



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



- [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .
- [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3tn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
- [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$
- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .



1      2      3      4      5      6      7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Дано:

$$a_3 = 3x + 3$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = 3x^2$$

{a<sub>n</sub>} - арифм. прогрессия

x?

Решение

$$\begin{aligned} 1) \quad a_3 &= a_1 + 2d \\ a_3 &= 3x + 3 \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} \Rightarrow \\ = \end{array} \right. \quad \begin{aligned} 3x + 3 &= a_1 + 2d \Rightarrow \\ a_1 &= 3x + 3 - 2d \quad (*) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad a_5 &= a_1 + 4d \\ a_5 &= (x^2 + 2x)^2 \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} \Rightarrow \\ = \end{array} \right. \quad \begin{aligned} a_1 + 4d &= (x^2 + 2x)^2 \quad (\#) \\ a_5 &= (x^2 + 2x)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad a_9 &= a_1 + 8d \\ a_9 &= 3x^2 \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} \Rightarrow \\ = \end{array} \right. \quad \begin{aligned} a_1 + 8d &= 3x^2 \quad (\$) \\ a_1 &+ 8d = 3x^2 \end{aligned}$$

4)  $a_3$  и  $a_5$  подставим в  $(*)$

$$3x + 3 - 2d + 8d = 3x^2$$

$$3x + 3 + 6d = 3x^2 \quad /:3$$

$$2d = x^2 - x - 1 \quad / \cdot 2$$

$$4d = 2x^2 - 2x - 2$$

5)  $a_3$  и  $a_5$ .

$$a_1 = 3x + 3 - (x^2 - x - 1) = 3x + 3 - x^2 + x + 1 = -x^2 + 4x + 4$$

6)  $a_3$  и  $a_5$  подставим в  $(\$)$

$$\begin{aligned} -x^2 + 4x + 4 + 2x^2 - 2x - 2 &= (x^2 + 2x)^2 \\ x^2 + 2x + 2 &= (x^2 + 2x)^2 \end{aligned}$$

Р.1) Замена  $t = x^2 + 2x$

$$t + 2 = t^2$$

$$t^2 - t - 2 = 0$$

$$\Delta = 1 + 8 = 9 > 0 \Rightarrow 2 \text{ действ. корня}$$

$$t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -1 \end{cases}$$

6.2) Обратная замена:

$$\text{Если } t = 2, \text{ то } x^2 + 2x = 2$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$\Delta = 4 + 8 = 12 > 0 \Rightarrow 2 \text{ действ. корня}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = \boxed{-1 \pm \sqrt{3}}$$

Если  $t = -1$ , то  $x^2 + 2x = -1$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x+1)^2 = 0$$

$$\boxed{x = -1}$$

$$\text{Ответ: } \boxed{(-1; -1 \pm \sqrt{3})}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \frac{x}{2} + 3y \leq 3 \\ |x - y| \leq 1 \\ x - 3y \leq 3 \\ x - 3y \geq -3 \\ 3x - y \leq 1 \\ 3x - y \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 3 \leq 3y \\ x + 3 \geq 3y \\ y \geq 3x - 1 \\ y \leq 3x + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq \frac{1}{3}x - 1 \\ y \leq \frac{1}{3}x + 1 \\ y \geq 3x - 1 \\ y \leq 3x + 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|l} x & 0 \\ \hline y & 1 \\ & -2 \end{array}$$

т. А - точка пересечения

$$\begin{cases} y = 3x - 1 \\ y = \frac{1}{3}x + 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x - 1 = \frac{1}{3}x + 1 / \cdot 3$$

$$9x - 3 = x + 3$$

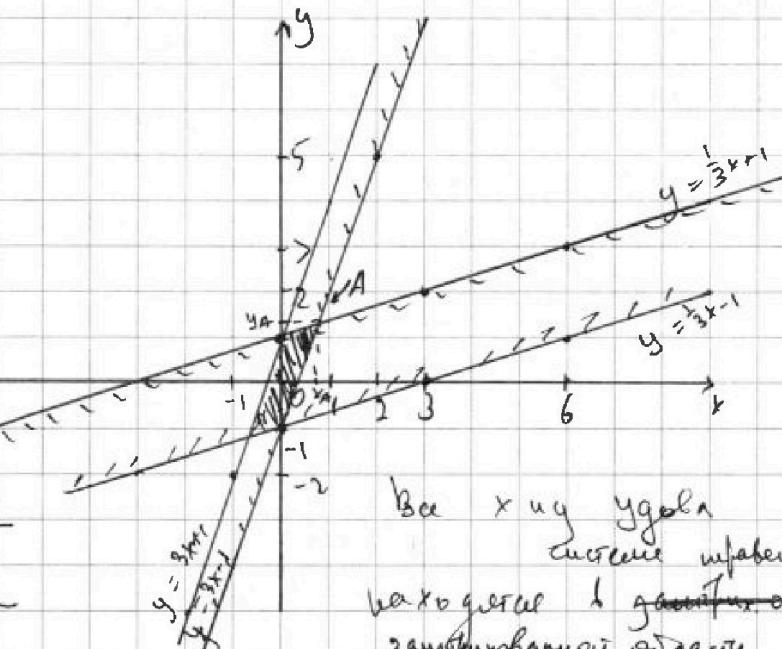
$$8x = 6$$

$$x = \frac{3}{4} \Rightarrow y_A = \frac{3}{4} \quad | \Rightarrow \text{т. } A\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right) \Rightarrow$$

$$y_A = \frac{1}{3}x_A + 1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} + 1 = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow uy + vx = 4 \cdot y_A + 8x_A = 4 \cdot \frac{5}{4} + 8 \cdot \frac{3}{4} = 5 + 6 = \boxed{11}$$

Ответ: 11



Все  $x$  и  $y$  удовл  
списке шаблонов  
входящие в границы  
заштрихованной области.

