



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задание №1.

Пусть a_1, a_2, a_3, \dots – члены арифм. прогрессии. d – разность арифм. прогрессии.

Тогда по условию: $a_1 = x$, $a_2 = 12 - 12x$, $a_4 = (x^2 + 4x)^2$, $a_8 = -6x^2$.

Поскольку это арифм. матическая прогрессия, то:

$$a_1 = a_1, a_2 = a_1 + d, a_4 = a_1 + 3d, a_8 = a_1 + 7d \quad (a_n = a_1 + (n-1)d)$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда: } a_8 - a_2 &= a_1 + 7d - a_1 - d = 6d \\ -6x^2 - 12 + 12x &= 6d \\ d &= 2x - x^2 - 2 \end{aligned}$$

$$\text{Тогда } a_1 = a_2 - d = 12 - 12x - 2x + x^2 + 2 = x^2 - 14x + 14$$

$$\Rightarrow a_4 = a_1 + 3d =$$

$$(x^2 + 4x)^2 = a_1 + 3d$$

$$(x^2 + 4x)^2 = x^2 - 14x + 14 + 3 \cdot (2x - x^2 - 2)$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 = x^2 - 14x + 14 + 6x - 3x^2 - 6$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 = -2x^2 - 8x + 8$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

Потенциальные корни: $\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8$

$$1: 1 + 8 + 18 + 8 - 8 \neq 0 \text{ - не подходит}$$

$$-1: -1 - 8 + 18 - 8 - 8 \neq 0 \text{ - не подходит}$$

$$+2: 2^4 + 2^6 + 18 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 - 8 \neq 0 \text{ - не подходит}$$

\checkmark

$$-2: -2^4 - 2^6 - 18 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2 - 8 = 0$$

$$16 - 64 + 72 - 16 - 8 = 0 \text{ - верно}$$

$\Rightarrow -2$ – корень.

$$\begin{array}{r} x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 \longdiv{r} x^2 \\ x^4 + 2x^3 \\ \hline 6x^3 + 18x^2 \\ -6x^3 - 12x^2 \\ \hline -6x^2 + 8x \\ -6x^2 - 12x \\ \hline -4x - 8 \\ -4x - 8 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = (x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4)$$

$$x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$$

Потенциальные корни:

$$\pm 1; \pm 2; \pm 4$$

± 1 – не подходят (разное в знаменателе)

$$+2: 2^3 + 6 \cdot 2^2 + 6 \cdot 2 - 4 \neq 0$$

$$-2: -2^3 + 6 \cdot 2^2 - 12 - 4 = 0 \text{ - верно.}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 6x^2 + 6x - 4 \longdiv{r} x+2 \\ x^3 + 2x^2 \\ \hline -4x^2 + 6x \\ -4x^2 - 8x \\ \hline -2x - 4 \\ -2x - 4 \\ \hline 0 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(Задание №1)

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = (x+2)^2(x^2+4x-2) = 0$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$\Delta = 16 + (-4)(-2) - 4(-2) = 24$$

$$x_1 = \frac{-4 + \sqrt{24}}{2} = -2 + \sqrt{6}$$

$$x_2 = \frac{-4 - \sqrt{24}}{2} = -2 - \sqrt{6}$$

$$\text{для } x = -2 \Rightarrow x = \{-2 + \sqrt{6}; -2 - \sqrt{6}; -2\}$$

Проверка: $a_1 = x^2 - 14x + 14 = 4 + 28 + 14 = 46$

$$d = 2x - x^2 - 2 = -4 - 4 - 2 = -10$$

$$a_4 = a_1 + 3d = 46 - 30 = 16$$

$$(x^2 + 4x)^2 = (4 - 8)^2 = 16$$

$$\textcircled{1} \quad x = \sqrt{6} - 2$$

$$a_1 = (\sqrt{6} - 2)^2 - 14(\sqrt{6} - 2) + 14 = 6 - 4\sqrt{6} + 4 - 14\sqrt{6} + 28 + 14 =$$

$$= 52 - 18\sqrt{6}$$

$$d_1 = 2(\sqrt{6} - 2) - (\sqrt{6} - 2)^2 - 2 = 2\sqrt{6} - 4 - 6 + 4\sqrt{6} - 4 - 2 = 6\sqrt{6} - 16$$

