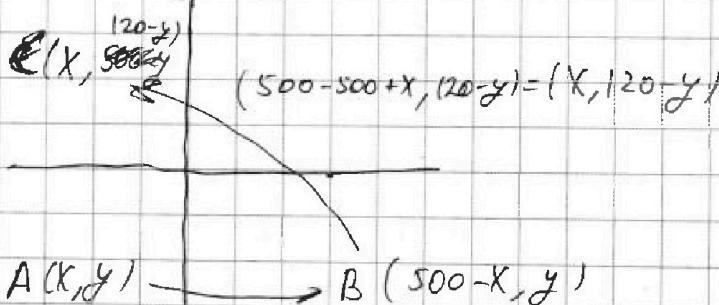
1) Эта симметрия относительно двух центральных осей.



$A \rightarrow B$  относительно  $|$ ,  $B \rightarrow C$  относительно  $-$ .

тогда ~~тогда~~ <sup>ивагда</sup> C является симметрией A. (по координатам)

2)  $|$  симметрия и центральная.



$A \rightarrow B$  относительно  $|$ ,  $B \rightarrow C$  относительно центра.

A и C симм. оснос.  $-$ .

3)  $-$  симметрия и центральная аналогичен 2).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

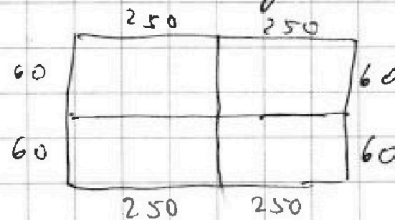
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда, у нас мк-во удовлетворяем мкб  
один мк-ву симметрии, мкб сразу  
идём. Посчитаем кол-во мк-в, удовле-  
творяют сразу 3 симметриям.

Заметим, что такая конструкция симмет-  
рично задаётся 2 клетками в угловом прямо-  
угольнике  $250 \times 60$ .



Из симметрии в каждом из них ровно 2,  
расположения аналогичны  $\Rightarrow$  задаётся по одному.

Тогда кол-во  $C_{15000}^2$  (кол-во способов  
выбрать 2 клетки из прямоуго.  $250 \times 60$ )


Кол-во мк-в, симм. ошкос 1:  $C_{30000}^4$

$C_{30000}^4$  (4 клетки в левой половине прямоуг.)

Односимметрично:  $C_{30000}^4$  (4 клетки в правой половине)

Односимметрично центра:  $C_{30000}^4$  (4 клетки в левой итер.)

конденсе, например, если разделим прямоуг.

так: . Число,  $3 \cdot C_{30000}^4 - 2 \cdot C_{15000}^2$

(Мкб сразу посчитали: 3 симметрии  $\Rightarrow$  вычитаем 2 раза).

Общее:  $3 \cdot C_{30000}^4 - 2 \cdot C_{15000}^2$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$c^2 + 2c + 1 + c + 9 = 1000$$

$$c^2 + 3c - 990 = 0$$

$$(c - 30)(c + 33) = 0$$

$$c_1 = 30$$

$$c_2 = -33$$

$$a = 31$$

$$a = -32$$

~~$$b = 39$$~~

$$b = -24$$

$$(31; 39; 30)$$

$$(-32; -24; -33)$$

$$2) a < b < c$$

$$b < c \rightarrow a < c \Rightarrow \begin{cases} b - c < 0 \\ a - c < 0 \\ b - c > a - c \end{cases}$$

~~Итого~~  
~~учитывая все это~~

Иногда получаем лишь 1 вариант разложения:

~~$$b = c - 1$$~~

$$b - c = -1 \quad (b - c) - (a - c) = b - a = p^2 - 1 \quad \forall 3$$

$$a - c = -p^2 \quad \text{Взяв же, получаем } \text{члор} = 3$$

$$b = c - 1 \quad a = c - 9$$

$$(c - 9)^2 + c - 1 = 1000$$

$$c^2 - 18c + 81 + c - 1 = 1000$$

$$c^2 - 17c - 920 = 0$$

$$(c - 40)(c + 23) = 0$$

$$c_1 = 40$$

$$c_2 = -23$$

$$a = 31$$

$$a = -32$$

$$b = 39$$

$$b = -24$$

$$(31; 39; 40)$$

$$(-32; -24; -23)$$

$$\text{Ответ: } (31; 39; 30), (31; 39; 40), (-32; -24; -33),$$

$$(-32; -24; -23)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a, b, c \in \mathbb{Z}, a < b; b - a \not\equiv 3; (a - c)(b - c) = p^2,$   
 $a^2 + b = 1000.$

По-первому,  ~~$b \neq a$~~ ,  $b \neq c, c \neq a$ , иначе  $(a - c)(b - c) = 0$  — произведение.

По-второму, не можем иметь ситуа-

цию:  $a < c < b$ . т.к.  $(a - c)(b - c) < 0$  — произведение. Тогда, либо

$c < a < b$ , либо  $a < b < c$ .

1 случай:  $c < a < b \Rightarrow a - c > 0$

$(a - c)(b - c) = p^2$

$b - c > 0$

$b - c > a - c$ , т.к.  $b > a$

тогда, либо

~~$a - c = 1, b - c = p^2$~~   
 ~~$a - c = p^2, b - c = 1$~~

Тогда из этих условий следует единствен-  
 ный вариант разложения на множители:

$a - c = 1, b - c = p^2$

$b - c - (a - c) = b - a = p^2 - 1$

$b - a \not\equiv 3 \Rightarrow p^2 - 1 \not\equiv 3$ . Но по мод. 3:  $0^2 \equiv 0, 1^2 \equiv 1, 2^2 \equiv 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow p \equiv 3$ . т.к.  $p$  — простое, то  $p = 3$ .