Чтобы  $uy + vx$  будем максимальным  
при максимальных  $x$  и  $y$ .  $\rightarrow$   
 $\rightarrow$  т. А  $(x_A, y_A)$  на графике.

$$x_{\max} = x_A$$

$$y_{\max} = y_A$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \text{Из условия } & m^2 + 2mn + n^2 - 9mn - 9n = 13b^2 \text{ д/р} \\ & m^2n + mn^2 - 3mn = 75q^2 \quad (\#) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \text{Рассм. } & (m+n)^2 - 9(m+n) = 13b^2 \\ & (m+n)(m+n-9) = 13b^2 = 13 \cdot b \cdot b \\ & \begin{cases} m+n=13 \\ m+n-9=b^2 \end{cases} \quad (1) \\ & \begin{cases} m+n=13 \\ m+n-9=b \end{cases} \quad (2) \\ & \begin{cases} m+n=b^2 \\ m+n-9=13 \end{cases} \quad (3) \\ & \begin{cases} m+n=13 \\ m+n=13b^2 \end{cases} \quad (4) \\ & \begin{cases} m+n=b \\ m+n-9=13b \end{cases} \quad (5) \\ & \begin{cases} m+n=1 \\ m+n-9=(3b)^2 \end{cases} \quad (6) \end{aligned}$$

1.1) Рассм. (1)

$$\begin{cases} m=13-n \\ (13-n)n-9=b^2 \\ m=13-n \\ b^2=4 \\ m=13-n \\ p=2 \\ \dots \end{cases}$$

1.5) Рассм. (5)

$$\begin{cases} m=p-n \\ p-9=13b \\ m=p-n \\ -9=12b \Rightarrow b \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{нел.реш.} \end{cases}$$

\*) 3)

$$1 \Rightarrow q^2 - 27700 \Rightarrow q - \text{нел.реш. и нракое} \Rightarrow q=2 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} 2) \text{Рассм. } & (m+n-3) \\ & m^2n + mn^2 - 3mn = 75q^2 \\ & mn(m+n-3) = 75q^2 \end{aligned}$$

3) Уч. н. 1 и н. 2

$$\begin{cases} m=13-n \\ b=2 \\ mn(m+n-3)=75q^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=13-n \\ b=2 \\ (13-n)n(m-3)=75q^2 \\ (13-n) \cdot n \cdot 10 = 75q^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \text{делим на 10} \Rightarrow \\ & \Rightarrow 75q^2 \text{ тоже вида } 10 \end{aligned}$$

1.3) Рассм. (3)

$$\begin{cases} m=p^2-n \\ p^2-9=13 \\ m=p^2-n \\ p^2=29 \Rightarrow p \notin \mathbb{N} \Rightarrow \text{нел.реш.} \end{cases}$$

1.4) Рассм. (4)

$$\begin{cases} m=13b^2-n \\ 13b^2-9=1 \\ m=13b^2-n \\ b^2=\frac{10}{13} \Rightarrow b \notin \mathbb{N} \Rightarrow \text{нел.реш.} \end{cases}$$

1.6) Рассм. (6)

$$\begin{cases} m=1-n \\ 1-g=13b^2 \\ m=1-n \\ 13b^2-8 \Rightarrow b \notin \mathbb{N} \Rightarrow \text{нел.реш.} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \Rightarrow \begin{cases} m=10 \\ n=3 \end{cases} \quad (\text{нел.реш.}) \\ & \Rightarrow \begin{cases} m=3 \\ n=10 \end{cases} \quad (\text{нел.реш.}) \\ & \Rightarrow \begin{cases} m=10 \\ n=3 \end{cases} \quad (\text{нел.реш.}) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} m=13-n \\ -n^2+13n=80 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} m=10 \\ n=3 \end{cases} \quad (\text{нел.реш.})$$

$$\begin{cases} m=3 \\ n=10 \end{cases} \quad (\text{нел.реш.})$$

$$\begin{cases} m=10 \\ n=3 \end{cases} \quad (\text{нел.реш.})$$



1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

II спутник

$$\begin{cases} m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = 75p^2 \\ m^2n + mn^2 - 3mn = 13p^2 \end{cases} \quad \text{№1} \quad \Rightarrow \text{нет. реш. ч 100%}$$

исходил

1) Решение №1

$$mn(m+n-3) = 13p^2 \quad \text{№1}$$

$$\begin{cases} m+n-3 = 13 \\ mn = p^2 \end{cases} \quad \text{№1}$$

$$\begin{cases} m+n-3 = 13p \\ mn = p \end{cases} \quad \text{№2}$$

$$\begin{cases} m+n-3 = 13p^2 \\ mn = 1 \end{cases} \quad \text{№3}$$

$$\begin{cases} m+n-3 = p^4 \\ mn = 13 \end{cases} \quad \text{№4} \quad \Rightarrow \text{нет. реш.}$$

(из №1.1 ÷ 1.6)

$$\begin{cases} m+n-3 = p \\ mn = 13p \end{cases} \quad \text{№5}$$

$$\begin{cases} m+n-3 = 1 \\ mn = 13p^2 \end{cases} \quad \text{№6}$$

1.1) Решение №1

$$\begin{cases} mn = p^2 \\ m+n-3 = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = p^2 \\ n = 1 \\ m = p \\ n = b \\ m = p^2 \\ n = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 16 \\ m+n = 18 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 1 \\ m = p^2 \\ p^2 = 15 \Rightarrow p \notin N \Rightarrow \text{нет. реш.} \\ n = b \\ m = p \\ 2p = 16 \Rightarrow p = 8 \rightarrow \text{нет. реш.} \\ n = p^2 \\ m = 1 \\ p^2 = 15 \rightarrow \text{нет. реш.} \end{cases}$$

1.2) Решение №2

$$\begin{cases} mn = p \\ m+n-3 = 13p \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = p \\ n = 1 \\ m = 1 \\ n = p \\ m+n-3 = 13p \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = p \\ n = 1 \\ -2 = 12p \Rightarrow p \notin N \Rightarrow \text{нет. реш.} \\ m = 1 \\ n = p \end{cases}$$

аналогично нет. реш.