$$a_4 = 52 - 18\sqrt{6} + 3(6\sqrt{6} - 16) = 52 - 48 = 4$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2 = (6 - 4\sqrt{6} + 4 + 4\sqrt{6} - 8)^2 = 4$$

$$\textcircled{2} \quad x = -\sqrt{6} - 2$$

$$a_1 = (-\sqrt{6} - 2)^2 - 14(-\sqrt{6} - 2) + 14 = 6 + 4\sqrt{6} + 4 + 14\sqrt{6} + 28 + 14 =$$

$$= 18\sqrt{6} + 52$$

$$d_1 = 2(-\sqrt{6} - 2) - (-\sqrt{6} - 2)^2 - 2 = -2\sqrt{6} - 4 - 6 - 4\sqrt{6} - 4 - 2 =$$

$$= -6\sqrt{6} - 16$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2 = a_1 + 3d$$

$$(6 + 4\sqrt{6} + 4 - 4\sqrt{6} - 8)^2 = 18\sqrt{6} + 52 - 18\sqrt{6} - 48$$

$$= 4$$

Ответ: $-\sqrt{6} - 2; \sqrt{6} - 2; -2$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

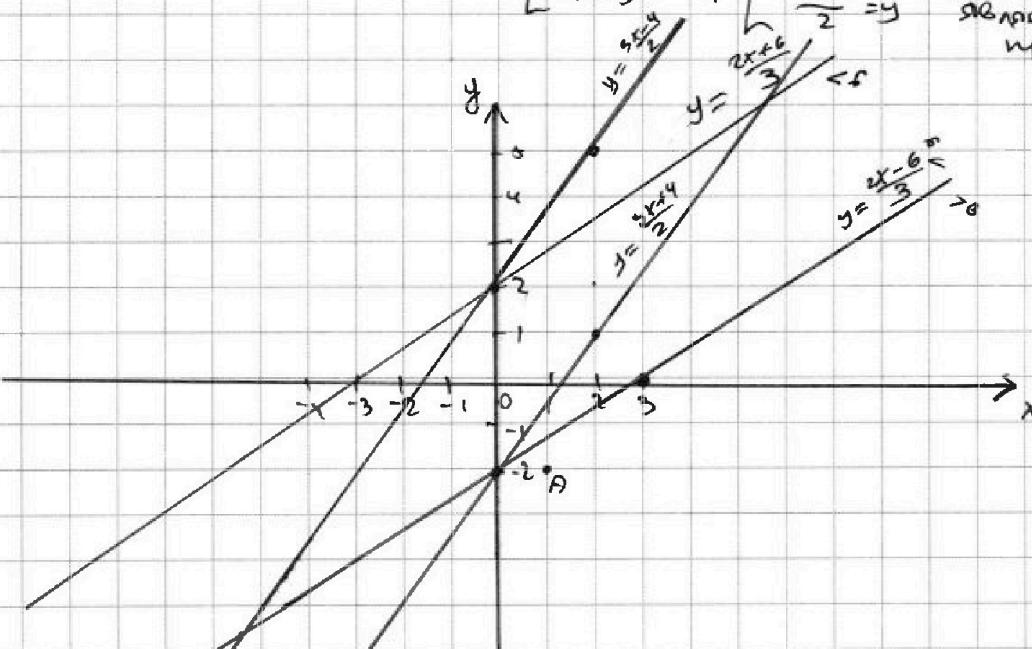
задание №2

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

1) $\begin{cases} 2x-3y=6 \\ 2x-3y=-6 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x-6=3y \\ 2x+6=3y \end{cases}$ $\begin{cases} y = \frac{2x-6}{3} \\ y = \frac{2x+6}{3} \end{cases}$ - графи-
ком

2) $\begin{cases} 3x-2y=4 \\ 3x-2y=-4 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x-4=2y \\ 3x+4=2y \end{cases}$ - Графи-
ком

является
прямая



1) $2x-3y=2+6=8$
A(1; -2)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается чиривиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(задание 3)

$m, n \in \mathbb{N}$; p, q - простые.

