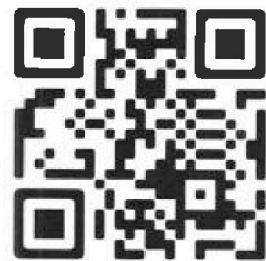




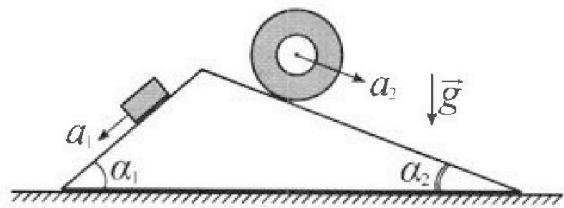
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-03



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

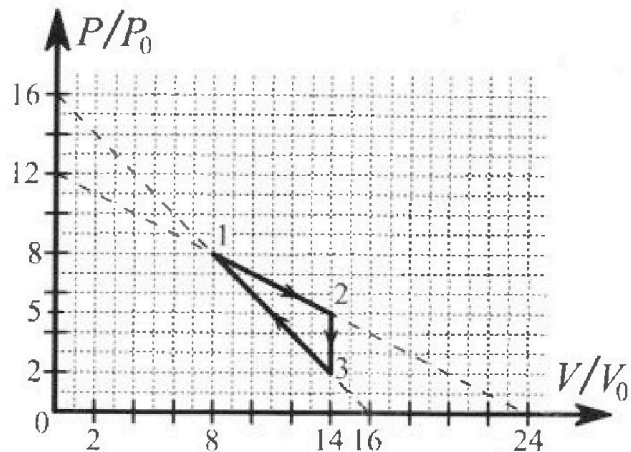
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой  $m$  с ускорением  $a_1 = 6g/13$  и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой  $2m$  с ускорением  $a_2 = g/4$  (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту  $\alpha_1$  ( $\sin \alpha_1 = 3/5$ ,  $\cos \alpha_1 = 4/5$ ) и  $\alpha_2$  ( $\sin \alpha_2 = 5/13$ ,  $\cos \alpha_2 = 12/13$ ). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения  $F_1$  между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения  $F_2$  между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения  $F_3$  между столом и клином.

Каждый ответ выразить через  $m$  и  $g$  с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость  $P/P_0$  от  $V/V_0$ . Здесь  $V$  и  $P$  - объем и давление газа,  $V_0$  и  $P_0$  - некоторые неизвестные объем и давление.

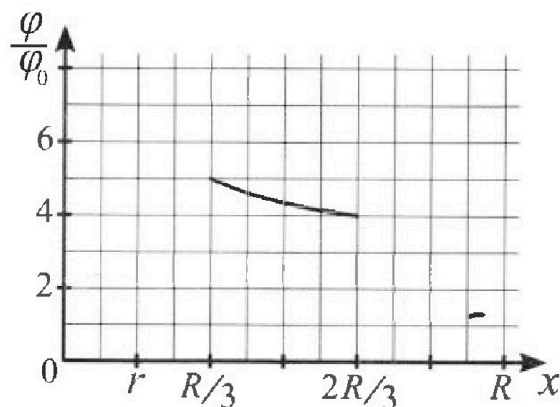
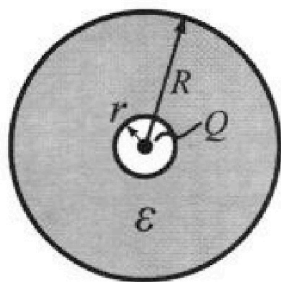


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и радиусами поверхностей  $r$  и  $R$  находится шарик с зарядом  $Q$  (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала  $\varphi$  электрического поля внутри диэлектрика от расстояния  $x$  от центра полого шара в интервале изменений  $x$  от  $R/3$  до  $2R/3$  (см. рис.). Здесь  $\varphi_0$  — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными  $r$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $\epsilon$ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при  $x = 5R/6$ .
- 2) Используя график, найти численное значение  $\epsilon$ .



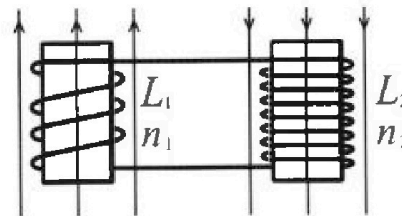
Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

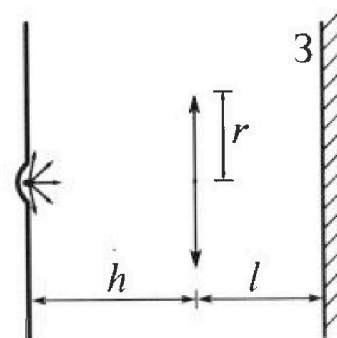


4. Две катушки с индуктивностями  $L_1 = L$  и  $L_2 = 16L$  и числами витков  $n_1 = n$  и  $n_2 = 4n$  помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки  $S$ . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью  $L_1$  индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью  $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$ , а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью  $L_1$  уменьшилась от  $B_0$  до  $B_0/3$ , не изменив направления, а в катушке с индуктивностью  $L_2$  индукция внешнего поля уменьшилась от  $3B_0$  до  $9B_0/4$ , не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии  $h$  расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = h/3$ . Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы  $r = 5$  см. Справа от линзы на расстоянии  $l = 2h/3$  расположено параллельно стене плоское зеркало  $3$ . Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в  $[\text{см}^2]$  в виде  $\gamma\pi$ , где  $\gamma$  - целое число или простая обыкновенная дробь.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

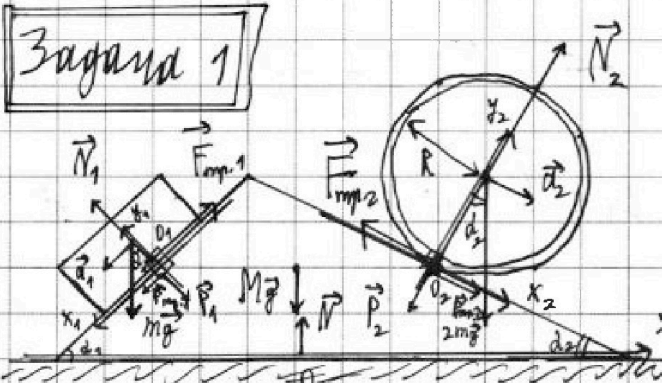


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

**Задача 1**



( $F_{mp}$ , действующую на цилиндр, не знаем, тогда как не знаем её направление)

По II закону Ньютона в ИСО Земли:

$$mg + \vec{N}_1 + \vec{F}_{mp,1} = m\vec{a}_1 \text{ (брусок)} \quad (1)$$

$$2mg + \vec{N}_2 + \vec{F}_{mp,2} = 2m\vec{a}_2 \text{ (цилиндр)} \quad (2)$$

$$M\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{mp} + \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_{mp,1} + \vec{P}_{mp,2} = \vec{0} \text{ (цилиндр)} \quad (2)$$

Браконируем (1.2): центр масс ~~каждого~~ цилиндра расположен в его центре.