1.3) Решение №3

$$\begin{cases} m \cdot n = 1 \\ m+n-3 = 13p^4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 1 \\ n = 1 \\ -1 = 13p^4 \rightarrow p \notin N \Rightarrow \text{нет. реш.} \end{cases}$$

1.4) Решение №4

$$\begin{cases} m \cdot n = 13 \\ mn-3 = p^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} m = 13 \\ n = 1 \\ m = 1 \\ n = 13 \\ m+n-3 = p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 13 \\ n = 1 \\ p^2 = 11 \Rightarrow p \notin N \Rightarrow \text{нет. реш.} \\ m = 1 \\ n = 13 \end{cases}$$

аналогично нет. реш.

решение №4

1.5) Решение №5

$$\begin{cases} m \cdot n = 13p \\ m+n-3 = p \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 13p \\ n = 1 \\ m = 1 \\ n = 13 \\ m+n-3 = p \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} m = 13p \\ n = 1 \\ m = 1 \\ n = 13 \\ m+n-3 = p \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 13p \\ n = 1 \\ m = 1 \\ n = 13 \\ m+n-3 = p \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 13p \\ n = 1 \\ m = 1 \\ n = 13 \\ m+n-3 = p \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 13p \\ n = 1 \\ m = 1 \\ n = 13 \\ m+n-3 = p \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 13p \\ n = 1 \\ m = 1 \\ n = 13 \\ m+n-3 = p \end{cases} \Rightarrow \text{нет. реш.}$$

$$\begin{cases} m = 13p \\ n = 1 \\ m = 1 \\ n = 13 \\ m+n-3 = p \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 13p \\ n = 1 \\ m = 1 \\ n = 13 \\ m+n-3 = p \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 13p \\ n = 1 \\ m = 1 \\ n = 13 \\ m+n-3 = p \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 13p \\ n = 1 \\ m = 1 \\ n = 13 \\ m+n-3 = p \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 13p \\ n = 1 \\ m = 1 \\ n = 13 \\ m+n-3 = p \end{cases}$$

$$1.6) \begin{cases} m \cdot n = 13p^2 \\ m+n-4 = 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} m = 13 \\ n = 1 \\ m = 1 \\ n = 13 \\ m+n-4 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 13 \\ n = 1 \\ m = 1 \\ n = 13 \\ m+n-4 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 13 \\ n = 1 \\ m = 1 \\ n = 13 \\ m+n-4 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 13 \\ n = 1 \\ m = 1 \\ n = 13 \\ m+n-4 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 13 \\ n = 1 \\ m = 1 \\ n = 13 \\ m+n-4 = 4 \end{cases}$$

⇒ 2 решения 13 ⇒ 2 решения по времени

Ответ:  $(10; 3); (3; 10)$

Еще 6 способов из которых  
использованных было  
13, то это число больше  
либо равно 13. Число  
такое число с любыми  
группами натуральных чисел

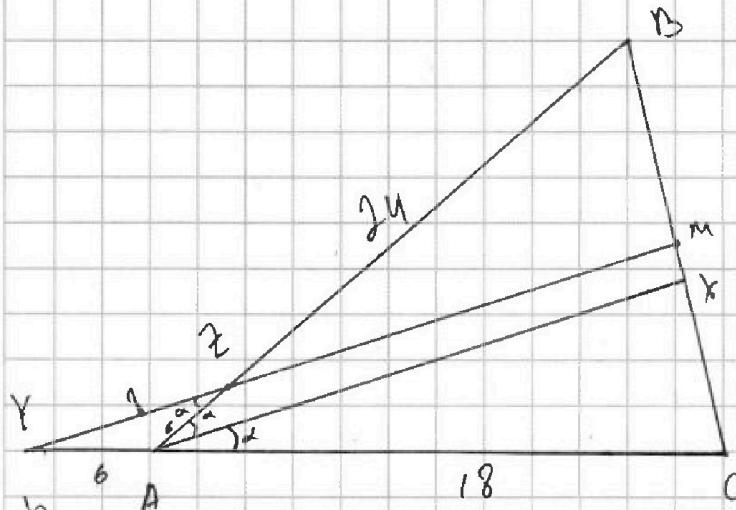
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4.



Дано:

△ABC

AX-бисс. ∠BAC

YM-средн. BC

MY || AX

$$MY \angle AB = 2$$

$$MY \angle (AC) = Y$$

$$AC = 18$$

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$

$$BC - ?$$

Решение:

1) AX-бисс. ∠BAC (по усл.)  $\Rightarrow \angle BAX = \angle XAC = \alpha$  (по опр. бисс-са)

2)  $AX \parallel MY$  (по усл.)

AB - секущая

$\angle BAX$  и  $\angle YZA$  - наименееизвестные

$$\Rightarrow \angle BAX = \angle YZA = \beta$$

(по сб-су паралл. признаку)

3) Рассм.  $\triangle YAZ$

$\angle BAC$  - внешний угол  $\triangle YAZ$  (по опр.)  $\Rightarrow \angle BAC = \angle YZA + \angle ZYA$

(по сб-су внешнего

$2\alpha = \alpha + \angle ZYA \Rightarrow \angle ZYA = \alpha \Rightarrow \angle YAZ = \beta/2$  (по свойству углов)

углов по признаку  
прот. (чук.)  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow YA = ZA = 6$$

по опр. пр. фигуры)

4) Рассм.  $\triangle ABC$  и секущую YM: Длг. неизвест.

$$\frac{BM}{MC} \cdot \frac{CY}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZB} = 1$$

5) I.M.-середин. BC (по усл.)  $\Rightarrow BM = MC$  (по опр. середин. отрезка)

6) Уз. n. 3 = 5

$$\frac{BM}{MC} \cdot \frac{CA + YA}{AY} \cdot \frac{AZ}{ZB} = 1$$

$$1 \cdot \frac{18+6}{8} \cdot \frac{6}{24} = 1$$

$$24 = 24$$

7) Рассм.  $\triangle YZA$ : по i.косинусов

$$YA^2 = YZ^2 + AZ^2 - 2 \cdot YZ \cdot AZ \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{YB^2 + ZB^2 - YZ^2}{2 \cdot YB \cdot ZB} = \frac{8^2 + 6^2 - 8^2}{2 \cdot 8 \cdot 6} = \frac{2}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3) Точка  $M$  лежит на гипотенузе