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

$$\textcircled{1} \quad A = 17p^2; \quad B = 15q^2$$

$$17p^2 = (m-2n)(m-2n+13) \quad ; \quad m-2n < m-2n+13$$

\Rightarrow возможные варианты:

$$m-2n < m-2n+13$$

- | | | |
|----|-------|---------|
| 1) | 1 | $17p^2$ |
| 2) | p | $17p$ |
| 3) | p^2 | 17 |
| 4) | 17 | p^2 |
- { зависимости от p .

Рассмотрим все варианты:

$$1) \quad m-2n=1$$

$$17p^2 = 1 \cdot (1+13)$$

$17p^2 = 14$ - неверно.

$$2) \quad m-2n=p$$

$$17p^2 = p \cdot (p+13)$$

$$3) \quad m-2n=p^2$$

$$17p^2 = p^2(p^2+13)$$

$$p^2+13=17$$

$$p^2=4$$

$$p=2, \text{ т.к. } p>0$$

$$\Rightarrow m-2n=4$$

$$m=2(2+n)$$

$$p+13=17p$$

$$13=16p - \text{неверно}$$

\Rightarrow проверил пункт 3-ий вариант.

$$B = mn(m-2n-2) = 15q^2$$

$$2(2+n) \cdot n(4-2) = 15q^2$$

$$4 \cdot (2+n) \cdot n = 15q^2 \quad 15 \mid 4 \Rightarrow q^2 \mid 4, \text{ т.к.}$$

q - простое, а простым может быть только одно число, т.к. $q=2$.

$$(2+n) \cdot n = 15$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$(n+5)(n-3) = 0$$

$$\begin{cases} n=3 \\ n=-5 \end{cases} \quad \text{- не подходит, т.к. } n \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow n=3 \quad m=2(2+n)=2(2+3)=10$$

$$\Rightarrow m=10, n=3 \text{ при } p=q=2.$$

$$4) \quad m-2n=17 \quad 17p^2 = 17 \cdot (17+13) = 17 \cdot 30 \Rightarrow p \geq 2, 17 \mid 30 \Rightarrow p^2=30 - \text{неверно.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(Задание 3)

② Если $B = 17q^2$; $A = 15q^2$

$$(m-2n)(m-2n+13) = 15q^2, \text{ т.к. } m-2n < m-2n+13$$

рассмотрим

возможные

случаи:

$$\begin{array}{c} m-2n < m-2n+13 \\ \hline 1 \quad 15q^2 \\ 2 \quad 15q \\ 3 \quad 5q^2 \\ 4 \quad 5q \\ 5 \quad 3q^2 \\ 6 \quad 3q \\ 7 \quad q^2 \\ 8 \quad 15 \end{array}$$

$$m-2n < m-2n+13$$

$$1) \quad 1 \quad 15q^2$$

$$2) \quad 9 \quad 15q$$

$$3) \quad 3 \quad 5q^2$$

$$4) \quad 5 \quad 3q^2$$

$$5) \quad 3q \quad 5q$$

$$6) \quad q^2 \quad 15$$

$$7) \quad 15 \quad q^2$$

$$5q > 3q$$

$$3q^2 > 5$$

зависит от q (не всегда $q^2 > 5$)

1)

$$m-2n = 1$$

$$(m-2n)(m-2n+13) \neq 15q^2$$

$$1(1+13) = 15q^2$$

$$14 = 15q^2 - \text{неверно}$$

+ к.к. q -простое.

2) $m-2n = 9$

$$9(9+13) = 15q^2$$

$$9^2 + 13q = 15q^2$$

$$14q^2 - 13q = 0$$

$$q(9 - \frac{13}{14}) = 0$$

$$\begin{cases} q=0 \\ q = \frac{13}{14} \end{cases} - \text{неверно}, \text{т.к. } q \text{-простое}$$