Для цилиндра ~~вероятно~~ центр тяжести ~~каждого~~ цилиндра имеет такое ускорение, что ~~мы~~ как будто бы к нему ~~были~~

Для ~~каждого~~ цилиндра момент инерции равен  $I = 2mR^2$

Поскольку ~~каждый~~ единственная сила, действующая на цилиндр, ~~не~~ <sup>инерционная</sup> ~~равна~~ <sup>которой</sup> не равно 0, — это  $\vec{F}_{mp,2}$ ; её момент силы  $M_{mp,2} = F_{mp,2} R = I \omega'$

$\Rightarrow$  (так как  $v_{top} = v_{цент}$  у цилиндра, то  $\omega' = \frac{v_{цент}}{R} = \frac{a_2}{R} \Rightarrow F_{mp,2} R = 2mR^2 \frac{a_2}{R} \Rightarrow F_{mp,2} = 2ma_2$ )

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$\vec{P}_1 = m \cdot \vec{a}_1$~~   ~~$\vec{P}_2 = m \cdot \vec{a}_2$~~   ~~$F_{\text{тр.1}} = P_{\text{тр.1}}$~~   ~~$F_{\text{тр.2}} = P_{\text{тр.2}}$~~

(1) в проекциях на ось  $O_1 X_1$ :  $mg \sin(\alpha_1) - F_{\text{тр.1}} = m a_1$   
 $\Leftrightarrow F_{\text{тр.1}} = m(g \sin(\alpha_1) - a_1) = m(g \cdot \frac{3}{5} - \frac{5g}{13}) =$   
 $= mg \left( \frac{39 - 30}{65} \right) = \frac{9}{65} mg$  (ответ на пункт 1)

(2) в проекциях на ось  $O_1 Y_1$ :  $-mg \cos(\alpha_1) + N_1 = 0$   
 $\Leftrightarrow N_1 = mg \cdot \frac{4}{5} = \frac{4mg}{5}$

(3) в проекциях на ось  $O_2 X_2$ :  $-P_{\text{тр.1}} \cos(\alpha_1) + P_1 \sin(\alpha_1) - P_2 \sin(\alpha_2) + P_{\text{тр.2}} \cos(\alpha_2) + F_{\text{тр.х}} = 0$

По II закону Ньютона:

$$\begin{cases} \vec{P}_1 = -\vec{N}_1 \Rightarrow (\text{в проекциях на } O_1 Y_1) P_1 = N_1 \\ \vec{P}_{\text{тр.1}} = -\vec{F}_{\text{тр.1}} \Rightarrow (\text{в проекциях на } O_1 X_1) P_{\text{тр.1}} = F_{\text{тр.1}} \\ \vec{P}_2 = -\vec{N}_2 \Rightarrow (\text{в проекциях на } O_2 Y_2) P_2 = N_2 \\ \vec{P}_{\text{тр.2}} = -\vec{F}_{\text{тр.2}} \Rightarrow (\text{в проекциях на } O_2 X_2) P_{\text{тр.2}} = F_{\text{тр.2}} \end{cases}$$

Значит:  $-F_{\text{тр.1}} \cdot \frac{4}{5} + N_1 \cdot \frac{3}{5} - N_2 \cdot \frac{5}{13} + P_{\text{тр.2}} \cdot \frac{12}{13} + F_{\text{тр.х}} = 0$   
 $\Leftrightarrow F_{\text{тр.х}} = (3.1)$

~~Так как рассматриваем 0 цилиндров; пусть в какой-то момент он имеет скорость v. Рассмотрим время dt (малое время). За это время:~~

~~он переместится на расстояние v dt. За это время:~~



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) ~~Непостоянная сила трения  $\vec{F}_{\text{тр},2}$  совершает работу  $A = -F_{\text{тр},2} \cdot v dt$ ,~~

2) ~~Центр тяжести цилиндра опускается на  $v dt \cdot \sin(\alpha_2) \Rightarrow \Delta E_n = -2mg v \sin(\alpha_2) dt$ ;~~

3) ~~Скорость центра масс увеличилась на  $dv \Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  вращательная скорость цилиндра тоже увеличилась на  $dv$  (так как  $v_{\text{вр.}} = v_{\text{осм.}}$  у цилиндра)~~

~~$\Rightarrow \Delta E_{\text{к.осм.}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} m \cdot (v+dv)^2 =$   
 $= -m v^2 + (m v^2 + 2m v dv + m (dv)^2) \approx 2m v dv$  и~~

~~$\Delta E_{\text{к.вр.}} = \frac{I \omega_1^2}{2} - \frac{I \omega_0^2}{2} = \frac{1}{2} m \cdot R^2 \left( \left( \frac{v+dv}{R} \right)^2 - \left( \frac{v}{R} \right)^2 \right) \approx 2m v dv$~~

~~По ЗСЭ:  $\Delta E_{\text{к.осм.}} + \Delta E_{\text{к.вр.}} + \Delta E_n = A \Leftrightarrow 4m v dv -$   
 $- 2mg \sin(\alpha_2) dt = -F_{\text{тр},2} dt \Leftrightarrow F_{\text{тр},2} = 2mg \sin(\alpha_2) -$   
 $- 4m a_2 = 2m \left( g \cdot \frac{5}{13} - \frac{1}{2} \cdot \frac{g}{R_2} \right) =$~~

Для цилиндра тоже применим II закон Коттона:  
мы найдем



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

## Задача 2

Проанализируем график  $\frac{p}{p_0} \left( \frac{V}{V_0} \right)$  из условия:

I) ~~процесс~~ I) процесс  $1 \rightarrow 2$ .

Данный процесс - часть прямой  $y = k_1 x + b_1$ .  $\frac{p}{p_0} = k_1 \frac{V}{V_0} + b_1$ .

Зная координаты состояний 1 и 2, получаем:

$$\begin{cases} 8 = 8k_1 + b_1, & (\text{состояние 1}) \\ 5 = 14k_1 + b_1, & (\text{состояние 2}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = -\frac{1}{2} \\ b_1 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow k_1 = -0,5 \Rightarrow b_1 = 8 - 8 \cdot (-0,5) = 12.$$

Итак, в процессе  $1 \rightarrow 2$ :  $\frac{p}{p_0} = -\frac{V}{2V_0} + 12$ , при этом  $\frac{V}{V_0} \in [8; 14]$  и  $\frac{V}{V_0}$  возрастает.