$a = c + 1, b = c + 9$

$(c + 1)^2 + c + 9 = 1000$

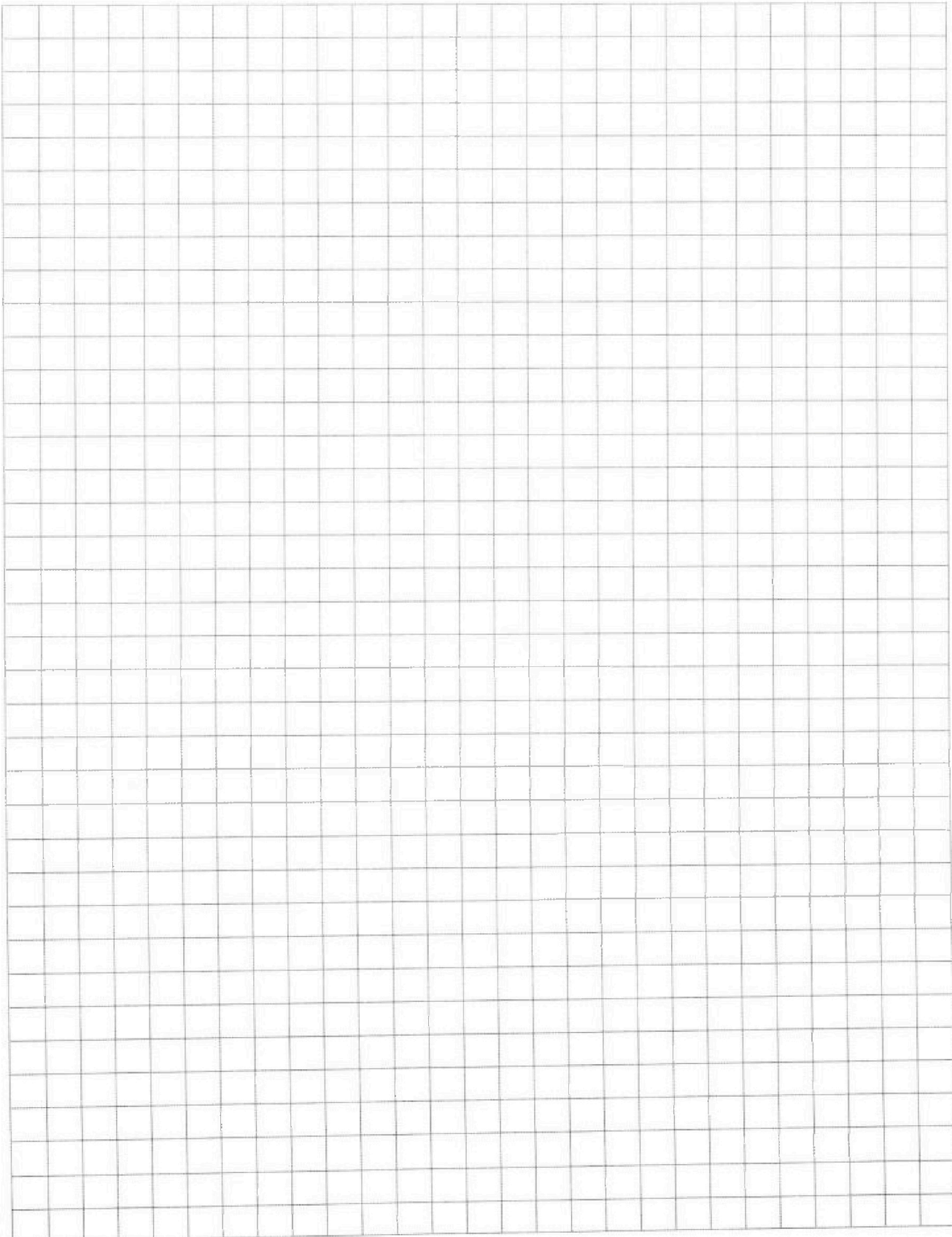


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1    2    3    4    5    6    7  
                 

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{BE}{CE} = \frac{CF}{FE} = \frac{1}{20}$$

