



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$, двенадцатый член равен $2 - x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x + 6} - \sqrt{3 - x - 2z} + 7 = 2\sqrt{y - 3x - x^2 + z}, \\ |y + 2| + 2|y - 18| = \sqrt{400 - z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p + 4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача n=1

Исторь (b_n) - π сэмил π сэмил. π сэмил.

$$b_{10} = \sqrt{(25x+34)/(3x+2)} \quad x = ?$$

$$b_{12} = 2 - x$$

$$b_{10} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$b_{13} = b_{10} \cdot q^3, \text{ где } q - \text{знаменатель}$$

$$\begin{cases} x \leq -\frac{2}{3} \\ x \leq 2 \end{cases} \rightarrow 0.83$$

проверим

$$\text{если } b_{12} = -\frac{54}{25} > 0 \quad b_{10} = b_{12} = 0 \text{ л. н. н.}$$

$$q^3 = \frac{b_{12}}{b_{10}} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$q^2 = \sqrt{\frac{1}{3x+2}}$$

$$b_{12} = b_{10} \cdot q^2 \text{ - или можно "канулиров" и "канулиров" на место } x.$$

$$2 - x = \sqrt{\frac{(25x+34)(3x+2)}{3x+2}} = \sqrt{25x+34}$$

$$\begin{cases} 1 - 4x + x^2 = 25x + 34 \\ x \geq 2 - x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 29x - 30 = 0 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+1)(x-30) = 0 \text{ по т. Виета} \Rightarrow x = -1 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

Проверим: $b_{10} = \sqrt{9 \cdot (-1)} = 3$ - это число не определено \Rightarrow такая x более не существует.

Вывод: такая x не существует



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $t = \frac{5}{2}$:

(9.2)

(2.2) $\sqrt{(x+6)(3-x)} = \frac{5}{2}$

$4(-x^2 - 3x + 18) = 25$

$-4x^2 - 12x + 72 - 25 = 0$

$-4x^2 - 12x + 47 = 0$

$4x^2 + 12x - 47 = 0$

$D_{4x} = 36 + 47 \cdot 4 = 36 + 188 = 224$ $14x \sqrt{224} < 15$

$x = \frac{-6 \pm \sqrt{224}}{4}$ - корни в $[-6; 3]$.

Проверка: $\sqrt{(x+6)(3-x)} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2\sqrt{(x+6)(3-x)} - x - 7 = -2$.

1-й вариант $x = \frac{-6 - \sqrt{224}}{4}$ $\sqrt{x+6} < \sqrt{3-x} \Rightarrow \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} < 0 \Rightarrow$

2-й вариант $x = \frac{-6 + \sqrt{224}}{4}$ $\sqrt{x+6} > \sqrt{3-x} \Rightarrow \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} > 0 \Rightarrow$

Поэтому $x = \frac{-6 - \sqrt{224}}{4} = \frac{-3 - \sqrt{28}}{2} \Rightarrow (*)$ не выполняется.

2) $t = 4$:

$\sqrt{-x^2 - 3x + 18} = 4$

$-x^2 - 3x + 18 = 16$

$-x^2 - 3x + 2 = 0$

$x^2 + 3x - 2 = 0$

$D = 9 + 8 = 17 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \in [-6; 3]$.

1-й вариант $x = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2}$ $2\sqrt{(x+6)(3-x)} - x - 7 = 8 - 7 = 1 > 0$

2-й вариант $x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$ $\sqrt{x+6} < \sqrt{3-x} \Rightarrow \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} < 0 \Rightarrow$

$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} > 0$ и функция $(*)$ выполняется.

Поэтому $x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$ (исполнено, это тот вариант, который мы искали).

