



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12 - 12x$ , четвёртый член равен  $(x^2 + 4x)^2$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x + 5y$  при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leqslant 6, \\ |3x - 2y| \leqslant 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_2 = 12 - 12x$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2$$

$$a_8 = -6x^2$$

$$a_{12} = a_4 + d$$

$$a_4 = a_1 + 3d$$

$$a_8 = a_1 + 5d$$

$$2 \cdot (a_4 - a_2) = a_8 - a_4$$

$$2 \cdot ((x^2 + 4x)^2 - 12 + 12x) = -6x^2 - (x^2 + 4x)^2$$

$$24 - 24x = 6x^2 + 3(x^2 + 4x)^2$$

$$8 - 8x = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4) = 0$$

$$(x+2)^2(x^2 + 4x - 2) = 0$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = \frac{-4 + \sqrt{24}}{2} = -2 + \sqrt{6} \quad x_3 = \frac{-4 - \sqrt{24}}{2} = -2 - \sqrt{6}$$

Ответ:  $-2; -2 + \sqrt{6}; -2 - \sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 2x - 3y \geq -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y - 2x \leq 6 \\ 3y - 2x \geq -6 \end{cases} \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} x+y \geq -10 \\ 7x+7y \geq -70 \end{array} \right\}$$
$$|3x - 2y| \leq 4 \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y \leq 4 \\ 3x - 2y \geq -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y - 3x \leq 4 \\ 2y - 3x \geq -4 \end{cases}$$

$$3x - 2y + 7x + 7y \geq -74$$

$$10x + 5y \geq -74 \quad \text{наприимер } x = -\frac{24}{5}, y = \frac{16}{5}$$

Ответ: -74



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 3m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2 n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

$m-2n$  и  $m-2n+13$  разной четности  $\Rightarrow A$  чётно  $\Rightarrow$

$$A = 15 \cdot 4 \text{ или } 17 \cdot 4$$

если  $A = 15 \cdot 4$ , то  $m-2n$  и  $m-2n+13$ , <sup>натуральные</sup> ~~делящиеся на 2~~ взаимно просты и отличаются на 13, но  $3, 20; 15, 4$ ,  $5, 12; 15, 4; 1, 60$  таких сб. пар не однодавом,

актк. это все возможные пары взаимно-

простых, в произведении дающих 60, то

$$A \neq 60 \Rightarrow A = 17 \cdot 4, \text{ т.к. } m-2n=4 \quad m-2n+13=17$$

$$A = B = m \cdot n(m-2n-2) = m \cdot n \cdot 2 = 60 \quad (m, n \in \mathbb{N}, m > n)$$

$$\begin{cases} m \cdot n = 30 \\ m-2n = 4 \end{cases} \Rightarrow m = 4 + 2n \Rightarrow 2n^2 + 4n - 30 = 0$$

$$2(n-3)(n+5) = 0, n > 0 \Rightarrow n = 3, m = 10$$

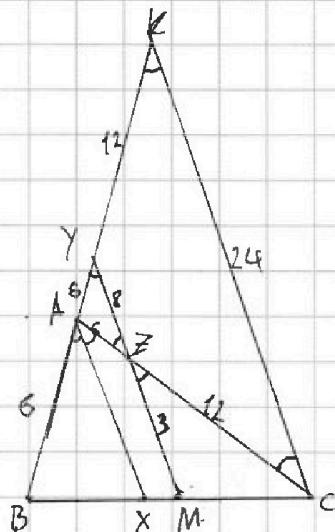
Ответ: 3, 10

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$KC \parallel AX$$

$$\angle XAC = \angle MZC, \text{ m.k. } AX \parallel ZM$$

$$\angle MZC = \angle AZY, \text{ как вертикальные}$$

$$\angle BAX = \angle BYM = \angle BKC, \text{ m.k. } AX \parallel YM \parallel KC$$

$$\angle XAC = \angle ACK, \text{ m.k. } AX \parallel KC$$

$$ZC = \angle A - \angle AZ = 18 - 6 = 12$$

$$\angle AYZ = \angle AZY \Rightarrow \triangle AYZ \text{ n.d.} \Rightarrow AY = AZ = 6$$

$$\angle AKC = \angle ACK \Rightarrow \triangle ACK \text{ n.d.} \Rightarrow AC = AK = 18 \Rightarrow YK = 12$$

$$YZ \perp KC \Rightarrow AYZ$$

$$\angle YZ = \angle AKC; \angle AYZ = \angle ACK \Rightarrow \triangle AYZ \sim \triangle AKC \Rightarrow \frac{AZ}{AC} = \frac{YZ}{KC} \Rightarrow$$

$$KC = 24$$

$$YM \parallel KC, BM = BC \Rightarrow YM - \text{ср. линия } \triangle BKC \Rightarrow YM = \frac{KC}{2} = 12$$

$$ZM = YM - YZ = 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По т. косинусов в  $\triangle AYZ$   $AZ^2 = AY^2 + YZ^2 - 2AY \cdot YZ \cos \angle AYZ$

$$6^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \angle AYZ \Rightarrow \cos \angle AYZ = \frac{2}{3}$$