3)

$$m-2n = 3$$

$$(m-2n)(m-2n+13) = 15q^2$$

$$3(3+13) = 15q^2$$

$$3 \cdot 16 = 15q^2$$

$$16 = 15q^2 - \text{неверно, т.к. } q \text{-простое.}$$

4) $m-2n = 3q$

$$3q(3q+13) = 15q^2$$

$$39q = 15q^2 - 9q^2$$

$$6q^2 - 39q = 0$$

$$3q(3q-13) = 0$$

$$\begin{cases} q=0 \\ 3q=13 \end{cases} - \text{неверно}$$

a)

$$m-2n = 5$$

$$5(5+13) = 15q^2$$

$$5 \cdot 18 = 15q^2$$

$$5 \cdot 9 \cdot 2 = 15q^2$$

$$6 = q^2 - \text{неверно, т.к. } q \text{-простое}$$

5) $m-2n = 3q^2$

$$3q^2(3q+13) = 15q^2$$

$$9q^2 = 15q^2 - 9q^2$$

$$6q^2 - 30q = 0$$

6)

$$m-2n = q^2, m-2n+13 = 15$$

$$m-2n = 2$$

$$\Rightarrow q^2 = 2 - \text{неверно, т.к. } q \text{-простое}$$

7) $m-2n = 15$

$$15(15+13) = 15q^2$$

$$28 = q^2 - \text{неверно, т.к. } q \text{-простое}$$

$$\Rightarrow \text{подходит только } (m; n) = (10; 5) \text{ при } q = p = 2$$

$$\text{Ответ: } (10; 5) \text{ и } (10; 3) \text{ (при } q = p = 2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(Задание 4)

⑧ $\triangle ABC$: по т. косинусов;

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos 2\alpha$$

$$BC^2 = 6^2 + 18^2 - 2 \cdot 6 \cdot 18 \cos 60^\circ$$

$$BC^2 = 36 + 324 - 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \frac{1}{2}$$

$$BC^2 = 360 + 24$$

$$BC^2 = 384$$

$$BC = 8\sqrt{6}$$

Ответ: $BC = 8\sqrt{6}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задание 4

Дано:

ΔABC

AX -бисс-са

M -сер. BC .

$(MY) \parallel AX$

$MY \cap AC = Z$

$MY \cap AB = Y$

$AC = 18$

$AZ = 6$

$YZ = 8$

Найти:

$BC - ?$

Решение:

$$\textcircled{1} \quad AC = AZ + ZC; \quad AC = 18$$

$$AZ = 6 \Rightarrow ZC = 12$$

\textcircled{2} Проведем через T . С прямую, параллельную AX .

$$AX \parallel TC \parallel MY \cdot TC \cap AB = T.$$

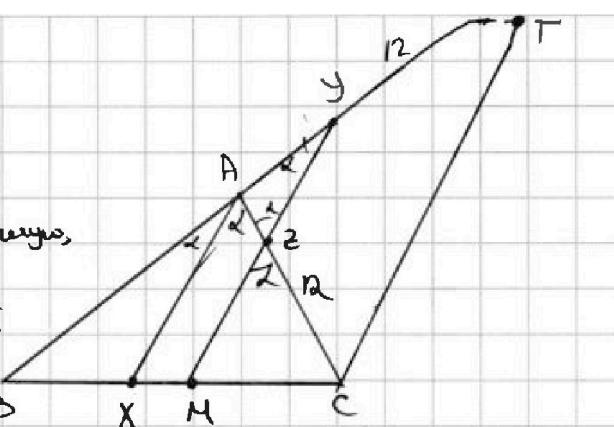
$$\textcircled{3} \quad \text{Пусть } \angle BAX = \angle KAC = d.$$

тогда: $\angle BYM = d = \angle BAX$ (как соответствующие)

$\angle MBC = d = \angle KAC$ (как внутр.искрст.внешн.)

$\Rightarrow \angle MYC = \angle AZY = d$ (как вертикальные)

$$\Rightarrow \triangle ZAY - \text{пр.д} \quad (\text{т.к. } \angle AZY = \angle AYD = d) \Rightarrow AZ = AY = 6.$$



\textcircled{4} $\triangle CAT: \angle AZY = \angle ACT = d$ (как внутр.соответствующие при параллельных прямых $CT \parallel ZY$, $ZY \in MY, MY \parallel CT$)

и $\angle ATC = \angle AYZ = d$ аналогичным образом.

$$\Rightarrow \triangle CAT - \text{пр.д} \quad (\text{т.к. } \angle ACT = \angle ATC = d) \Rightarrow AT = AC = 18$$

\textcircled{5} $\triangle ZAY \sim \triangle CAT$ (по 2-ум углам).