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos 2\alpha$$

$$8.1) AB^2 = (AB+2B)^2 = (6+24)^2 = 30^2 = 900$$

$$8.2) AB = 30$$

$$8.3) \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 1 = \frac{2 \cdot 4}{9} - 1 = \frac{8}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

8.4) Из 8.1 и 8.3

$$BC^2 = 18^2 + 900 + 2 \cdot 18 \cdot 30 \cdot \frac{1}{9} = 324 + 900 + 120 = 1344 \rightarrow$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{1344} = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{21} = 19\sqrt{21}$$

Ответ:  $19\sqrt{21}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



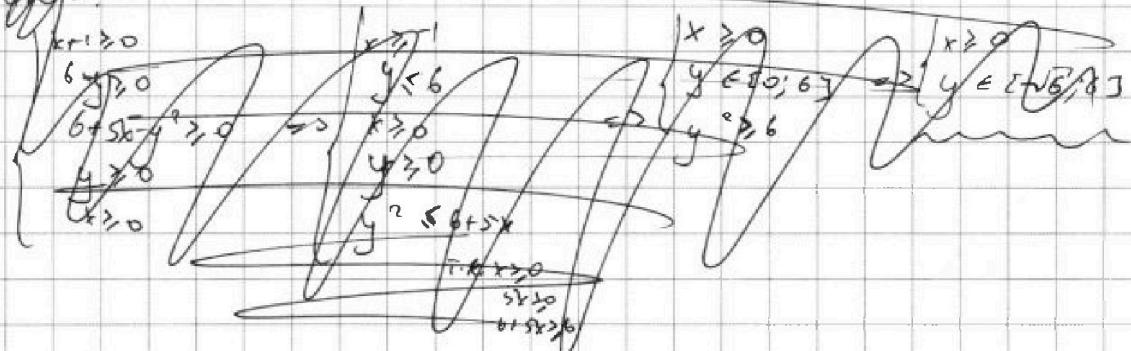
- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N5 \quad \begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

1) ~~3.~~



2) Рассм. ~~сл~~

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5 \quad - \text{симметрично} \Rightarrow \begin{cases} x=y \\ x,y \geq 0 \end{cases} \text{ - возможна решение}$$

~~(0,0) - не является корнем~~

~~художник~~

$$\begin{aligned} t = x^2 &\Rightarrow 1 + 5t^2 - \sqrt{t} = t^4 - \sqrt{t} + 5 \\ t^2 - 2t &= 0 \\ t(t-2) &= 0 \end{aligned}$$

3)  $\begin{cases} x,y \geq 0 \\ x=y \end{cases}$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} \\ x+1 = 6-x \end{cases}$$

3.1) Рассм. ~~сл~~  $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$

3.1.1) Замена  $t = \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} / \sqrt{2}$

$$\begin{aligned} t^2 &\geq x+1 - 2\sqrt{-x^2+6x+x+6} - 6+8x \\ t^2 - 2 &= -2\sqrt{-x^2+5x+6} \\ -\sqrt{-x^2+5x+6} &= -t^2 + 2 \end{aligned}$$

$$t+5 = -t^2 + 2$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$D = 1+8 = 9 > 0 \Rightarrow$  2 действительных

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = -2 \end{cases}$$

3.1.2) Обратная замена

если  $t=1$ , то  $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 1$   
 $\sqrt{x+1} = 1 + \sqrt{6-x} / \sqrt{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} N5 \quad & x+1 = 1 + 2\sqrt{6-x} + 6-x \\ & 2x - 6 = 2\sqrt{6-x} \quad | :2 \\ & x-3 = \sqrt{6-x} \quad | ^2 \\ & \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x^2 - 6x + 9 = 6-x \end{cases} \\ & \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 - 5x + 3 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$D = 25 - 12 = 13 > 0 \rightarrow \text{2 действительных корня}$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{5 + \sqrt{13}}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Условие } 3 < \sqrt{13} < 4 \quad | +5 & \quad 8 < -\sqrt{13} < -3 \quad | +3 \\ 8 < 5 + \sqrt{13} < 9 \quad | :2 & \quad 1 < \frac{5 - \sqrt{13}}{2} < 2 \quad | \cdot 2 \\ 4 < \frac{5 + \sqrt{13}}{2} < 4,5 & \quad \frac{5 - \sqrt{13}}{2} < 1 \end{aligned}$$

$$\text{Если } t = -2, \text{ то } \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -2$$

$$\sqrt{x+1} \times 2 = \sqrt{6-x} \quad | ^2$$

$$x+1 + 4\sqrt{x+1} + 4 = 6-x$$

$$5\sqrt{x+1} = -2x + 1 \quad | ^2$$

$$\begin{cases} -2x+1 \geq 0 \\ 16(x+1) = 1 - 4x + 4x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x \leq 1 \\ 16x+16 - 4x + 4x^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} x \geq 1 \\ x \leq 1 \\ \hline x \in \emptyset \end{array}$$

$$5 + 2\sqrt{10} > 1$$

$$2\sqrt{10} > 4x - 4$$

$$x < \frac{1}{2}$$

$$0) \quad \frac{5-2\sqrt{10}}{2} < 1$$

$$D = 400 + 240 = 640 \rightarrow \text{2 действительных корня}$$

$$x_{1,2} = \frac{-20 \pm \sqrt{640}}{-8} = \frac{-20 \pm \sqrt{20 + 8\sqrt{10}}}{-8} =$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{10}}{2} \Rightarrow x = \frac{5 - \sqrt{10}}{2}$$

$$3.2) \text{ Вспомним 6 фаз}$$

$$\begin{cases} x = 9 \\ y = \frac{5-2\sqrt{10}}{2} \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{5-2\sqrt{10}}{2} \\ y = \frac{5-2\sqrt{10}}{2} \\ x = \frac{5+2\sqrt{10}}{2} \end{cases}$$

$$a) \quad \frac{5-2\sqrt{10}}{2} < 0 \quad | \cdot 2$$

$$5 - 2\sqrt{10} < 0$$

$$\begin{array}{l} 5 < 2\sqrt{10} \\ 25 < 40 \\ 25 < 40 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

o)

$$\frac{5+\sqrt{13}}{2} > 0 / \cdot 2$$

$$5+\sqrt{13} > 0$$

$$\sqrt{13} > -5$$

$$\begin{cases} x = \frac{5+\sqrt{13}}{2} \\ y = \frac{5-\sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \left( \frac{5+\sqrt{13}}{2}; \frac{5-\sqrt{13}}{2} \right)$$