По т. косинусов в  $\triangle MEC$   $MC^2 = 3^2 + 12^2 - 2 \cdot 3 \cdot 12 \cdot \frac{2}{3} =$   
 $= 9 + 144 - 48 = 105$

$$MC = \sqrt{105}$$

$$BC = 2MC = 2\sqrt{105}$$

$$\text{Ответ: } 2\sqrt{105}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^5 + 4x^2 + 4\sqrt{3x} = 2y^5 + 4y^2 + 4\sqrt{3y} \end{cases}$$

$$3x, 3y \geq 0 \Rightarrow x, y \geq 0$$

$$\text{при } x \geq 0 \quad 2x^5 \nearrow; \quad 4x^2 \nearrow; \quad 4\sqrt{3x} \nearrow \Rightarrow 2x^5 + 4x^2 + 4\sqrt{3x} \nearrow \Rightarrow \\ \Rightarrow x = y$$

$$\sqrt{2x+y} = \sqrt{3-y}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{x+4} \cdot \sqrt{3-x}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = x+4 + 2\sqrt{x+4} \cdot \sqrt{3-x} - 3+x$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} - 2 = -(\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x})^2$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = t \quad x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x+4} \geq \sqrt{3-x} \Rightarrow t \geq 0$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$(t-1) \cdot (t+2) = 0$$

$$t = 1$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 1$$

$$x+4 - 2\sqrt{x+4} \sqrt{3-x} + \sqrt{3-x}^2 = 1$$

$$\sqrt{x+4} \cdot \sqrt{3-x} = 3$$

$$(x+4) \cdot (3-x) = 9$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$12 - x - x^2 = 9$$

$$3 - x - x^2 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+12}}{-2} \quad x \geq 0 \Rightarrow x = \frac{1-\sqrt{13}}{-2}$$

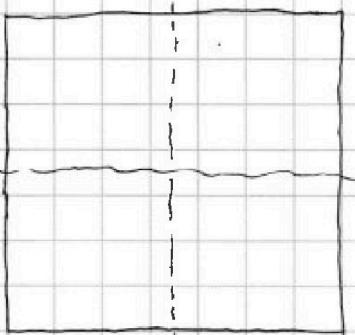
$$\text{Ответ: } x = y = \frac{1-\sqrt{13}}{-2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



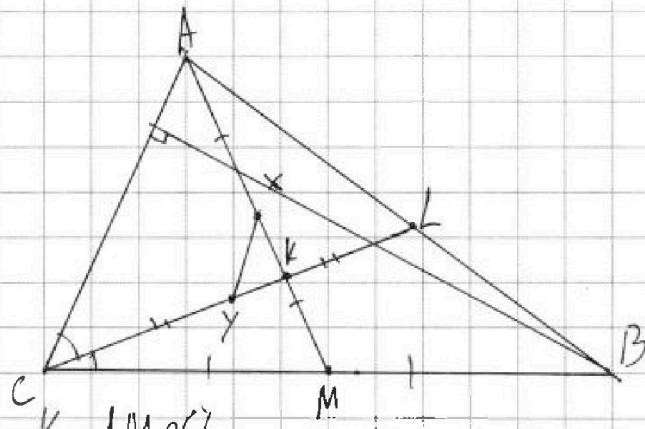
разделили квадрат на 4 области, тогда 2 перекрывающиеся вершины могут лежать внутри одной области, внутри двух соседних областей и внутри двух областей по диагонали.  
В I случае рассмотрим кол-во способов выбрать 2 вершины из 1 области - это  $15 \cdot 16$  (оставшиеся получаются из неё поворотом)  
Во II случае то же самое из 2 областей - это  $16 \cdot 16$   
~~В III случае то же, что и во I - это  $16 \cdot 16$~~   
~~Всего раскрасок  $15 \cdot 16 + 16 \cdot 16 + 16 \cdot 16 = 240 + 512 = 752$~~   
В III случае если  $16 \times 16$ , то ~~какой~~ <sup>х</sup> случай кроме тех, когда точки расположены <sup>н</sup> одинаково относительно центра квадрата получатся дважды  $\Rightarrow$  тут всего  $\frac{16 \cdot 16 - 16}{2} + 16 = 17 \cdot 8$ .  $\Rightarrow$  всего случаев  $15 \cdot 16 + 16 \cdot 16 + 17 \cdot 8 = 240 + 256 + 136 = 5632$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 2