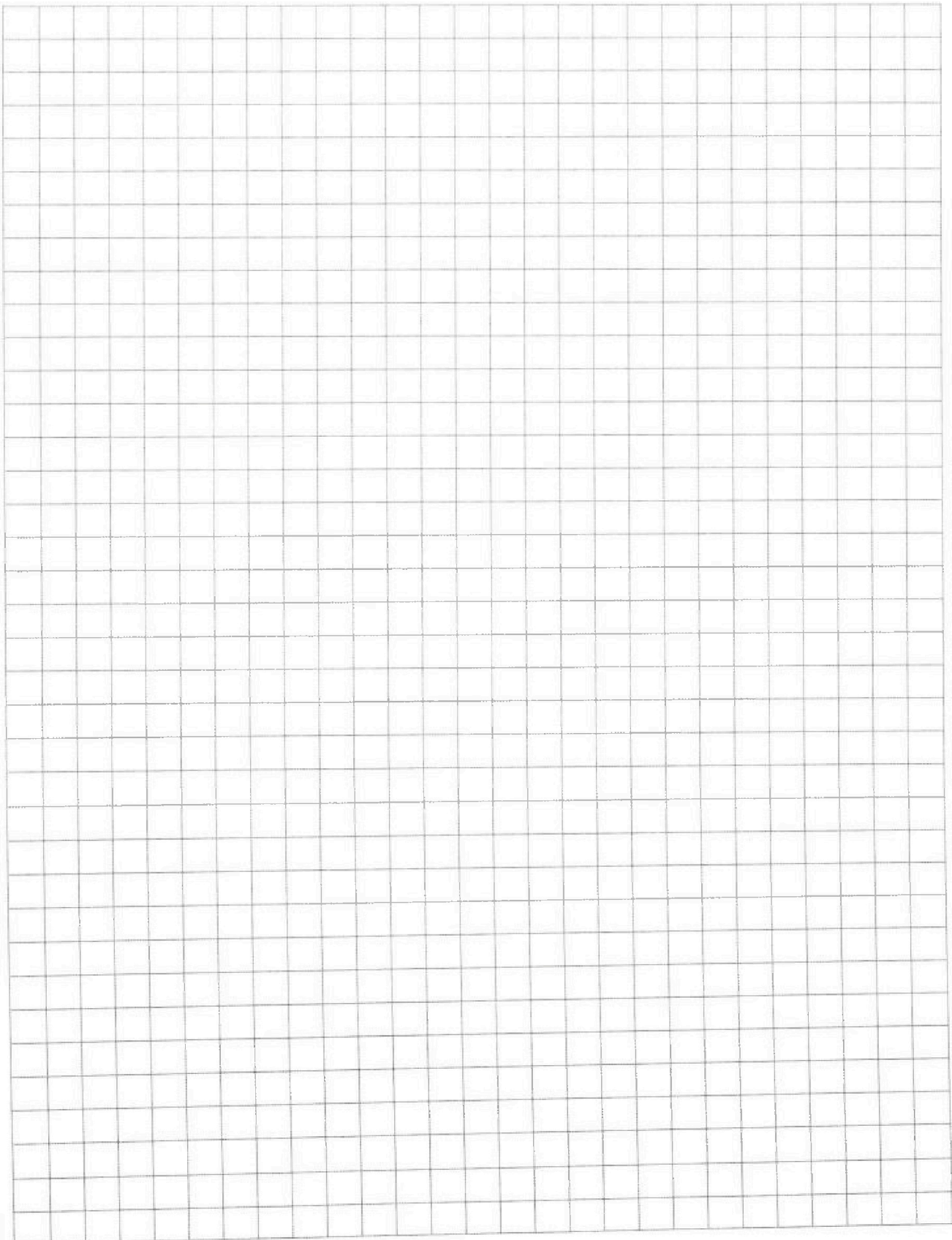


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4.

$\frac{ED}{CD} = ?$

$\frac{CF}{FE} = \frac{7}{20}$

$\angle CAF = \angle FAE$

$CB \cdot BE = CD^2$

$\triangle CDB \sim \triangle CED$

$\frac{CE}{CD} = \frac{CD}{CB} = \frac{ED}{BD}$

$\frac{CD}{CB} = \frac{ED}{BD}$

$\frac{AC}{AE} = \frac{7}{20}$

$CD^2 = CP \cdot CA$

$\frac{ED}{BD} = \frac{CD}{CB}$

$ED \cdot CB = CD \cdot BD$

$\frac{ED}{CD} = \frac{BD}{CB}$

$CD = \sqrt{BC \cdot CE}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0.$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos 3x = \cos(2x+x) = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x =$$

$$= (\cos^2 x - \sin^2 x) \cdot \cos x - 2 \sin^2 x \cdot \cos x =$$

$$= (2 \cos^2 x - 1) \cdot \cos x - 2 \cdot \cos x \cdot (1 - \cos^2 x) =$$

$$= 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \cos x + 2 \cos^3 x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$p \cdot (4t^3 - 3t) + 6 \cdot (2t^2 - 1) + 3(p+4)t + 10 = 0$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$4pt^3 - 3pt + 12t^2 - 6 + 3pt + 12t + 10 = 0$$

$$4pt^3 + 12t^2 + 12t + 4 = 0.$$

$$4pt^3 + 12t^2 + 12t + 4 = 0$$

$$pt^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$(t+1)^3 = (p-1)t^3$$

$$t+1 = \sqrt[3]{p-1} t$$

$$(t+1)^3 = (1-p)t^3$$

$$t+1 = \sqrt[3]{1-p} t$$

$$t + \sqrt[3]{p-1} t = -1.$$

$$t(1 + \sqrt[3]{p-1}) = -1. \quad 0 \leq 1 + \sqrt[3]{p-1} \leq 1$$

$$t = -\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}} \quad -1 < \sqrt[3]{p-1} \leq 0$$

$$0 < p \leq 1.$$

$$p \in (-7; 1] \quad \text{и} \quad p \in (-7; 1] \quad \text{и} \quad p \in (-7; 1]$$

$$x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



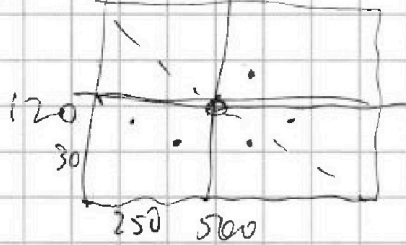
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$-16 - 4 = 64$  в. 4