II) процесс  $2 \rightarrow 3$ .

Данный процесс является изохорным (так как в нем  $\frac{V}{V_0} = 14 = \text{const} \Leftrightarrow V = 14V_0 = \text{const}$ ), при этом  $\frac{p}{p_0} \in [2; 5]$

и  $\frac{p}{p_0}$  убывает.

III) процесс  $3 \rightarrow 1$

Данный процесс - часть прямой  $\frac{p}{p_0} = k_3 \frac{V}{V_0} + b_3$ . Зная

координаты состояний 3 и 1, получаем:

$$\begin{cases} 2 = 14k_3 + b_3 \\ 8 = 8k_3 + b_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_3 = -1 \\ b_3 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow k_3 = -1 \Rightarrow b_3 = 2 - 14 \cdot (-1) = 16.$$

Итак, в процессе  $3 \rightarrow 1$ :  $\frac{p}{p_0} = -\frac{V}{V_0} + 16$ , при этом  $\frac{V}{V_0} \in [8; 14]$  и  $\frac{V}{V_0}$  убывает.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

2 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $T_1, T_2$  и  $T_3$  — температуры газа в состояниях 1, 2 и 3 соответственно;  $\nu$  — количество этого газа.

По закону Менделеева — Клапейрона:

$$\begin{cases} 8p_0 \cdot 8V_0 = \nu RT_1 \text{ (состояние 1)} \Leftrightarrow T_1 = \frac{64p_0V_0}{\nu R} \\ 5p_0 \cdot 14V_0 = \nu RT_2 \text{ (состояние 2)} \Leftrightarrow T_2 = \frac{70p_0V_0}{\nu R} \\ 2p_0 \cdot 14V_0 = \nu RT_3 \text{ (состояние 3)} \Leftrightarrow T_3 = \frac{28p_0V_0}{\nu R} \end{cases}$$

В процессе  $1 \rightarrow 2$  выберем точку  $(\frac{p_4}{p_0}; \frac{V_4}{V_0})$ .

Во-первых,  $\frac{p_4}{p_0} = -\frac{V_4}{2V_0} + 12$ . Во-вторых,  $\frac{V_4}{V_0} \in [8; 14]$ .

В-третьих, по закону Менделеева — Клапейрона:

$$p_4 V_4 = \nu RT_4 \text{ (состояние 4 в процессе } 1 \rightarrow 2) \Leftrightarrow T_4 = \frac{p_4 V_4}{\nu R} = \frac{p_0 \left(-\frac{V_4}{2V_0} + 12\right) \cdot V_4}{\nu R} = \frac{p_0}{2\nu R V_0} (-V_4^2 + 24V_4V_0)$$

Если возьмем производную от  $T_4$  по  $V_4$ , то получим:

$$T_4' = \frac{p_0}{2\nu R V_0} (-2V_4 + 24V_0) = -\frac{p_0}{\nu R V_0} (V_4 - 12V_0)$$

Как видим, ~~максимальная~~ температура в процессе  $1 \rightarrow 2$  равна

$$T_4(12V_0) = \frac{p_0}{2\nu R V_0} \left(-144V_0^2 + 288V_0^2\right) = \frac{72p_0V_0}{\nu R} = T_{\max, 1 \rightarrow 2}$$

Таким образом,  $\frac{T_{\max, 1 \rightarrow 2}}{T_3} = \frac{72}{28} = \frac{18}{7}$  (ответ на пункт 2)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Работа газа в процессе  $1 \rightarrow 2$  равна  $A_{1 \rightarrow 2} = \int_{p_0}^{5p_0} p(V_0) \cdot dV_0 =$   
 $= \frac{8p_0 + 5p_0}{2} \cdot (14V_0 - 8V_0)$  (прямоугольная трапеция) =  
 $= 39p_0V_0.$

Работа газа в процессе  $2 \rightarrow 3$  равна  $A_{2 \rightarrow 3} = 0$ , так как в этом процессе:  $V_{2 \rightarrow 3} = \text{const}.$

Работа газа в процессе  $3 \rightarrow 1$  равна  $A_{3 \rightarrow 1} = - \int_{p_0}^{2p_0} p(V_0)_{3 \rightarrow 1} \cdot dV_0 =$   
 (так как  $V_{3 \rightarrow 1} \rightarrow$ )  $= - \frac{8p_0 + 2p_0}{2} \cdot (14V_0 - 8V_0)$  (прямо-  
 угольная трапеция)  $= -30p_0V_0.$

Таким образом, работа газа за цикл равна  $A =$   
 $= A_{1 \rightarrow 2} + A_{2 \rightarrow 3} + A_{3 \rightarrow 1} = 9p_0V_0.$

Далее проверим, всегда ли в процессе  $1 \rightarrow 2$  подводится тепло. ~~Да, так как~~ При  $V_1 \in [8V_0; 12V_0]:$

$T_1 \uparrow \Rightarrow U_{1 \rightarrow 2} \uparrow$  При этом совершается положительная работа (так как  $V_{1 \rightarrow 2} \uparrow$ )  $\rightarrow$  тепло только подводится,

но (по I началу термодинамики:  $Q = A_T + \Delta U$ ).

Пусть теперь  $V_1 \in [12V_0; 14V_0]$ . Тогда количество теплоты, подведённое между  $12V_0$  и  $V_1$  равно  $Q_1 = A_1 + \Delta U_1 =$  (где

одностороннего газа:  $i=3$ ); ~~но~~ если для  $V_1 = 12V_0$ , то





1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p_0 = -\frac{12V_0^6}{2V_0} + 12\frac{V_0^6}{V_0} = 6 \Leftrightarrow p_1 = 6p_0 \text{ (ок)}$$

$$\cdot (V_4 - 12V_0) \text{ (уравновешивающая температура)} + \frac{3}{2} \nu R (T_4 -$$

$$- \frac{72p_0 V_0}{\nu R}) = \frac{p_0}{2} \cdot (18 - \frac{V_4}{2V_0}) \cdot (V_4 - 12V_0) - \frac{3}{2} \nu R (\frac{72p_0 V_0}{\nu R} -$$

$$- \frac{p_0}{2\nu R V_0} (-V_4^2 + 24V_4 V_0)) = \frac{p_0 V_0}{4} (36 - \frac{V_4}{V_0}) (\frac{V_4}{V_0} - 12) - \frac{3}{2} (72p_0 V_0 -$$

$$- \frac{p_0}{2V_0} (-V_4^2 + 24V_4 V_0)) = -108p_0 V_0 - \frac{p_0 V_0}{4} \cdot (\frac{V_4}{V_0})^2 + 12p_0 V_0 \cdot \frac{V_4}{V_0} -$$

$$- 108p_0 V_0 - \frac{3p_0 V_0}{4} \cdot (\frac{V_4}{V_0})^2 + 18p_0 V_0 \cdot (\frac{V_4}{V_0}) = -216p_0 V_0 -$$

$$- p_0 V_0 \cdot (\frac{V_4}{V_0})^2 + 30p_0 V_0 \cdot \frac{V_4}{V_0} = -p_0 V_0 ((\frac{V_4}{V_0})^2 - 30(\frac{V_4}{V_0}) + 216) =$$

$$= -p_0 V_0 (\frac{V_4}{V_0} - 12) (\frac{V_4}{V_0} - 18) \geq 0 \Rightarrow \text{температура}$$