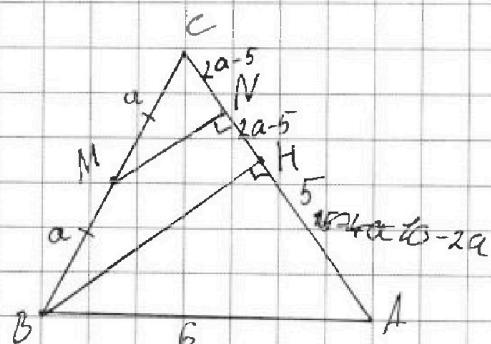
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$K - \text{кн} \angle C$   
 $PQ - \text{рад. ось } \odot R \text{ и } \omega$   
 $X - \text{центр } \odot R$        $Y - \text{центр } \omega$        $\Rightarrow PQ \perp XY$

$BH \perp AC \Rightarrow PQ \perp AC \Rightarrow XY \parallel AC \Rightarrow \frac{AX}{CY} = \frac{XK}{KY} =$   
 $= \frac{XM}{YL} = \frac{KX+AX}{KY+CY} = \frac{KA}{KL} \Rightarrow ML \parallel AC$

$(M=CB, ML \parallel AC) \Rightarrow AL=AB \Rightarrow CL - \text{медиана и биссектриса} \Rightarrow ABC \text{ п.д.}, \text{т.е. } AC=CB$



$\angle MNH = 90^\circ \text{ т.к. } N \in \odot R \text{ и } AM \text{ диаметр}$

$\text{Пусть } BM=MC=a \Rightarrow CN=2a-5 \quad BH \parallel MN \text{ и, } BM=MC \Rightarrow$

$CN-NH=2a-5 \Rightarrow NH=(5-a)(5-2a) \text{ т.к. } 10-2a$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2 \cdot \sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^5 + 4x^2 + 4\sqrt{3x} = 2y^5 + 4y^2 + 4\sqrt{3y} \end{cases}$$

$$xy \leq 3 \quad x, y \geq 0$$

$$x \geq -4$$

$$x \leq \sqrt{12}$$

$$y = x$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2 \cdot \sqrt{12-x-y^2}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{3-x} - \sqrt{x+4}$$

$$\sqrt{a-b+5} = 2ab$$

$$a-b+5 = 2ab$$

$$a-b-2ab+5=0$$

$$a-2ab = 5+b$$

$$a = \frac{5+b}{1-2b}$$

$$\sqrt{x+4} = \frac{5+\sqrt{3-x}}{1-2\sqrt{3-x}} = \underbrace{(k_1a+k_2) \cdot (l_1b+l_2)}_{=0}$$

$$(2a+4)$$

$$2 \cdot \sqrt{12-x-y^2} + 7 =$$

$$(\sqrt{x+4} + \sqrt{3-x})^2$$

$$t_1+t_2=6$$

$$k_1 \cdot t_1 = 1$$

$$k_2 \cdot t_1 = -1$$

$$k_1 \cdot k_2 = -2$$

$$\frac{t_1}{k_1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad k_1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$MN = \sqrt{a^2 - (2a-5)^2}$  по т. Тиагора в  $\triangle MNC$

$BH = 2MN$ , тк.  $BH \parallel MN$  и  $MB = MC$

по т. Тиагора в  $\triangle BNA$

$$\cancel{2} \cdot \cancel{4} (a^2 - (2a-5)^2) + (15-4a)^2 = 36$$

$$\cancel{4} \cdot (-3a^2 + 20a - 25) + 16a^2 - 120a + 225 = 36$$

$$4a^2 - 40a + 91 = 0$$

$$a = \frac{40 \pm \sqrt{40^2 - 4 \cdot 16 \cdot 91}}{8} = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 - 91}}{2} = \frac{10 \pm 3}{2}$$

$$AC = BC = 10 \pm 3$$

$$4(a^2 - (2a-5)^2) + (10-2a)^2 = 36$$

$$4 \cdot (-3a^2 + 20a - 25) + 16a^2 - 40a + 100 = 36$$

$$-8a^2 + 40a - 36 = 0$$

$$8a^2 - 40a + 36 = 0$$

$$2a^2 - 10a + 9 = 0$$

$$a = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 72}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{7}}{2}$$

$$AC = BC = 5 \pm \sqrt{7} \quad AC, BC \geq 5 \Rightarrow AC = BC = 5 + \sqrt{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