$$k = \frac{AZ}{AC} = \frac{YA}{AT} = \frac{ZY}{TC} \neq$$

$$k = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}; \Rightarrow ZC = 12 - (AC - AZ)$$

$$\Rightarrow YT = 12, \quad (\cancel{AT} = AC;$$

$$\Rightarrow \cancel{YT} = AT - AY$$

$$YT = 18 - 6 = 12$$

\textcircled{6} $\triangle CBT: \cancel{MY} \parallel CT; \quad M\text{-середина } BC \Rightarrow$

Y -серединка BT . $\Rightarrow BY = YT = 12$

(по т.Фалеса)

$$BY = BA + AY = 12$$

$$BY = 6 + BA = 12$$

$$BA = 6$$

\textcircled{7} $\triangle AZY$: по т.косинусов: $AZ^2 = AY^2 + YZ^2 - 2AY \cdot YZ \cdot \cos d$

$$6^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos d; \quad 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos d = 64; \quad \cos d = \frac{8}{12}; \quad \cos d = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \cos d = (\cos^2 d - \sin^2 d) = 2 \cos^2 d - 1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(Задание 5) $7 - 25 = 4(x+4)(3-x) - 18\sqrt{x+4}\sqrt{3-x}$

$$-18 = 4(x+4)(3-x) - 18\sqrt{x+4}\sqrt{3-x}$$

$$-9 = 2(x+4)(3-x) - 9\sqrt{x+4}\sqrt{3-x}$$

$$9\sqrt{x+4}\sqrt{3-x} = 2(x+4)(3-x) + 9$$

$$81(x+4)(3-x) = 4(x+4)^2(3-x)^2 + 36(x+4)(3-x) + 81$$

$$4(x+4)^2(3-x)^2 - 45(x+4)(3-x) + 81 = 0$$

$$4(x+4)^2(x-3)^2 + 45(x+4)(x-3) + 81 = 0$$

Замена: $(x+4)(x-3) = t$

$$4t^2 + 45t + 81 = 0$$

$$\Delta = 45^2 - 16 \cdot 81 = 9^2 \cdot 5^2 - 16 \cdot 9^2 = 9^2(25 - 16) = 9^2 \cdot 9$$

$$\sqrt{\Delta} = 27$$

$$t_1 = \frac{-45 - 27}{8} = -9$$

$$t_2 = \frac{-45 + 27}{8} = -\frac{9}{4}$$

Обратная замена:

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + x - 12 = -9 \\ x^2 + x - 12 = -\frac{9}{4} \end{array} \right. \quad \left[\begin{array}{l} x^2 + x - 3 = 0^{(1)} \\ x^2 + x - 9,75 = 0^{(2)} \end{array} \right.$$

(1) $x^2 + x - 3 = 0$

$$\Delta = 1(-3)(4) = 13$$

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} < 0, \text{ а } x_2 > 0$$

$$x_2 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} > 3 \text{ - недопустим}$$

(2) $x^2 + x - 9,75 = 0$

$$\Delta = 1 - 4(-9,75) = 1 + 4(9 + \frac{3}{4}) = 1 + 36 + 3 = 40$$

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{40}}{2} < 0 \text{ - недопустим}$$

$$x_2 = \frac{-1 + \sqrt{40}}{2} = \frac{-1 + 2\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10} - 0,5 < 3$$

Ответ: $(\frac{-\sqrt{13}-1}{2}; \frac{\sqrt{13}-1}{2}); (\sqrt{10}-0,5; \sqrt{10}-0,5)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задание 5

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 \end{cases} \quad (\star)$$

$$\begin{cases} x, y \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x, y \geq 0 \\ x \geq -4 \end{cases}$$

$$(1): 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2$$

$$2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) + \sqrt[4]{3}(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

$$2(x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4) + 4(x-y)(x+y) + \sqrt[4]{3}(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

$$2(x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4 + 2x + 2y) + \sqrt[4]{3}(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

$$2(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y})(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y})(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4 + 2x + 2y) + \sqrt[4]{3}(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

$$2(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y})(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y})(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4 + 2x + 2y + \frac{\sqrt[4]{3}}{2}) = 0$$