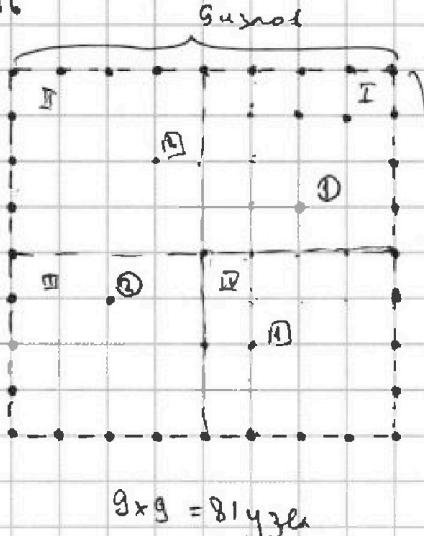
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№



1) А - бисектр 2 узлов из 8! 8!  
 $N(A) = \binom{8}{2} = \frac{8!}{2! \cdot 6!}$

$$N(A) = \binom{8}{2} = \frac{8!}{2! \cdot 6!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 28$$

2) Выберем два произвольных узла  
любые 2 из 9  
При первом вращении получим 2 из 8 узлов  
соответствует 3! первичным

$$9 \times 8 = 81 \text{ узла}$$

1)  $\binom{9}{2}$

2) Выберем произвольных узла, начиная

6 соседних из одной вершины (I ~ VI). При первом вращении получим, что 6 из 8 узлов соответствуют 6 способам "раскраски". Второе вращение из 6 узлов из одной из них соседних вершин соответствует по 4 способам.

3) Выберем два узла из противоположных вершин (I и II). При первом вращении получим, что 4 способами "раскраски" для 2 из 7 узлов.

4) В - бисектр 2 узлов из 5 вершин I, II и III вершины: 5 способами "раскраски" (II вершина)  $5 \cdot 4 = 20$   
 $N(B) = \binom{5}{2} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 10$

В - бисектр 1 узла из I вершины и 1 узла из соседней вершины.

$$N(B) = \binom{25}{1} = 25$$

$$\frac{25 \cdot 20}{2} = 250$$

5) С - бисектр 2 узлов из 4 противоположных вершин:

$$N(C) = \binom{24}{2} = 24 \cdot 23$$

$$(6) N = 6 \cdot N(B) + N(C) = 250 + 24 \cdot 23 = 250 + 552 = 802 \text{ способа?}$$

Однако: 826 способов

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается чиривиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{BM}{13b+22} \cdot \frac{BY}{AY} \cdot \frac{AB^2}{EB} = 1 \quad 13b+13=13 \quad 12b=2 \quad YA^2 = 64 + 16 - 2 \cdot 8 \cdot 6 \cdot \cos \alpha$$

$$\frac{BM}{13b} \cdot \frac{BY}{AY} \cdot \frac{18+AY}{AY} \cdot \frac{6}{AB-6} = 1 \quad b=6 \quad CB^2 = AB^2 + 18^2 - 2 \cdot 18 \cdot 4b \cdot \cos 2\alpha$$

$$m = 13b-13 \quad \frac{Bx}{13b+13} + \frac{AC}{AC} = \frac{AB}{AC} \quad \frac{BM}{By} = \frac{B^2}{A^2} \quad \frac{Y^2}{2M} \cdot \frac{MB}{BC} \cdot \frac{CA}{AY} = 1$$

$$13b+13+13=10 \quad \frac{BM}{By} = \frac{AB-6}{6} \quad \frac{8}{2M} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{18}{AY} = 1$$

$$\sqrt{x+1} = \sqrt{6-y} \quad x+1 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \quad \frac{13}{13b}$$

$$x^4 + 5x^2 - y^2 = y^4 - \sqrt{6+y^2} + y^2$$

$$(x+1)(6-y) = 6x - xy + 6 - y$$

$$x^4 + 5x^2 + y^2 = y^4 + 5y^2 + y^2$$

$$13b^2 \\ p^2 \\ p$$

$$\sqrt{x+1}^2 - \sqrt{6-y}^2 + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

~~$$x^4 + 5x^2 - y^2 = y^4 + 5y^2 + y^2$$~~

~~$$x^4 + 5x^2 + y^2 = y^4 + 5y^2 + y^2$$~~

~~$$x^4 + x^2 = y^4 + y^2$$~~

$$x^8 + x^4 + y^8 = 64 + 6^4 + 6^2$$

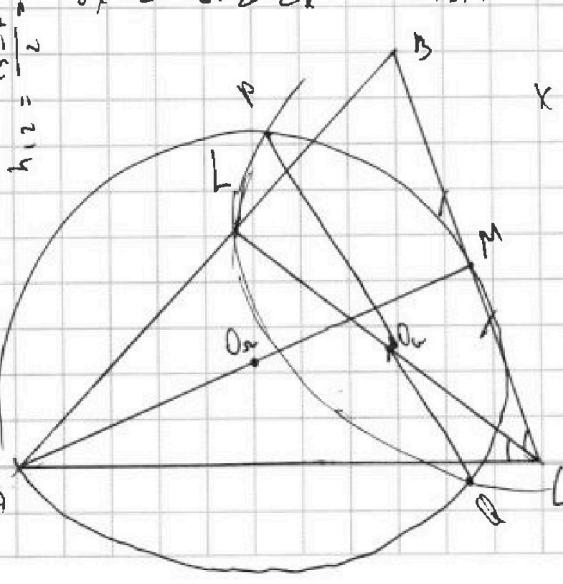
$$(x+1)(6-y) = 6$$

$$(x+1)(6-y) = 6x + 6 - xy - y$$

$$\sqrt{x+1}^2 = 2\sqrt{6+5x-y^2} + \sqrt{6-y}/p^2$$

$$x+1 + 10\sqrt{x+1} + 25 = 4(6+5x-y^2) + 4\sqrt{6+5x-y^2} - \sqrt{6-y} + 6 - y$$