Теперь проверим, всегда ли в процессе  $3 \rightarrow 1$

наводится тепло: отметим на  $3 \rightarrow 1$  точку  $(\frac{V_5}{V_0}, \frac{p_5}{p_0})$ ,

при этом  $\frac{V_5}{V_0} \in [8; 14]$ . Тогда (по 1 н.м.)  $Q_{3 \rightarrow 5} = A_{3 \rightarrow 5} +$

$$+ \Delta U_{3 \rightarrow 5} = -\frac{2p_0 + (-\frac{V_5}{V_0} + 16)p_0}{2} \cdot (14V_0 - V_5) + \frac{3}{2} \nu R (\frac{(-\frac{V_5}{V_0} + 16)p_0 V_0}{\nu R} -$$

$$- \frac{28p_0 V_0}{\nu R}) = -\frac{p_0 V_0}{2} (\frac{V_5}{V_0} - 18) (\frac{V_5}{V_0} - 14) + \frac{3p_0 V_0}{2} (\frac{V_5}{V_0})^2 +$$

$$= -\frac{p_0 V_0}{2} ((\frac{V_5}{V_0})^2 - 32(\frac{V_5}{V_0}) + 252 - 3(\frac{V_5}{V_0}) - 18) + 16(\frac{V_5}{V_0}) -$$

$$- 28) = -\frac{p_0 V_0}{2} ((\frac{V_5}{V_0})^2 - 3(\frac{V_5}{V_0}) + 252 - \frac{2}{2} (\frac{V_5}{V_0})^2 + 16(\frac{V_5}{V_0}) -$$

$$- 28) = \frac{p_0 V_0}{2} (2(\frac{V_5}{V_0})^2 + 8(\frac{V_5}{V_0}) - 210) = p_0 V_0 ((\frac{V_5}{V_0} + 2)^2 - 109)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решим пункт 1:  $\frac{|\Delta H_{122}|}{A} = \frac{\frac{3}{2} \cdot 2R \cdot |T_2 - T_1|}{3 \rho_0 V_0} = \frac{\cancel{70} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{64} \cdot \cancel{\rho_0 V_0}}{\cancel{1} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{\rho_0 V_0}} = 1$

(ответ на пункт 1)

Вернёмся к  $A_{3 \rightarrow 5}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

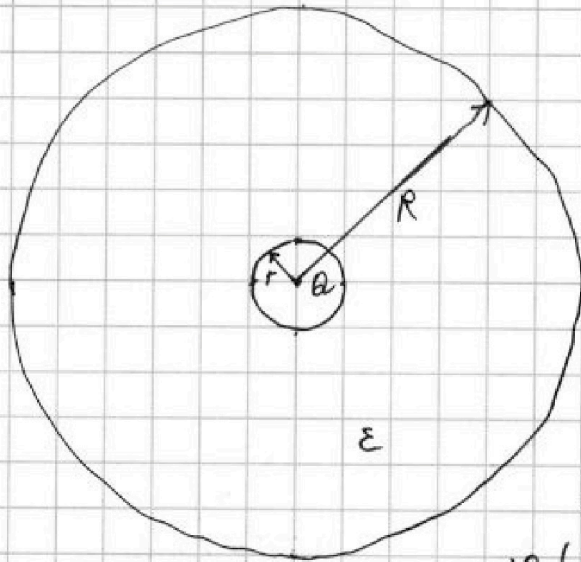
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

**Задача 3**

$\varphi_0$  вне шара  $\Rightarrow \varphi_0 \leq \frac{ka}{R}$



Затем формулу для  $\varphi$  в зависимости от  $x$ :

$$\varphi(x) = \begin{cases} \frac{ka}{x}, & \text{если } x \in (0; R] \\ \frac{ka}{\epsilon x}, & \text{если } x \in (R; R+\epsilon] \\ \frac{ka}{x}, & \text{если } x \in [R+\epsilon; +\infty) \end{cases}$$

Пусть  $r \rightarrow$  по графику  $\frac{\varphi}{\varphi_0}(x)$ :

$\varphi\left(\frac{R}{3}\right) = 5\varphi_0$  и  $\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = 4\varphi_0$ .

Если  $r \geq \frac{2R}{3}$ , то  $\varphi\left(\frac{R}{3}\right) = \frac{3ka}{R}$  и  $\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = \frac{3ka}{2R}$ , откуда  $4\varphi_0 = \frac{5\varphi_0}{2}$ , что неверно  $\Rightarrow r \leq \frac{2R}{3}$ .

Если  $r < \frac{R}{3}$ , то  $\varphi\left(\frac{R}{3}\right) = \frac{3ka}{\epsilon r}$  и  $\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = \frac{3ka}{2\epsilon r}$ , откуда  $4\varphi_0 = \frac{5\varphi_0}{2}$ , что неверно  $\Rightarrow r \geq \frac{R}{3}$ .

Итак,  $r \in \left[\frac{R}{3}; \frac{2R}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} \varphi\left(\frac{R}{3}\right) = \frac{3ka}{R} \\ \varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = \frac{3ka}{2\epsilon r} \end{cases} \Rightarrow 2\epsilon = \frac{\varphi\left(\frac{R}{3}\right)}{\varphi\left(\frac{2R}{3}\right)} = \frac{5R}{4r}$

По графику  $r = \frac{R}{6}$  (ответ на пункт 2)

Если ориентироваться по графику, то  $\varphi\left(\frac{5R}{6}\right) = \frac{6ka}{5\epsilon r}$ .