Ответ: $(x; y; z) = \left(\frac{-3 + \sqrt{17}}{2}; 18; 0\right)$ и $\left(\frac{-3 - \sqrt{28}}{2}; 18; 0\right)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

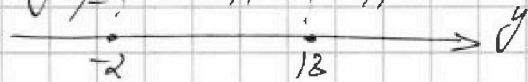
СТРАНИЦА 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} - 2z + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+2} & (1) \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} & (2) \end{cases}$$

(2):



- раскрываем модуль:

1) $y \in (-\infty; -2]$: $|y+2| = -y-2$
 $|y-18| = 18-y$

$$-y-2 + 2(18-y) = \sqrt{400-z^2}$$

Здесь замечаем, что $100 - z^2 \leq 400 \Rightarrow \sqrt{400 - z^2} \leq 20$

$-3y + 34 \leq 20$ — левая часть всегда больше правой (значение в $z=0$)
 $-3y \leq -14 \Rightarrow y \geq \frac{14}{3} > -2 \rightarrow$ на $(-\infty; -2]$ нет реш. y

2) $y \in [-2; 18]$: $|y+2| = y+2$
 $|y-18| = 18-y$

$$y+2 - 2y + 36 \leq 20 \Rightarrow -y \leq -18 \Rightarrow y \geq 18 \rightarrow \text{реш. } y = 18$$

3) $y \in [18; +\infty)$: $|y+2| = y+2$ и $|y-18| = y-18$
 $y+2 + 2(y-18) \leq 20$
 $3y \leq 54 \Rightarrow y \leq 18$ — ед. реш. $y = 18$

Значит y может быть равен только 18, иначе левая часть больше 20, а правая всегда ≤ 20 .

$y = 18$:

$|18+2| + 2|18-18| = 20 = \sqrt{400-z^2} \Rightarrow z = 0$ (см. условие)

(1): $\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{(x+6)(x-3)} = 2\sqrt{x+6} \cdot \sqrt{3-x}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{x+6}\sqrt{3-x} - 7 \quad (*)$$

$$x+6+3-x - 2\sqrt{x+6}\sqrt{3-x} = 4(x+6)(3-x) - 28\sqrt{x+6}\sqrt{3-x} + 49$$

~~$2\sqrt{x+6}\sqrt{3-x}$~~ — нулевая сумма квадратов!

пусть $t = \sqrt{x+6}\sqrt{3-x}$

Тогда: $-2t = 4t^2 - 28t + 40$

$$4t^2 - 26t + 40 = 0$$

$$2t^2 - 13t + 20 = 0$$

$$D = 169 - 20 \cdot 8 = 9 \Rightarrow t = \frac{13 \pm 3}{2} = 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3

$$p \cos 3\alpha + 6 \cos \alpha + 3(p+4) \cos \alpha + 10 = 0 \text{ или } \text{реш.}, p = ?$$

$$\begin{aligned} \cos 3\alpha &= \cos(\alpha+2\alpha) = \cos \alpha \cos 2\alpha - \sin \alpha \sin 2\alpha = \\ &= \cos \alpha (2\cos^2 \alpha - 1) - 2\sin^2 \alpha \cos \alpha = \cos \alpha (2\cos^2 \alpha - 2\sin^2 \alpha - 1) = \\ &= \cos \alpha (4\cos^2 \alpha - 3) = 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha = \\ \cos \alpha &= \frac{2\cos^2 \alpha - 1}{2\cos^2 \alpha - 1} = \frac{4t^2 - 1}{4t^2 - 1} = 1 \end{aligned}$$

$$\text{Пусть } t = \cos \alpha, t \in [-1; 1]$$

$$p(4t^3 - 3t) + 6(2t^2 - 1) + 3(p+4)t + 10 = 0$$

$$4pt^3 - 3pt + 12t^2 - 6 + (3p+12)t + 10 = 0$$

$$4pt^3 + 12t^2 + 12t + 4 = 0$$

$$4pt^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$pt^3 + (t+1)^3 - t^3 = 0$$

$$t^3(p-1) + (t+1)^3 = 0$$

$$p = \frac{(t+1)^3}{t^3} + 1 \text{ (заметьте, что } t=0 \text{ не является решением)}$$