$$x+26 + 10\sqrt{x+1} = 24 + 20x - xy^2 + 6 - y + 4\sqrt{6+5x-y^2}\sqrt{6-y}$$



$$n^2 - 13n + 30 = 0$$

$$D = 16 \cdot 9 - 120 = 48 > 0 \Rightarrow \text{две кор.}$$

$$\begin{cases} n_1 = 10 \\ n_2 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & x - 3y + 12x + 3 \\ & -2x + 4y + 12y - 1 \leq 0 \\ & x \leq 2 \quad 3y \leq 2 \quad 4y \leq 4x + 4 \\ & \frac{8}{3} + \frac{6}{3} + \frac{4}{3}y \leq \frac{8}{3} \quad 8x + 4 + 4y = 12x + 4 \\ & 12x + 4 = 12y + 4 \\ & 3x + 1 = 3y + 2 \\ & 3x = 3y + 1 \\ & 16 = 9 + \frac{40}{3} = 25 \\ & 4 = 4x + 4 = 4x + 4 \end{aligned}$$

$$4y + 1 + 8y = 12y + 4$$

$$x - y \geq -1$$

$$y \leq x + 1/4$$

$$4y \leq 4x + 4$$

$$8x + 4 + 4y = 12x + 4$$

$$3x + 1 = 3y + 2$$

$$3x = 3y + 1$$

$$x = y + \frac{1}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\max(4y + 8x) - ?$$

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$(y+2x) - ?$$

Числовик

$$(x-3y)^2 - 1 \leq 9 - (8x+4y)^2$$

$$10x^2 - 6xy + 9y^2 \leq 9$$

$$9x^2 - 6xy + 9y^2 \leq 1$$

$$10x^2 - 12xy + 10y^2 \leq 10 \quad / :2$$

$$5x^2 - 6xy + 5y^2 \leq 5$$

$$D = 36y^2 - 20y^2 = 16y^2 > 0 \Rightarrow \text{2 решения}$$

$$\begin{aligned} x_1,2 &= \frac{6y \pm 4y}{10} \Rightarrow \begin{cases} x = y \\ x = \frac{1}{3}y \end{cases} \\ 5(x-y)(x-3y) &\leq 5 \\ (xy)/(5x-y) &\leq 5 \end{aligned}$$

$$f(x) = 4y + 8x$$

$$\begin{cases} x-3y = 3 \\ 3x-y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3y+3 \\ y = 3x-1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3y+3 \\ 9y+9-y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3y+3 \\ 8y = 8 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad x-3y-3=0$$

$$\begin{cases} 3y = x-3 \\ y = \frac{1}{3}x-1 \end{cases}$$

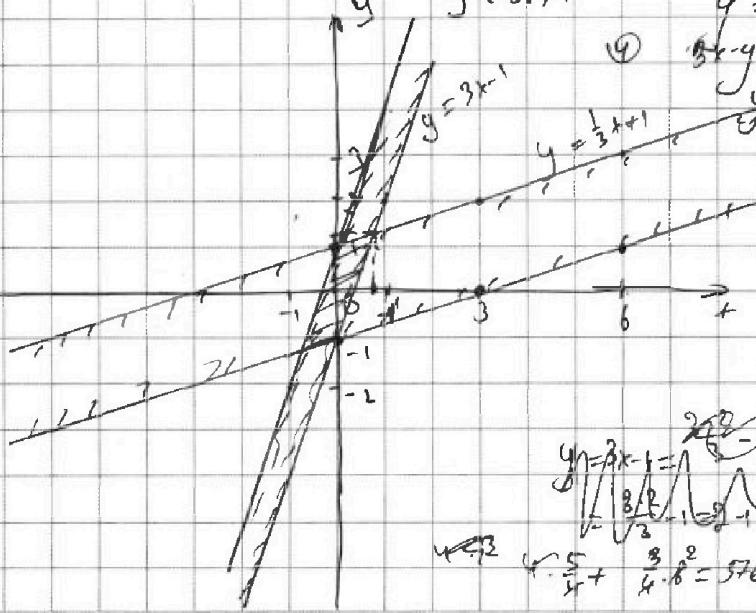
$$\begin{array}{r|l} x+3 & 6 \\ \hline y & 0 \end{array}$$

$$\begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases} \quad \text{коэффициенты } \frac{1}{3}x-1 \text{ и } \frac{1}{3}x+1$$

$$\begin{cases} x-3y+3 & 0 \\ y & = x+3 \\ y & = \frac{1}{3}x+1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r|l} x & 3 \\ \hline y & 2 \end{array}$$

$y$



$$\textcircled{2} \quad 3x-y-1=0 \quad \begin{cases} y = 3x-1 \\ y = \frac{1}{3}x+1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r|l} x & 0 \\ \hline y & -1 \end{array}$$

$$4x+2y = \frac{9}{4}-1 = \frac{5}{4}$$

$$3x-1 = \frac{1}{3}x+1 \quad / \cdot 3$$

$$9x-3 = x+3$$

$$8x = 6 \quad \frac{8}{8}x = \frac{6}{8} \quad x = \frac{3}{4}$$

$$y = \frac{1}{3}x+1 = \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{17}{12}$$

$$4x+2y = 4 \cdot \frac{3}{4} + 2 \cdot \frac{17}{12} = 12 + \frac{17}{6} = \frac{85}{6}$$

$$y = \frac{2 \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{3}x+1} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2  $\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \\ \max(4y+3x) = ? \end{cases}$

$$\begin{array}{l} \text{(*)} \\ \begin{cases} x-3y \geq -3 \\ x-3y \geq 3 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases} \end{array}$$