Итак  $\varphi\left(\frac{5R}{6}\right) = \begin{cases} \frac{6ka}{5\epsilon r}, & r < \frac{5R}{6} \\ \frac{6ka}{5R}, & r \geq \frac{5R}{6} \end{cases}$

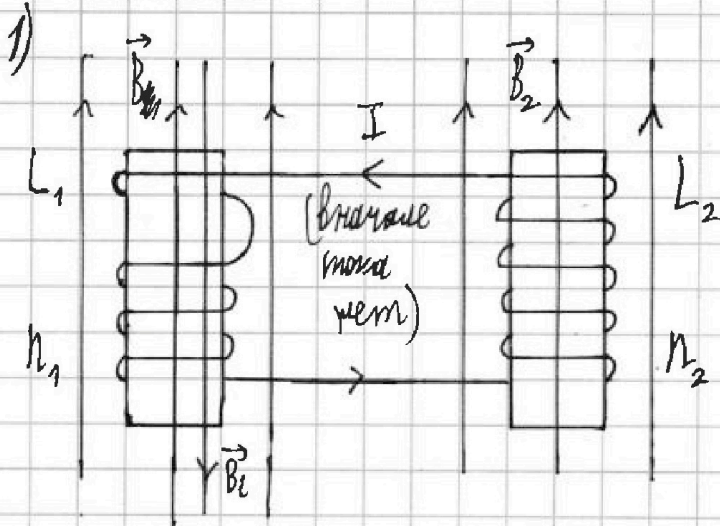


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 4



$B \nearrow \Rightarrow$  (по правилу Ленца) возникает  $\vec{B}_i$ , препятствующий возрастанию  $B$  магнитного потока через первую катушку

(так как  $\Phi_1 = B S n_1$ , а  $B \nearrow$ ), то есть  $\vec{B}_i \downarrow \vec{B}$ . По правилу буравчика: ток потечёт, как на рис. выше.

По закону ЭДВ:  $\mathcal{E}_i = -\dot{\Phi}' = -S n_1 \dot{B}'$  (напомним, что  $B' = \frac{\Delta B}{\Delta t}$  при  $\Delta t \rightarrow 0$ ). Также

$|\mathcal{E}_i| = (L_1 + L_2) I'$  (берём ЭДС индукции по модулю, так как известно, что ток будет возрастать из-за наличия  $B$  и увеличится  $\mathcal{E}_i$ ).

Тогда выражением,  $I' (= |I'|$  в нашем случае)  $= \frac{S n_1}{L_1 + L_2} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} =$

~~$\frac{d n S}{L_1 + L_2}$~~  (ответ на пункт 1)  $= \frac{d \cdot n \cdot S}{L_1 + L_2} =$

2) Пусть за малое время 2) Заметим, что в первом случае



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Будем считать силу тока положительной, если он течёт против часовой стрелки (как  $I_1$  в пункте 1). Тогда во-первых, если бы  $V_1 \downarrow$ , то (аналогично)  $I_1 \downarrow$  бы. ~~(то есть возможно, <sup>просто</sup> бы направление по  $\delta$  во-вторых, если бы  $V_2 \uparrow$ , то (аналогично)  $I_1 \downarrow$  бы. В-третьих, если бы  $V_2 \downarrow$ , то (аналогично)  $I_1 \uparrow$  бы.~~ \* Обратим: 1)  $\frac{dI_1}{dt} \propto \frac{78nS}{51L}$

В нашей силе ток пункт 2:  $V_1 \downarrow$  и  $V_2 \downarrow$  (не меняя направления)  $\Rightarrow$  ~~увеличение  $I_1$~~  ~~уменьшение  $I_1$~~  ~~увеличение  $I_1$~~  ~~уменьшение  $I_1$~~  ~~увеличение  $I_1$~~  ~~уменьшение  $I_1$~~

увеличение  $I_1$   $\Rightarrow$  из-за  $V_1 \downarrow$   $\Rightarrow$  уменьшение  $V_1$  уменьшит ток  $I_1$ .  
уменьшение  $V_2$  увеличит ток  $I_1$ .

Пусть за малое время  $dt \rightarrow 0$   $V_1$  ~~увеличилась~~  $V_1$  ~~уменьшилась~~ на  $dV_1^{<0}$   $\Rightarrow$  (аналогично пункту 1)  
 $\Rightarrow I_1$  ~~увеличилась~~ на  $\frac{n_1 S}{L_1 + L_2} dV_1 = dI_1^{<0}$  аналогично  
при ~~уменьшении~~ увеличении  $V_2$  на  $dV_2 < 0$ ;  $I_1$  ~~увеличивается~~ на  $-\frac{n_2 S}{L_1 + L_2} dV_2 = dI_1 > 0$ . Таким образом,  $I_k =$

$$= \int_{B_0}^{B_0/3} \frac{n_1 S}{L_1 + L_2} dB - \int_{3B_0/4}^{3B_0} \frac{n_2 S}{L_1 + L_2} dB_2 = \frac{S}{L_1 + L_2} \left( n_1 \left( \frac{B_0}{3} - B_0 \right) - n_2 \left( \frac{3B_0}{4} - 3B_0 \right) \right) =$$

$$= \frac{S}{17L} \left( n \cdot \left( -\frac{2B_0}{3} \right) - 4n \cdot \left( -\frac{3B_0}{4} \right) \right) = \frac{7nB_0 S}{17L} \left( -\frac{2}{3} + 3 \right) = \frac{7nB_0 S}{51L} \quad (\Rightarrow \text{против часовой стрелки}) *$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