~ 5



$250 \cdot 30 = 7500$

Омечено 2 варианта симметричных:

$C_2^{7500}$

$-x^2 - 3x + 18 = 2,5$

$-2x^2 - 6x + 36 = 5$

$2x^2 + 6x - 31 = 0$

$S = 36 + 4 \cdot 2 \cdot 31 = 284$

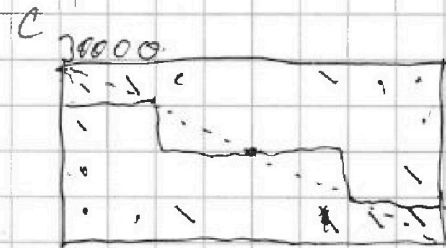
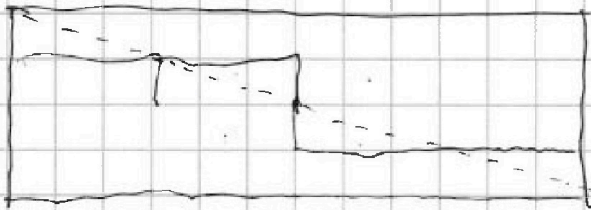
$x_{1,2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{71}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{71}}{2}$

Симметричные эмнос. | :  $C_{75000}^4$

Симметричные эмнос. — :  $C_{150000}^4$

$\frac{500 \cdot 120}{2} =$

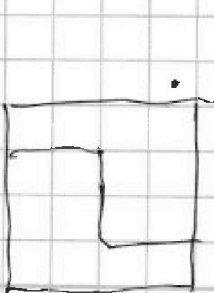
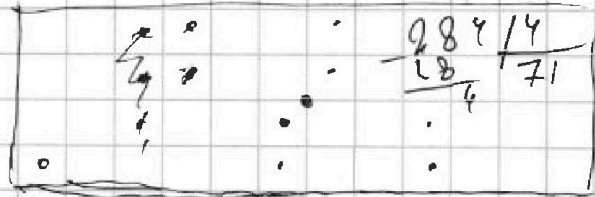
$= 500 \cdot 60 = 30000$



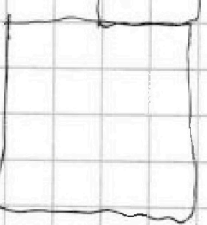
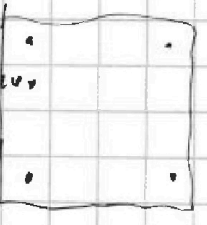
Если задан 2 условия  $\Rightarrow$  удовлетворяем и 3.

$C_{30000}^4 + C_{150000}^4 + C_{150000}^4 - 2 \cdot C_{7500}^2 =$

$C^4 =$



$500 \cdot 120 = 60000$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

16.

$$a < b$$

$$a, b, c \in \mathbb{Z}.$$

$$b - a \mid 3$$

$$(a - c) \mid (b - c) = p^2.$$

$$(a - c) \mid (b - c) = p^2; p - \text{простое.}$$

$$\text{Если } a \leq c \leq b, \text{ то}$$

$$a - c \leq b - c \leq 2p - \text{простое.}$$

$$a^2 + b = 1000$$

иногда можно

$$c < a < b, \text{ можно}$$

$$a < b \Rightarrow a - c < b - c.$$

$$a < b < c$$

$$c < a < b:$$

$$a - c = 1 \quad a - c = p$$

$$b - c = p^2 \quad b - c = p$$

т.к.  $a \neq b$ .