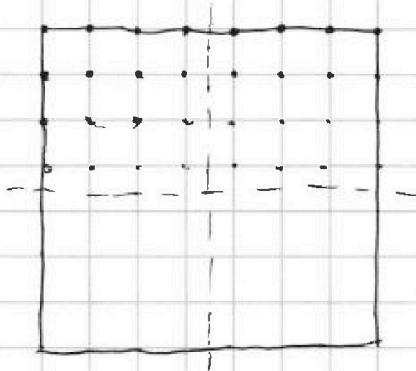
СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач шумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

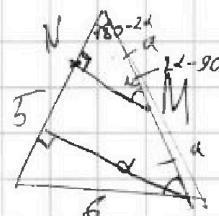
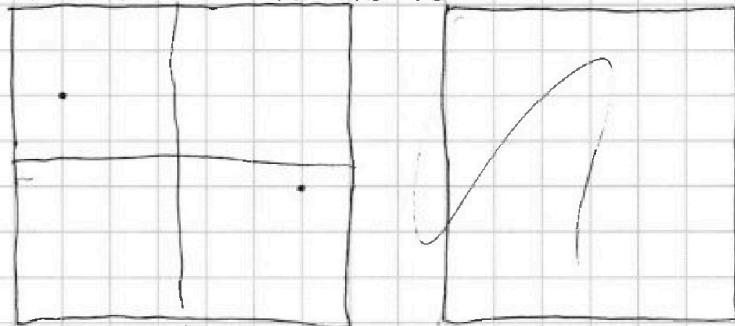
✓5

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^5 + 4x^2 - 4\sqrt{3y} = 2y^5 - 4\sqrt{3x} + 4y^2 \end{cases}$$

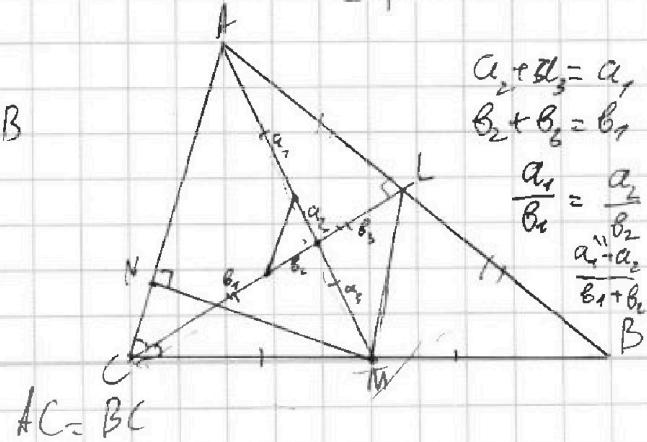
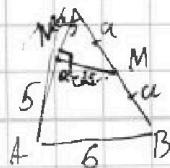
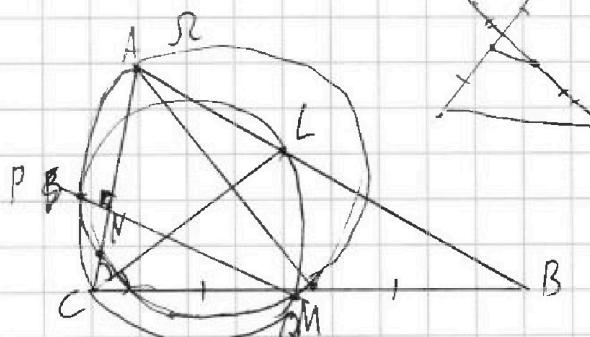
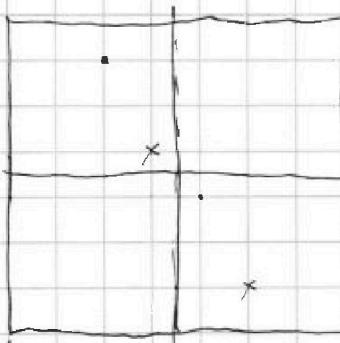
✓6



$$16 \cdot 15 + 16 \cdot 16 + 16 \cdot 16$$



$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 96 \\ 16 \\ \hline 256 \end{array}$$