$$p = t^3 \left(1 + \frac{1}{t}\right)^3 + 1$$

$$\text{Упр-ние } \forall p: 0 - 6 + 9 + 10 = 13$$

$$f(t) = \left(1 + \frac{1}{t}\right)^3, f'(t) = 3\left(1 + \frac{1}{t}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{t^2}\right) \Rightarrow f(t) \text{ на } (-\infty; 0) \text{ и}$$

$$\text{на } (0; +\infty)$$

Тем самым образуем, на отрезке

$[-1; 0)$ и $(0; 1]$

$f(t)$ принимает значения $[2; 3]$

$M = [-\infty; 0] \cup [8; +\infty)$, в рамках ра-

меем, что если $p \in M$, то $f(t) = p$, следовательно

$f(t) = p$, следовательно $f(t)$ диск-

рета.

$p-1 \notin [-\infty; 0] \cup [8; +\infty)$, т.е. $p \in \mathbb{R} \setminus (-\infty; 1] \cup [9; +\infty)$

$$\left(1 + \frac{1}{t}\right)^3 = p-1$$

$$1 + \frac{1}{t} = \sqrt[3]{p-1}$$

$$\frac{1}{t} = \sqrt[3]{p-1} - 1 \neq 0, \text{ следовательно } p \neq 2$$

$$t = \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} - 1}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} - 1}$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} - 1}\right) + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$$

~~$$\alpha = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} - 1}\right) + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение: $\rho \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$, для этих ρ
 $x = \pm \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{\rho-1}-1}\right) + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$
для $\rho \in (1; 3)$ $x \in \emptyset$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5

Введем следующую систему координат: проведем ее центр в центр правильного треугольника:



Тогда ~~отображен~~ знаменитый кластер будет иметь отмеченные точки с полу-целыми координатами (т.е. $\frac{250k}{2}$ и $\frac{60l}{2}$, где $k \in \mathbb{Z}$) в пределах от -250 до 250 по X и от -60 до 60 по Y .

Соответственно, отмеченная точка обозначает центр правильного треугольника.

Тогда условие задачи сводится к следующему вопросу:

Сколько существует способов выбрать 8 точек так, чтобы сумма их координат была бы по 1 координате или другой, или же она делится на 4, причем каждая координата по своей оси была бы равна нулю (или же равна нулю по обоим осям симметрично).

$$\sum_{i=1}^8 x_i = 0 \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^8 y_j = 0 \quad (2)$$

$$\forall i, j \in \{1, 2, \dots, 8\} \exists \text{ "разн." } i \neq j$$

Условие симметричности упрощает наш поиск количества решений для ~~каждой~~ упр-ции. Соблюдается по-отдельности: к примеру, для (1) это можно сделать, выбрав 4 разн. координаты в $\frac{1}{2}$ до $\frac{495}{2}$ (положительные коор.), либо симметрично 4 по абсолютному значению с минусом.

$$\forall (1): C_{495}^4$$

$$(2) \rightarrow C_{60}^4 - \text{аналогично с (1)}$$

центр симм. — выбираем 4 точки в I и II квад. и симметрично их относительно $(0,0)$ — $C_{250 \cdot 60}^4 = C_{30000}^4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №6 $a, b, c \in \mathbb{Z}$ и

$$\begin{cases} a < b \\ (b-a) \times 3 \\ (a-c)(b-c) = p^2, \text{ где } p \in \mathbb{P} \\ a^2 + b = 1000 \rightarrow b = 1000 - a^2 \end{cases}$$

$$b - a = 1000 - a^2 - a \equiv 1 - a^2 - a \pmod{3}$$

1) Если $a \equiv 0$, то $1 - a^2 - a \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow \text{не}$

2) Если $a \equiv 1$, то $1 - 1 - 1 \equiv -1 \pmod{3} \Rightarrow \text{не}$

3) Если $a \equiv 2$, то $1 - a^2 - a \equiv 1 - 1 - 2 = -1 \pmod{3} \Rightarrow \text{не}$

Поэтому b всегда делится на 3, т.е. это простое число.