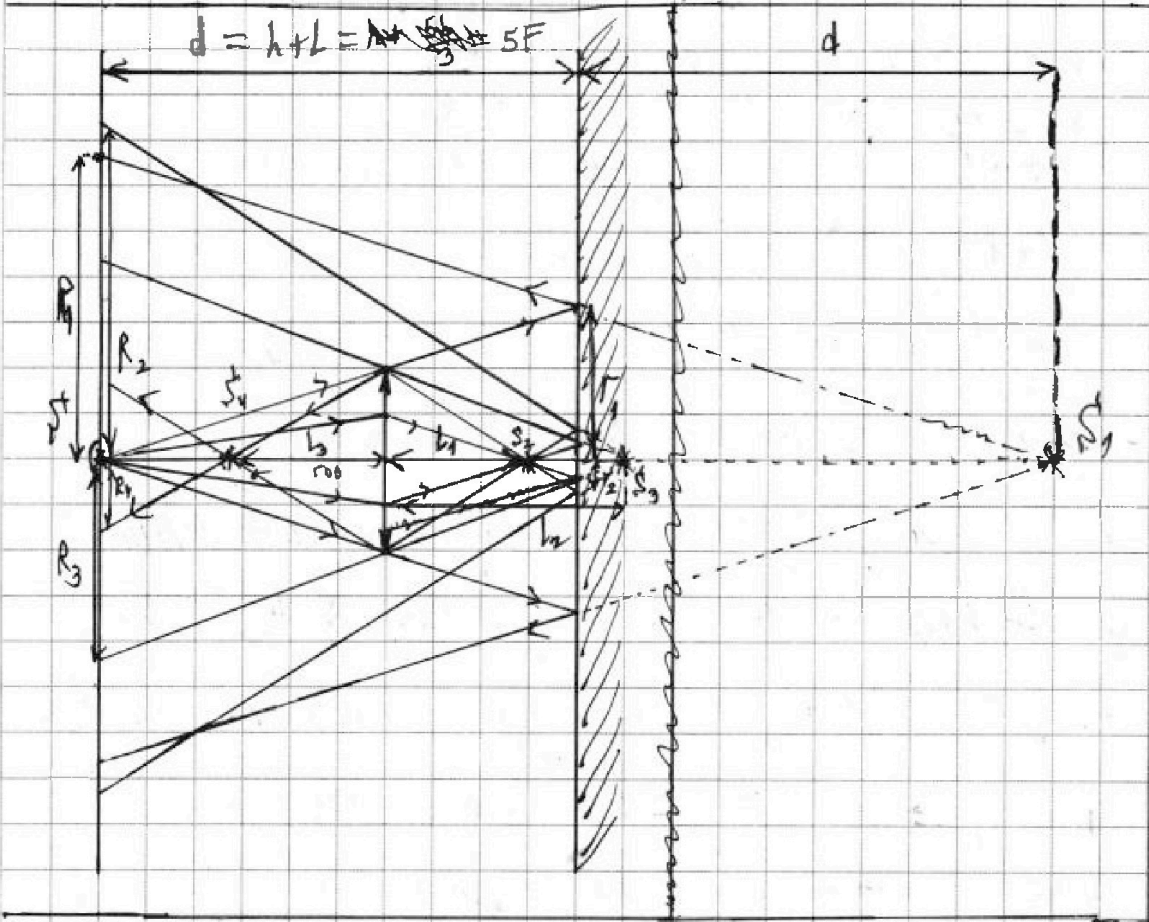
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

**Задача 5**

Из условия:  $h = 3F$  и  $L = 2F$



лучи, исходящие из лампы, от которых облучены  
линзы на пути к зеркалу, дошли до зеркала,  
отразились от него и <sup>сфокусировались</sup> попали на стену (очевидно,  
света не пройдет через линзу). <sup>т</sup>Каждый луч образует  
изображение  $S_1$  в зеркале. Таким образом, мы  
понимаем, что описанные выше лучи не освещают



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~часть стены в виде  
только круга радиусом  $R_1 = 2r$  (так как изображение  
и источник равноудалены от зеркала, а также  
из подобия  $\Delta - b$ ), а также~~

~~у стены <sup>зеркало</sup> только круг радиусом  $r_1 = r \cdot \frac{h+b}{h}$  (из  
подобия  $\Delta - b$ ) =  $r \cdot \frac{5}{3}$ , а у стены только круг  
радиусом  $R_1 = 2r_1 = \frac{10r}{3}$  (так как изображение и  
источник равноудалены от зеркала).~~

Далее теперь рассмотрим лучи, прошедшие  
через линзу по пути к зеркалу. Так как  
 $d > F$ , то  $h > F$ , то по формуле тонкой линзы:

$\frac{1}{F} = \frac{1}{h} + \frac{1}{l_1} \Leftrightarrow l_1 = \frac{3F}{2} < b \Rightarrow$  такие лучи светят  
на зеркале ~~также~~ круг радиусом  $r_2 = r \cdot \frac{b-l_1}{b}$  (из

подобия  $\Delta - b$ ) =  $\frac{r}{3} \Rightarrow S_{н.з.} = \pi r_1^2 - \pi r_2^2 = \pi \left( \frac{25r^2}{9} - \frac{r^2}{9} \right) = \frac{8\pi r^2}{3} = \left[ \frac{200}{3} \pi \cdot \text{см}^2 \right]$  (ответ на пункт 1)

Все отраженные от зеркала описанные выше  
лучи могут пройти через линзу, а могут и обогнуть  
её. Заметим, что обе <sup>такие</sup> подгруппы лучей образуют  
изображение  $S_2$  (действительное), а оно, в свою очередь,



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$S_3$  в зеркале (мнимое). Таким образом, расстояние между  $S_3$  и линзой равно  $l_2 = l_1 + 2(l - l_1) = 2l - l_1 = \frac{5F}{2} > F$ . Таким образом, лучи,

прошедшие через линзу в первый раз, но не прошедшие через второй, равно  $F$ -образуются на стене

кольцо, ограниченное окружностями радиусами  $R_1 = r \cdot \frac{l_2 + h}{l_2} = r \cdot \frac{11}{5}$  и  $R_2 = r_2 \cdot \frac{h + l_2}{l_2 - l} = \frac{r}{3} \cdot \frac{11}{1} = \frac{11r}{3}$ . Теперь посмотрим на лучи,

прошедшие через линзу оба раза. Они образуют

$S_4$  (действительное). По формуле тонкой линзы:  $\frac{1}{F} = \frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3} \Leftrightarrow l_3 = \frac{1}{\frac{1}{F} - \frac{2}{5F}} = \frac{5F}{3} < h$ . Значит такие лучи освещают на стене круг радиусом

$R_4 = l_3 \cdot \frac{h - l_3}{l_3} = \frac{4r}{5}$  на стене.

Заметим, что  $R_4 < R_3 < R_1 < R_2 \Rightarrow$  не освещается

кольцо, ограниченное окружностями радиусами  $R_4$  и  $R_3 \Rightarrow$

$$\Rightarrow S_{\text{осв.}} = \pi(R_3^2 - R_4^2) = \pi \left( \frac{121r^2}{9} - \frac{16r^2}{25} \right) = \pi r^2 \left( \frac{55^2}{9} - 16 \right) = \frac{2881}{9} \pi r^2 = \frac{2881}{9} \pi \cdot 5 \text{ см}^2 = \frac{2881}{9} \pi \cdot 5 \text{ см}^2$$

Ответ: 1)  $\frac{200}{3} \pi \cdot \text{см}^2$ , 2)  $\frac{2881}{9} \pi \cdot \text{см}^2$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow S_{\text{к.с.}} = \pi(R_3^2 - R_4^2) = \pi r^2 \left( \frac{121}{25} - \frac{16}{25} \right) = \pi r^2 \cdot \frac{105}{25} =$$
$$= \boxed{105\pi \cdot \text{см}^2} \text{ (ответ на пункт 2)}$$