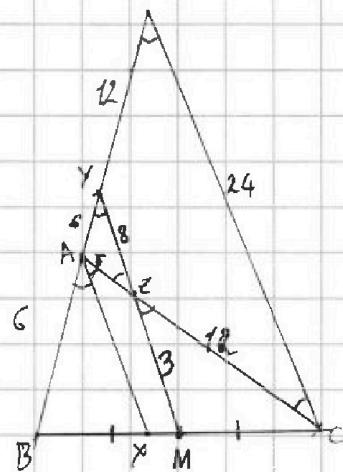
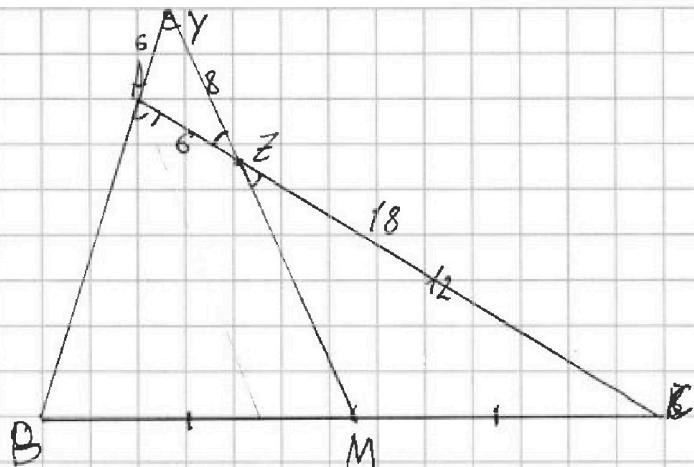


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

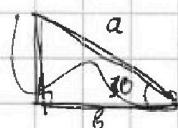
- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a^2 = c^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \alpha$$



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$MC^2 = 3^2$$

$$6^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{8^2}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{2}{3}$$

$$MC^2 = 3^2 + 12^2 - 2 \cdot 3 \cdot 12 \cdot \frac{2}{3} -$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$10x+5y - \min^n$$

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-3y \leq 6 \\ 2x-3y \geq -6 \\ 3x-2y \leq 4 \\ 3x-2y \geq -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x-5y \geq -10 \\ 5x-5y \leq 10 \end{cases} \quad \begin{cases} -x-y \leq 6/10 \\ -x-y \geq -10 \end{cases}$$

$$x+y=10$$

$$3x-2y \leq 4$$

$$\begin{cases} x+y=6 \\ x+y=10 \end{cases}$$

$$10x+5y = -74$$

$$3x-2y \geq -4$$

$$\begin{array}{l} 5x+5y = 60 \\ -24 \\ \hline 5x = 36 \\ x = \frac{36}{5} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 15x-10y = 4 \\ 10x+5y = -74 \\ \hline 5x = -78 \\ x = -\frac{78}{5} \end{array}$$

$$\sqrt{5^2 + 15^2} = \sqrt{25 + 225} = \sqrt{250} = \sqrt{25 \cdot 10} = 5\sqrt{10}$$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

$$\begin{cases} m-2n=4 \\ m-n=30 \end{cases}$$

$$m=4+2n$$

$$2n^2 + 4n - 30 = 0$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$(n+5)(n-3) = 0$$

$$\begin{cases} n=3 \\ m=10 \end{cases}$$

$$17p^2, 15q^2$$

$$4 \quad 17$$

$$3 \cdot 5 \cdot 2^2 \quad 17 \cdot 2^2$$

$$6a = 4a \cdot b$$

$$4a - b = 13$$

$$20 \quad 3$$

$$12 \quad 3$$

$$4 \quad 15$$

$$60 \quad 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_2 = 12 - 12x$$

$$12 - 12 \div (1-x)$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2$$

$$x^2 \cdot (x+4)^2$$

$$a_8 = (-6x^2)$$

$$-6x^2$$

$$2(12 - 12x - (x^2 + 4x)^2) = (x^2 + 4x)^2 + 6x^2$$

$$24 - 24x = 3(x^2 + 4x)^2 + 6x^2$$

$$8 - 8x = (x^2 + 4x)^2 + 2x^2$$

~~$$a_2 - a_8 = 1.5(a_4 - a_8)$$~~

$$8 - 8x = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$16 - 64 + 64 + 8 - 16 - 8 = 0$$

~~$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 8x - 8 = 0$$~~

$$x = -2$$

$$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4) = 0$$

$$-8 + 24 - 12$$

$$(x+2)^2(x^2 + 4x - 2) = 0$$

$$(x+2)^2(x - \frac{-4 + \sqrt{14}}{2}) (x - \frac{-4 - \sqrt{14}}{2})$$