В силу $a < b$: $a - c < b - c$

$$(a-c)(b-c) = p^2 \Rightarrow p \cdot p = (-p) \cdot (-p) = 1 \cdot p^2 = (-1) \cdot (-p^2) \text{ — возможно на 2 знака}$$

Эти 2 случая возможны из-за $a - c < b - c$

$$\textcircled{1} \begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = a - 1 \\ b - a + 1 = p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = a - 1 \\ b - a = p^2 - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = a - 1 \\ b - a = p^2 - 1 \end{cases}$$

— вспомним, что $(b-a) \times 3$, то если $p \neq 3$ (тогда простое), то

$$p^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3}, \text{ где } 1^2 \equiv 1 \text{ и } 2^2 \equiv 4 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = 3:$$

$$\begin{cases} c = a - 1 \\ b - a = 8 \end{cases} \rightarrow 1000 - a^2 - a = 8$$

$$a^2 + a - 992 = 0$$

$$D = 1 + 992 \cdot 4 = 3969 = 63^2 \Rightarrow a = \frac{-1 \pm 63}{2} = -32; 31$$

$$b = 8 + a = 8 - 32; 8 + 31 = -24; 39 \rightarrow a \text{ простое} < b$$

$$c = a - 1 = -33; 30$$

Итак, 2 решения: $(a; b; c) = (-32; -24; -33)$ и $(31; 39; 30)$

Теперь же рассмотрим 2-ой случай:

$$\begin{array}{r} 992 \\ \times 4 \\ \hline 3968 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{2} \begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \Rightarrow c = b+1 \\ a-b-1 = -p^2 \Rightarrow a-b = 1-p^2 \\ b-a = p^2-1 \end{cases}$$

те же самые рассуждения, $p=3$ (см. п. 1)

$$\begin{cases} a-c = -9 \\ c = b+1 \end{cases}$$

$$a-b-1 = -9 \quad a-b = -8$$

$b-a = 8$ — мы уже решали это ур.-ие. ранее в п. 1, устно в 2) у с будут другие значения.

$$c = b+1 = -23; 40$$

Еще 2 решения: $(-32; -24; -23)$ и $(31; 39; 40)$.

~~Всех~~ Только возможные случаи \Rightarrow все эти решения — единственные возможные.

Отв. $(a; b; c) = (-32; -24; -33), (31; 39; 30), (-32; -24; -23)$ и $(31; 39; 40)$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

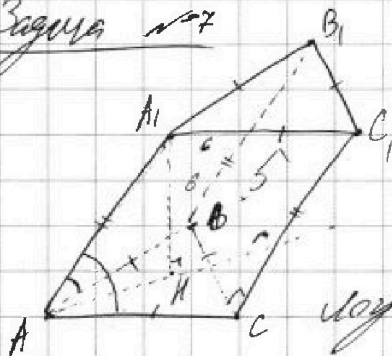


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №7



Площадь без ограничений

$$S_{AA_1CC_1} = 6 = S_{AA_1B_1B_1}, \text{ а } S_{BB_1C_1C_1} = 5.$$

Поскольку боковые ребра разностороннего пирамиды, $AA_1 = BB_1 = CC_1$.

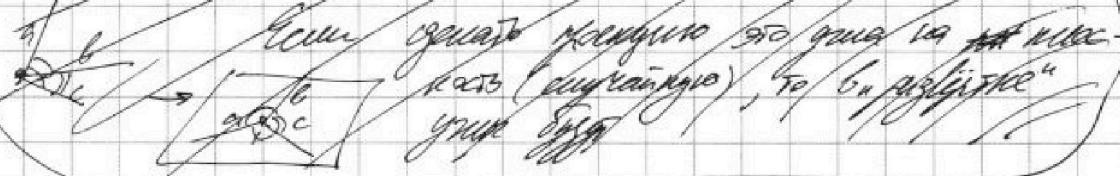
$$\text{По } S_{AA_1CC_1} = AC \cdot AA_1 \cdot \sin \angle A_1AC = S_{AA_1B_1B_1} = AB \cdot AA_1 \cdot \sin \angle A_1AB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \angle A_1AC = \sin \angle A_1AB.$$

по ΔABC по теореме синусов

Поскольку $\angle A_1AC = \angle A_1AB$, а все $130^\circ - \angle A_1AB$:

Площадь сечения AA_1CC_1 равна площади $AA_1B_1B_1$.