9)  $4y+3x \geq -4$

$x-y \geq -4$

$y \leq x+1 \quad | \cdot 4$

$4y \leq 4x+4$

$\begin{cases} 4y+8x \\ |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$

Безусловно

Черновик

так

$$\begin{aligned} & 4y+8x \leq 4y+8x \\ & 4y+8x = 4y+8x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x^2-8xy+8y^2 \leq 9 \\ & x^2-8xy+8y^2 \leq 1 \end{aligned}$$

$$8x^2-8y^2 \leq -8$$

$$x^2-y^2 \leq -1$$

Все  $x$  максимальные и все  $y$  максимальные, то  $4y+3x$  должна максимальна

$$12y+8=12x+4 \quad | :4$$

$$3y+2=3x+1$$

$$3y=3x-1$$

$$y=x-\frac{1}{3}$$

$$\text{две}$$

$$x=y+\frac{1}{3}$$

$$x-3\left(y-\frac{1}{3}\right) \geq -3$$

когда

если

$$x-3x+1 \geq -3$$

$$-2x \geq -4 \quad | :(-2)$$

$$x \leq 2 \quad | \cdot 8$$

$$8x \leq 16 \quad | y=\frac{2}{3}-\frac{1}{3}$$

$$8y=16 \quad | \cdot \frac{1}{8}$$

$$y=2 \quad | \cdot \frac{1}{3}$$

$$y=1 \quad | \Rightarrow x=1+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$$

3)  $y_{\max} = 1 \quad x_{\max} = 2$

чтобы  $4y+3x \leq 16$

$4y+8x \leq 16$

чтобы  $4y+3x \leq 12$

$4y \leq 3$

$$4y+8x \leq 4x+4+8y$$

$$4y+8x \leq 8y+4x+12$$

$$-4y+8x \leq 12$$

$$x-y \leq 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1}^2 - \sqrt{6-y}^2 + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y}^2 = y^4 - \sqrt{x}^2 + 5y^2 \end{cases}$$

1) Задана система,  $b = \sqrt{6-y} / \sqrt{x+1}$

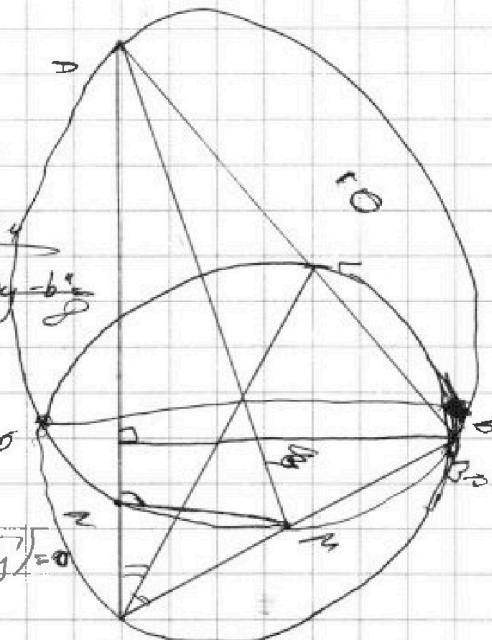
$$a = \sqrt{x+1}, b = \sqrt{6-y} / \sqrt{x+1}$$

$$3x = x^2 - 5 \quad 36 - 12y + y^2 = b^4$$

$$3x - x^2 + 5 = 0$$

$$36 - 12y + y^2 = b^4$$

$$3x - x^2 + 5 = 0$$



1) Рассмотрим

$$x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 - \sqrt{y}^2 + \sqrt{x}^2 = 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) - (\sqrt{x}^2 - \sqrt{y}^2)^2 = 0$$

$$1) \text{ Задана } f = \sqrt{x} - \sqrt{y} / \sqrt{x+1}$$

(0; 0)

$$f^2 = x - 2\sqrt{xy} + y$$

$$x - 2\sqrt{xy} + y = f^2 + 2\sqrt{xy} / \sqrt{x+1}$$

$$x^2 + y^2 + 2xy = f^4 + 4f^2\sqrt{xy} + 4xy$$

$$x^2 + y^2 = f^4 + 4f^2\sqrt{xy} - 4xy + 2xy$$

$$-y^2 + 5x + 6 = 0$$

$$y^2 - 5x - 6 = 0$$

$$k+1 \geq 0$$

$$6 - 9 \geq 0$$

1) ~~Без~~

$$2 - \sqrt{5} + 5 = 2\sqrt{6 + 5\sqrt{-5}}$$

$$= 2\sqrt{3}$$

$$D = \frac{25}{4}$$

$$y^2 \geq 6 + 5x \geq 6$$

$$y^2 \geq 6$$

$$y^2 - 6 \geq 0$$

$$(y - \sqrt{6})(y + \sqrt{6}) \geq 6 + 5x \geq 6$$

$$y^2 - 6 \geq 0$$

$$y^2 \geq 6$$

$$y^2 - 6 \geq 0$$

$$y^2 \geq 6$$

$$y^2 - 6 \geq 0$$

$$y^2 \geq 6$$

$$x \geq 0$$

$$5x \geq 0$$

1) ~~Без~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_3 = 3x + 3$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = 3x^2$$