$$a = c + 1$$

$$b = c + p^2.$$

$$c + p^2 - c - 1 \mid 3.$$

$$p^2 - 1 \mid 3.$$

$$c^2 \equiv 0$$

$$1^2 \equiv 1 \Rightarrow p \mid 3 \Rightarrow p = 3.$$

$$2^2 \equiv 1$$

$$3 \quad a = c + 1$$

$$b = c + 9$$

$$(c + 1)^2 + c + 9 = 1000$$

$$c^2 + 2c + 1 + c + 9 = 1000$$

$$c^2 + 3c - 990 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 990 = 9 \cdot (4 \cdot 110 + 1) = 9 \cdot 441 = (3 \cdot 21)^2.$$

$$c_1 = \frac{-3 + 63}{2} = 30.$$

$$c_2 = \frac{-3 - 63}{2} = -\frac{66}{2} = -33.$$

$$a < b < c$$

$$c - a = 1$$

$$c - b = p^2.$$

или

$$a - c < b - c$$

$$b - c = 1$$

$$a - c = -p^2$$

$$b - c - a + c = -1 + p^2 = p^2 - 1 \Rightarrow \Rightarrow p = 3.$$

$$a = c - 9$$

$$b = c - 1$$

$$(c - 9)^2 + 1.$$

$$920 \overline{) 110}$$

$$92 \cdot 10$$

$$92 \overline{) 46 \cdot 20}$$

$$23 \cdot 40$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$b_{12} = 2-x$$

$$b_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$b_{10} \cdot q = b_{17} \cdot q^8 \quad \frac{b_{18}}{b_{10}} = q^8$$

$$b_{18} = b_{10} \cdot q^{17} \quad \frac{b_{18}}{b_{10}} = q^{17}$$

$$q^8 = \frac{\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}$$

$$= \frac{\sqrt{(3x+2)^4}}{(3x+2)^2}$$

$$q^2 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$$

$$b_{12} = b_{10} \cdot q^2$$

$$2-x = \frac{1}{\sqrt{3x+2}} \cdot \sqrt{(25x+34)(3x+2)} = \sqrt{25x+34}$$

$$2-x = \sqrt{25x+34}$$

решим 2 случая:

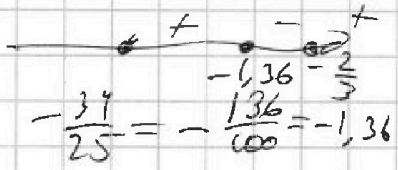
$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}$$

$$|y+21 + 2|y-16| \neq \sqrt{(20-2)(20+2)}$$

$$2-x \geq 0$$

$$x \leq 2$$

$$(25x+34)(3x+2) \geq 0$$





На одной странице можно оформить только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y+2| + 2|y-18|$$

1.)  $y < -2$

$$-2-y + 2(18-y) =$$

$$= -2-y + 36 - 2y = -3y + 34 \geq 40$$

2.)  $-2 \leq y \leq 18$

$$y+2 + 2(18-y) =$$

$$= y+2 + 36 - 2y = -y + 38 \geq 20$$

3.)  $18 < y$  :  $y+2 + 2y - 36 = 3y - 34 \geq 20$

$$\begin{array}{r} \times 18 \\ 3 \\ \hline 54 \end{array}$$

Реш.  $\sqrt{400-z^2} \leq 20$ . Т.к.  $z^2 \geq 0$

$$-z^2 \leq 0$$

$$400 - z^2 \leq 400$$

$$\sqrt{400-z^2} \leq 20$$

Р-во достигается при  $z=0, y=18$ .

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$$

~~$$2\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$$~~

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{(x+6)(3-x)} - 7$$

$$x+6 + 3-x - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 4(x+6)(3-x)$$

$$9 - 2\sqrt{\dots} = 4t^2 - 28t + 48 \quad 4t^2 + 2t - 9 = 0$$

$$9 - 2t = 4t^2 + 20t + 48 \quad D = 4 + 4 \cdot 9 \cdot 4 = 37 \cdot 4$$

$$4t^2 - 26t + 40$$

$$4t^2 - 13t + 20 = (2t-5)(t-4)$$

$\times 36$   
 $y$