1) Если $\angle A_1AC = \angle A_1AB$:

Тогда получим, что AA_1 — биссектриса $\angle A$ в ΔABC .

То есть m , где m — медиана из вершины A в ΔABC . Высота (также медиана и биссектриса), следовательно $\angle C_1CB = 90^\circ$.

Из этого следует, что $\angle C_1CB = 90^\circ$ (так как AA_1 — медиана и биссектриса).

Из этого следует, что $\angle C_1CB = 90^\circ$ (так как AA_1 — медиана и биссектриса).

$$\Rightarrow S_{BB_1C_1C_1} = 5 = BC \cdot CC_1$$

$S_{ABC} = 4$ по условию, а по формуле $S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC \cdot \sin \angle C$.

$$4 = \frac{BC^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow BC = \frac{4}{\sqrt{3}} = AC = AB.$$

$$CC_1 = \frac{5 \sqrt{3}}{4} = AA_1 = BB_1.$$

$$S_{AA_1CC_1} = AA_1 \cdot AC \cdot \sin \angle A_1AC = 6, \text{ т.е. } \frac{5 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \sin \angle A_1AC = 6 \Rightarrow \sin \angle A_1AC = \frac{6}{5}$$

Поскольку $\angle A_1AC = 130^\circ - \angle A_1AB$:

$\sin \angle A_1AC = \frac{6}{5}$ (невозможно)

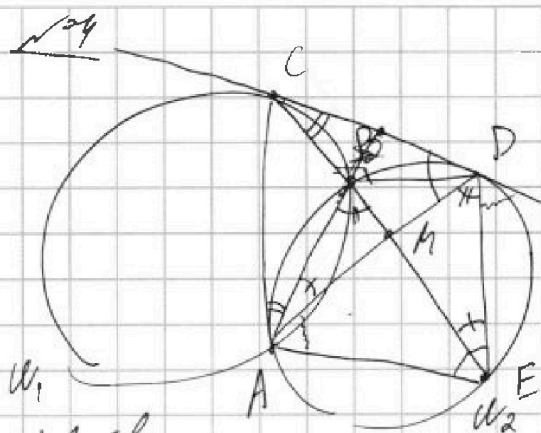
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$ED = DC = ?$$

$$CM : ME = 7 : 20$$

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$BM \cdot ME = AM \cdot MD$$

~~САСА~~
~~САРМА~~
~~CM \cdot AM = MB~~

$$(a|b|c) = ?$$

$$b = 1000 - a^2$$

$$a < 1000 - a^2$$

$$a^2 + a - 1000 < 0$$

$$D = 1 + 4000 = 4001$$

$$a \equiv 1 \pmod{2}$$

$$a \equiv 0 \pmod{2}$$

$$a = 2$$

$$a < b$$

$$(b-a) \neq \sqrt{3}$$

$$(a-c)(b-c) = p^2, p \in \mathbb{R}$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$(1000 - a - a^2) \neq \sqrt{3}$$

$$1 - 2 - 1 = -2$$

$$1 - 2 - 1 = -2$$

$$(a-c)(1000 - a^2 - c) = p^2$$

$$a - c < b - c$$

$$\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 1 + c \\ 1000 - a^2 - c = p^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} p^2 &= p \cdot p = (-b) \cdot (-p) \\ &= 1 \cdot p = (p) \cdot (-1) \end{aligned}$$

$$1000 - 1 - 2c + c^2 - c = p^2$$

$$c^2 - 3c + 999 = p^2$$

$$c^2 - 3c + 999 = p^2$$

$$500 \times 120$$

условия:

$$\begin{array}{r} 63 \\ \sqrt{63} \\ 378 \\ \hline 3969 \end{array}$$

$c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4 \quad c_5$

$$c_3 = c_1 \cdot c_5 = \frac{252 + 34}{3n + 2}$$

$$c_1 \cdot c_2 = c_3 \Rightarrow$$

$$1000 - a^2 - a = 0$$

$$a^2 + a - 1000 = 0$$

$$D = 1 + 4000 = 4001$$

$$60^2 = 3600$$

$$63^2 =$$

$$b_1 = c_1$$

$$b_2 = c_2^2$$

$$b_2 = b_1 \cdot c_2^2 = c_1 \cdot c_2^2 = c_2$$

$$c_2 > 0$$

$$b_3 = c_4$$

$$c_3 = \frac{c_3}{c_1} = \frac{252 + 34}{3n + 2}$$

$$= \frac{252 + 34}{3n + 2} = \frac{1}{3n + 2}$$

$$= \frac{1}{3n + 2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
из

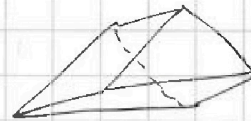
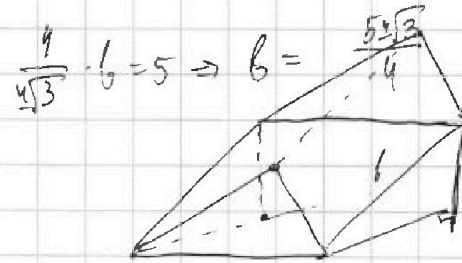
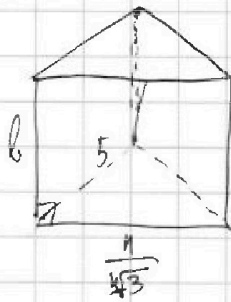
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$V = S_{\Delta} \cdot h = 4h$, $h = ?$

$S_{ABC_1C} = 6 = AM_1 \cdot AC \cdot \sin \alpha$

$\frac{4}{\sqrt{3}} \cdot b = 5 \Rightarrow b = \frac{5\sqrt{3}}{4}$

$a = \frac{4}{\sqrt{3}}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$① y + 2 + 2y + 3b \leq 20$$

$$3y \leq 54$$

$$y \leq \frac{54}{3} = 12$$

$$y = 12 - \text{огр. реш.}$$

$$2 \cdot 12 = 4 \cdot 20$$

$$20 = \sqrt{100 - z^2} \Rightarrow z = 0$$

$$12 - 3x - x^2$$

$$D = 9 + 4 \cdot 12 = 9 + 48 = 57$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{-2} = \frac{3 \pm 7.55}{-2}$$

$$x + 6 + 19 + 14\sqrt{x+6} = 3 - x + 4(x+6)(3-x) + 4\sqrt{x+6}(3-x)$$

$$\sqrt{x+6}(14 - 4(3-x)) =$$

$$x \in [-6; 3]$$

$$a - b + 7 = 2ab$$

$$\sqrt{a+b} \leq 3$$

$$12 - 3x - x^2$$

$$x_{\max} = -\frac{3}{2} \Rightarrow -\frac{3}{2}$$

$$12 + 3 \cdot \frac{3}{2} - \frac{9}{4} = 12 + \frac{9}{2} - \frac{9}{4} =$$

$$12 + \frac{9}{4} = \frac{12 \cdot 4 + 9}{4} = \frac{57}{4}$$

$$\max(\sqrt{12 - 3x - x^2}) = \frac{\sqrt{57}}{2}$$

$$(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x})^2 = (2\sqrt{x+6}\sqrt{3-x} - 7)^2$$