Ответ: 1)  $\frac{200}{3}\pi \cdot \text{см}^2$ ; 2)  $105\pi \cdot \text{см}^2$

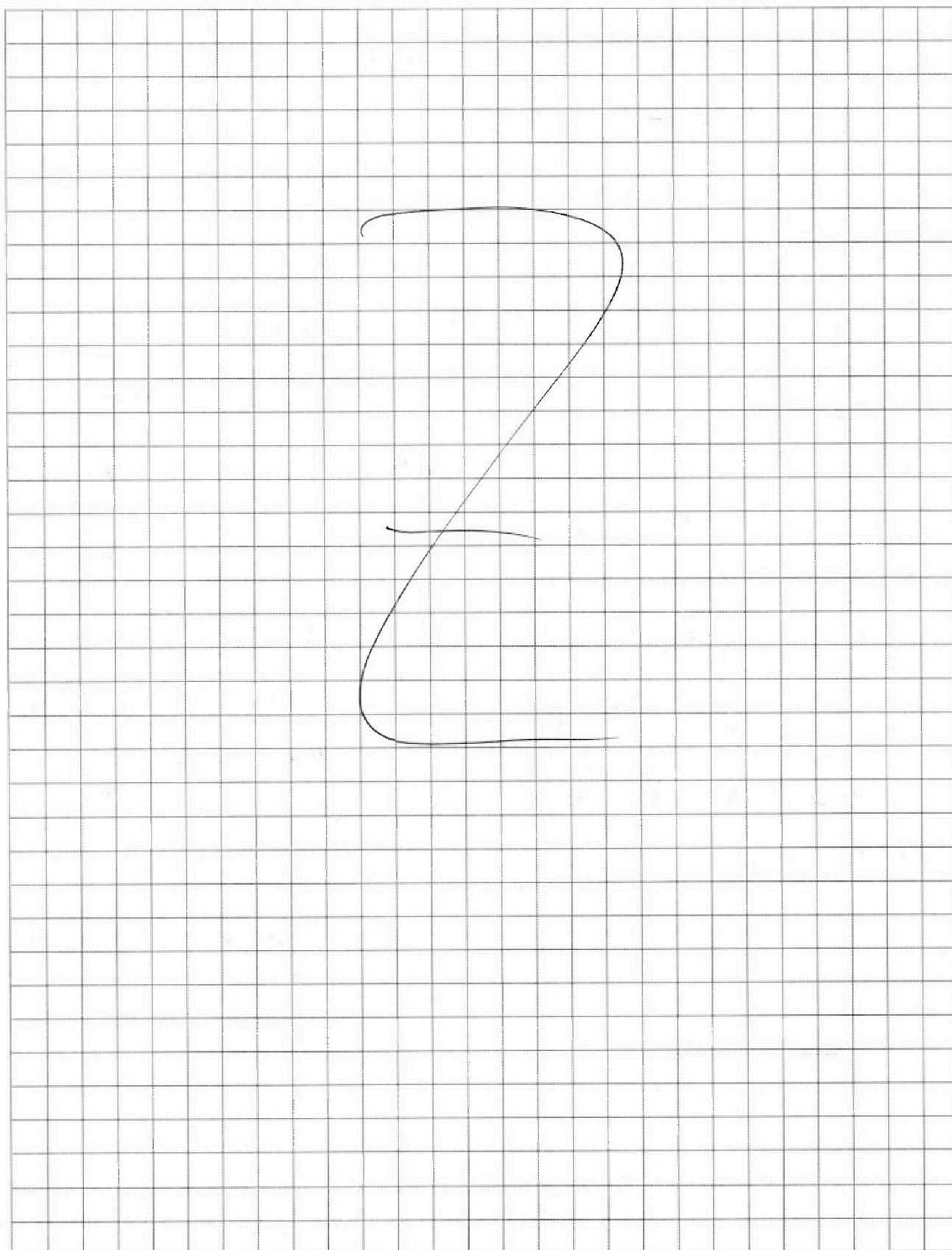


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

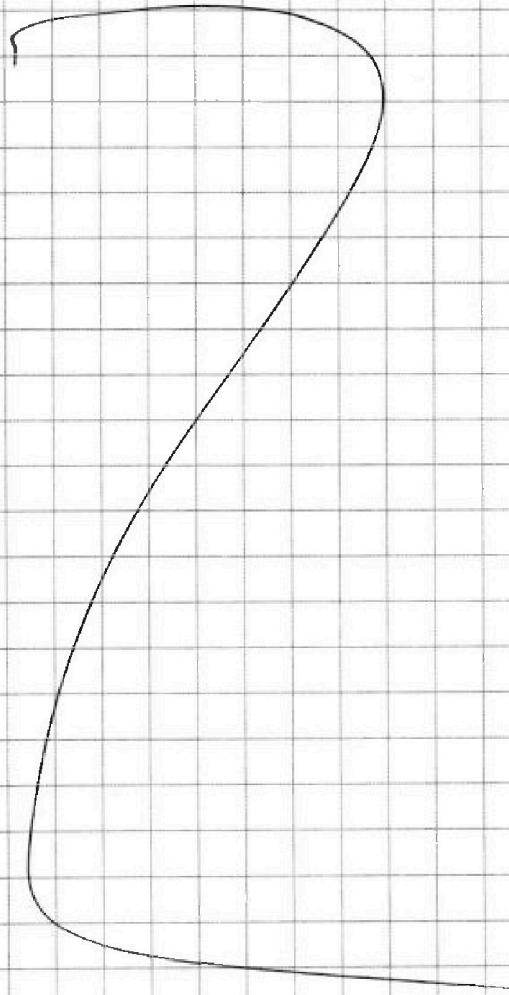
5

6

7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



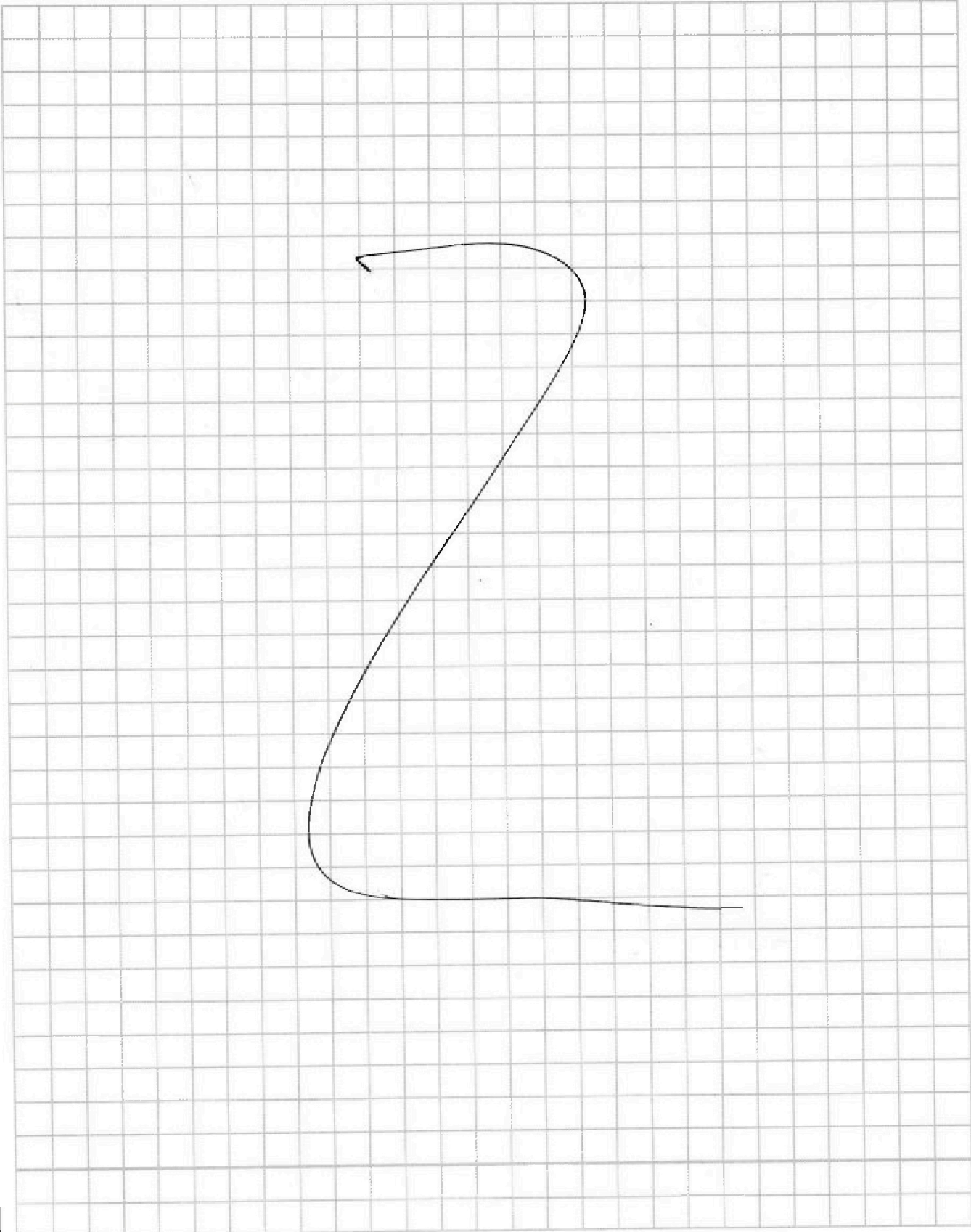


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

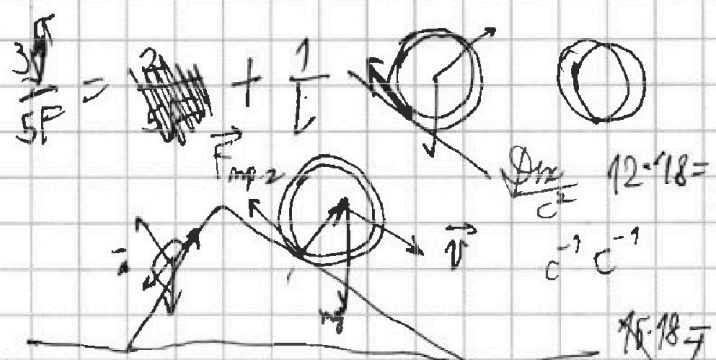


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$$I = 2mR^2$$

$$\frac{I\omega^2}{2} = 8.36 = \frac{25.18}{2}$$

$$F_{mp,2} R = \frac{I\omega^2}{2m}$$

$$F_{mp,2} = m a$$

$$M = I\omega$$

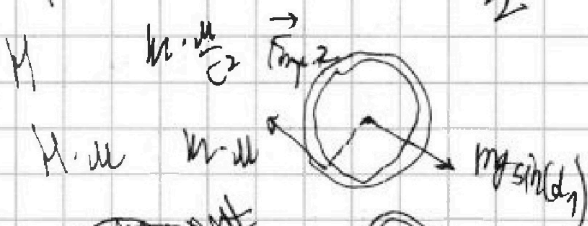
$$a = \frac{F_{mp,2}}{2m}$$

$$F_{mp,2} R = 2m \cdot R^2 \cdot \frac{a}{R}$$

$$F = m a$$

$$FR = mR \cdot a$$

$$\frac{k \cdot \omega^2 \cdot c^{-2}}{2}$$