$$(k+1)(6-x) =$$

$$= b + x^2 + 6 - x =$$

$$= y^2 + 6 + 5x$$

$$= 6 + 5x - x^2 \quad Q_1 = 3x + 3 - x^2 + x + 1$$

$$4d = 2x^2 - 2x - 2$$

$$\frac{3x + 3 - x^2 + x + 1 + x^2 - 2x - 2}{2} = (x^2 + 2x)^2$$

$$x^2 + 2x$$

$$(4y + 8x)_{\text{max}}$$

$$Q_2 = 4y + 8x$$

$$(x+3)(x-5) =$$

$$x^2 - 3x - 15 =$$

$$Ax^2 + 2mn + n^2 - 9m - 3n$$

$$B = m^2 n + mn^2 - 3mn$$

$$|x-3y| \leq 3 \quad |x| \leq 6 \quad |y| \leq 9$$

$$|3x-y| \leq 1 \quad |3x| \leq 8 \quad |y| \leq 3$$

$$|x-3y| \geq 3 \quad |x| \geq 6 \quad |y| \geq 3$$

$$x-3y \geq -3 \quad |x| \geq 6 \quad |y| \geq 3$$

$$3x-y \leq 1 \quad |3x| \leq 8 \quad |y| \leq 3$$

$$3x-y \geq -1 \quad |3x| \leq 8 \quad |y| \leq 3$$

$$x-y \leq 1 \quad |x| \leq 6 \quad |y| \leq 9$$

$$x-3y \leq 3 \quad |x| \leq 6 \quad |y| \leq 9$$

$$3x-y \leq 3 \quad |3x| \leq 8 \quad |y| \leq 9$$

$$x-3y \leq 3 \quad |x| \leq 6 \quad |y| \leq 9$$

$$\begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases}$$

$$4x-8y \leq 4$$

$$8x-16y \leq 8$$

$$8x-8y \leq 8$$

Черновик

3x + 8x

$$a_3 = a_1 + 2d = 3x + 3 \Rightarrow a_1 = 3x + 3 - 2d$$

$$a_5 = a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_5 = a_1 + 8d = 3x^2 \Rightarrow 4d = \frac{3x^2 - a_1}{2} = x^2$$

$$\text{ПР} \Rightarrow 3x + 3 - 2d \leq x^2 + 8d = 3x^2$$

$$4d = 3x^2 - 3x - 3 \div 3$$

$$2d = x^2 - x - 1 \div 2$$

$$d = \frac{x^2 - x - 1}{2}$$

$$4d = 2x^2 - 2x - 2$$

$$4y + 8x$$

$$|x-3y| \leq 3$$

$$|3x-y| \leq 1$$

$$x^2 + 3 = 8 + 2x$$

$$x^2 = 5 + 2x$$

$$x^2 - 2x - 5 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 20}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{24}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{6}}{2} = 1 \pm \sqrt{6}$$

$$x_1 = 1 + \sqrt{6}$$

$$x_2 = 1 - \sqrt{6}$$

$$x_1 = 1 + \sqrt{6}$$

$$x_2 = 1 - \sqrt{6}$$

$$x_1 = 1 + \sqrt{6}$$

$$x_2 = 1 - \sqrt{6}$$

$$x_1 = 1 + \sqrt{6}$$

$$x_2 = 1 - \sqrt{6}$$

$$x_1 = 1 + \sqrt{6}$$

$$x_2 = 1 - \sqrt{6}$$

$$x_1 = 1 + \sqrt{6}$$

$$x_2 = 1 - \sqrt{6}$$

$$x_1 = 1 + \sqrt{6}$$

$$x_2 = 1 - \sqrt{6}$$

$$x_1 = 1 + \sqrt{6}$$

$$x_2 = 1 - \sqrt{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1 + 3 + 4$$

$$\begin{aligned} & 3+5+5=13 \\ & 3+5+5=13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 5+4+8+5+4+4+6= \\ & =2+10+8+6 \\ & =31 \end{aligned}$$

Уравнение



Дано:

$$\begin{aligned} & \triangle ABC \\ & AX \text{-биссектриса } ABC \\ & ZM \parallel AX \end{aligned}$$

$$ZM \perp AB = Z$$

$$ZM \cap AC = Y$$

$$AC = 18$$

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$

$$BC = ?$$

Напишите:

$$\begin{array}{r} 618 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ 618 \\ \hline 1224 \end{array}$$

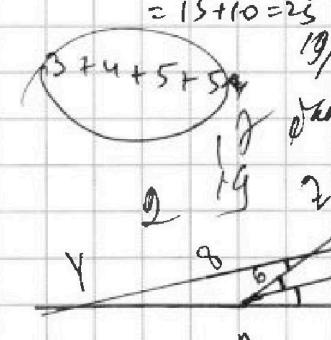
$$\begin{array}{r} 1224 \\ + 120 \\ \hline 1344 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1344 \\ \times 12 \\ \hline 336 \end{array}$$

$$336$$

$$\begin{aligned} & 2+4+5+5+4+4= \\ & =2+10+8= \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 4 \\ \hline 72 \\ \times 6 \\ \hline 432 \\ + 250 \\ \hline 682 \end{array}$$



$$\frac{BM}{MC} \cdot \frac{CY}{YB} \cdot \frac{BZ}{ZB} = 10$$

$$1 \cdot \frac{18+6}{6} \cdot \frac{8}{2} = 1$$

$$ZB = 2u$$

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos 2\alpha \\ 6052d &= 2405^2 - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 6052d = 57600 - 1 \\ & 6052d = 57599 \\ & d = \frac{57599}{6052} = \frac{57599}{6052} \end{aligned}$$

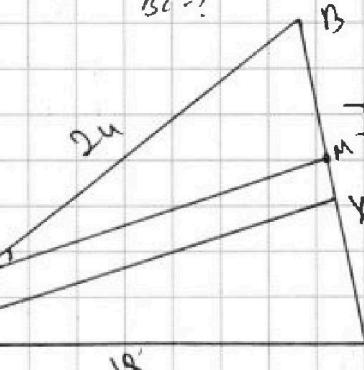
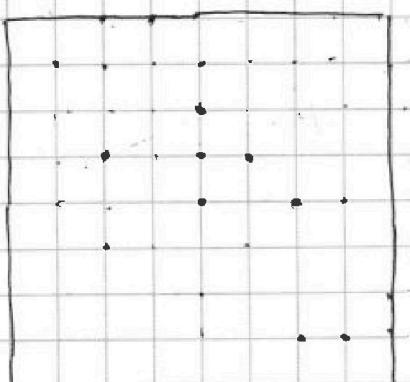
$$\begin{aligned} & 6^2 = 8^2 + 6^2 - 2 \cdot 8 \cdot 6 \cdot \cos 2\alpha \\ & 36 = 64 + 36 - 96 \cos 2\alpha \end{aligned}$$

$$96 \cos 2\alpha = 64$$

$$\cos 2\alpha = \frac{4}{3}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{4}{9}$$

$$\frac{8}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos 2\alpha$$

$$6052d = 2405^2 - 1$$

$$\begin{aligned} & 6052d = 57600 - 1 \\ & 6052d = 57599 \\ & d = \frac{57599}{6052} = \frac{57599}{6052} \end{aligned}$$