$$x+6+3-x - 2\sqrt{x+6}\sqrt{3-x} = 4(x+6)(3-x) - 28\sqrt{x+6}\sqrt{3-x} + 49$$

$$t = \sqrt{x+6}\sqrt{3-x}$$

$$-2t = 4t^2 - 28t + 40$$

$$4t^2 - 26t + 40 = 0$$

t

$$p \cos 3\alpha + 6 \cos \alpha + 3(p+4) \cos \alpha + 10 = 0$$

$$\cos 3\alpha =$$

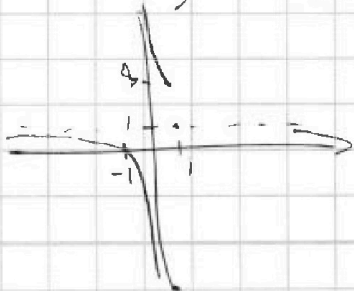
$$4(t) = pt^3 + 3t^2 + 3t + 10$$

$$-2 \sin^2 \alpha - 2(1 - \cos^2 \alpha) = -2 + 2 \cos 3\alpha$$

$$4(t) = 3pt^2 + 6t + 3$$

$$pt^2 + t + 1$$

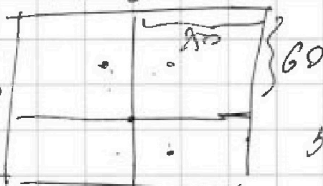
$$N(2) 500$$



$$1 + \frac{1}{2} = 3p$$

$$t = \frac{1}{2} = \sqrt[3]{p} - 1$$

$$t = \sqrt[3]{p} - 1$$



$$500 \cdot 120 = 5$$

$$C_1^1 \cdot 3 = 3C_1^1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$b_{12} = a-2$$

$$b_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^2}}$$

$$\begin{cases} b_{12} = q^2 \cdot b_{10} \\ b_{18} = q^8 \cdot b_{10} \\ b_{18} = q^6 \cdot b_{12} \end{cases}$$

$$\begin{cases} d-x \geq 0 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

$$\sqrt{b_{10} \cdot b_{18}} = b_{14}$$

$$b_{10} \cdot b_{18} = \frac{(25x+34)^2}{(3x+2)^2}$$

$$\frac{25x+34}{3x+2} = (a-2)q^2$$

$$\frac{25x+34 - (3x+2)(a-2)q^2}{3x+2} = 0$$

$$25x+34 + (a-2)(3x+2)q^2 = q^2(3x^2+2x-6x+4) = q^2(3x^2-4x+4)$$

$$25x+34 + 3q^2x^2 - 4q^2x - 4q^2 = 0$$

$$3q^2x^2 + x(25-4q^2) + 34-4q^2 = 0$$

$$D = (25-4q^2)^2 - 3q^2(34-4q^2) = 625 - 200q^2 + 16q^4 - 102q^2 + 12q^4 = 18q^4 - 302q^2 + 625$$

$$D_{14} = 151^2 - 625 \cdot 28$$

$$\begin{array}{r} 151 \\ \times 151 \\ \hline 151 \\ + 1510 \\ \hline 22801 \end{array} \quad \begin{array}{r} 625 \\ \times 28 \\ \hline 5000 \\ + 12500 \\ \hline 17500 \end{array}$$

$$\sqrt{2016} - \sqrt{3-2-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3a-a^2+2}$$

$$|y+2| + 2|y-12| = \sqrt{400-z^2}$$

$$-x^2 - 3x + (y+z)$$

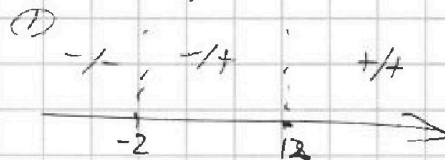
$$D = 9 + 4(y+z) \geq 0$$

$$x \geq -6$$

$$y+z \leq \frac{9}{4}$$

$$-x^2 - 3x + (y+z)$$

$$x_{\min} = -\frac{3}{2}$$



$$|y+2| + 2|y-12| \leq 20$$

$$① \quad -y-2-2y+36 \leq 20$$

$$-3y \leq -14$$

$$y \geq \frac{14}{3}$$

\rightarrow не входит в зад. интервал

$$② \quad y+2-2y+36 \leq 20$$

$$-y \leq -18$$

$$y \geq 18 \rightarrow y = 18$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Если $\angle A_1AC = 180^\circ - \angle A_1AB:$