$$2mg \sin(\alpha) = -F_{mp,2}$$

$$4m \sin(\alpha) = -F_{mp,2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

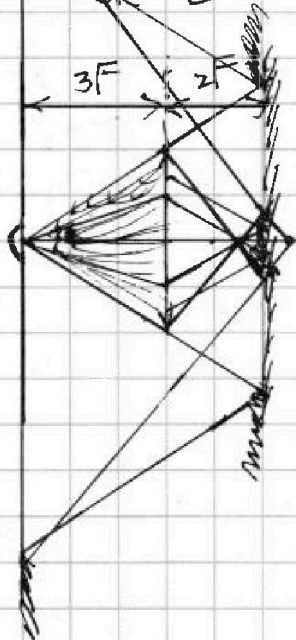
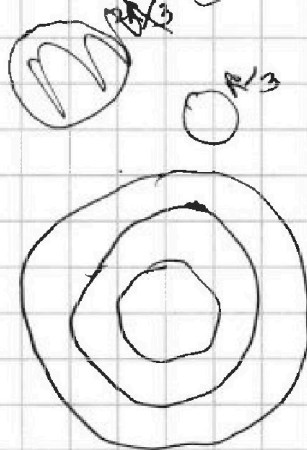
$$\varphi_0 \leq \frac{k\alpha}{R}$$

$$\left\{ \begin{aligned} 5\varphi_0 &= \frac{3kR}{R} \\ 5\varphi_0 &= \frac{3k\alpha}{ER} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \varphi_0 &= \frac{3k\alpha}{5R} \\ \varphi_0 &= \frac{3k\alpha}{5ER} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} 4\varphi_0 &= \frac{3k\alpha}{2R} \\ 4\varphi_0 &= \frac{3k\alpha}{2ER} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \varphi_0 &= \frac{3k\alpha}{8R} \\ \varphi_0 &= \frac{3k\alpha}{8ER} \end{aligned} \right.$$



$$\frac{R^2}{3F} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{3F}{2}$$