ТАК КАК $x \geq 0$; $\sqrt[4]{x} \geq 0$; $y \geq 0$, то

$$x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4 + 2x + 2y + \frac{\sqrt[4]{3}}{2} > 0.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y} = 0 \\ \sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y} = 0 \\ \sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = y \\ x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

Проверим, подходит ли наша система при $x=y=0$.

$$\begin{cases} \sqrt[4]{4} - \sqrt[4]{3} + 5 = 2\sqrt{12} \\ 0 + 0 - 0 = 0 - 0 + 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 7 - \sqrt[4]{3} = 2\sqrt{2} \\ 0 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 7 = 5\sqrt[4]{3} - \text{неверно} \\ 0 = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow x=y=0$ - не является решением.

$$\Rightarrow x=y \neq 0$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (\star) \quad & \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} \\ & \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{x+4} \sqrt{3-x} - 5 \\ & x+4 + 3-x - 2\sqrt{x+4} \sqrt{3-x} = 4(x+4)(3-x) + 25 - 20\sqrt{x+4} \sqrt{3-x} \\ & 7 - 25 = 18 \cancel{\sqrt{x+4} \sqrt{3-x}} \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_2 = 12 \cdot 12x = a_1 + d$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2 = a_1 + 3d$$

$$a_8 = -6x^2 = a_1 + 7d$$

$$a_8 - a_2 = 6d = -6x^2 - 12 + 12x$$

$$d = -x^2 + 2x - 2$$

$$a_1 = a_2 - d : 12 - 12x + x^2 - 2x + 2 =$$

$$= x^2 - 14x + 14$$

$$a_4 = a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2 = x^2 - 14x + 14 + 3(-x^2 + 2x - 2)$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 = x^2 - 14x + 14 - 3x^2 + 6x - 6$$

$$3y = 2x - 6$$

№2

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x^2 - 8 = 0$$

$$10x + 5y - ?$$

$$2x - 3y - 6 \leq 0$$

$$2x - 3y - 6 = 0$$

$$|2x - 3y| \leq 6$$

$$-2^3 + 9 - 1 = 0$$

$$-2 - \text{корень } -2x + 3y - 6 = 0$$

$$\textcircled{1} \quad 2x - 3y$$

$$2x - 3y \frac{3}{2} \overline{-} x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 \quad |x+2$$

$$3x^2, 4, 5y \frac{x^3 + 2x^3}{6x^3 + 12x^2}$$

$$2x \leq 3y \quad \frac{6x^3 + 18x^2}{6x^2 + 12x}$$

$$\textcircled{1} \quad 2x - 3y \geq 0 \quad \begin{array}{r} -6x^2 + 8x \\ \hline 6x^2 + 12x \\ \hline -4x - 8 \\ \hline -4x - 8 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$x^3 + 6x^2 + 6x - 4$$

$$12 - 12x = 12 - 12(\sqrt[3]{6} - 2) =$$

$$= 12 - 12\sqrt[3]{6} + 24 =$$

$$= 36 - 12\sqrt[3]{6} = -6$$

$$x^4 \approx -4$$

$$x^4 = -10 - 4 - 2 =$$

$$4 + 2\sqrt[3]{6} + 1/4$$

$$\textcircled{8}$$

$$-1, -2, -4$$

$$x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x = -2 - \text{корень}$$

$$\textcircled{38}$$

$$-2^3 + 6 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 - 4 = 0$$

$$-8 + 24 - 12 - 4 = 0$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$\begin{array}{r} -x^3 + 6x^2 + 6x - 4 \quad |x+2 \\ \hline x^3 + 2x^2 \quad \quad \quad x^2 + 4x - 2 \\ \hline -4x^2 + 6x \end{array}$$

$$\Delta = 16 + 4 \cdot 2 =$$

$$= 16 + 8 = 24$$

$$x_1 = \frac{-4 + 2\sqrt{6}}{2} = \sqrt[3]{6} - 2$$

$$x_2 = \frac{-4 - 2\sqrt{6}}{2} = -2 - \sqrt[3]{6}$$

$$\frac{-4x^2 + 8x}{-2x - 4}$$

$$\frac{-2x - 4}{0}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a₁

$$a_2 = 12 + 2x = a_1 + d \quad x - ?$$

a₃ =

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2 = a_1 + 3d$$

$$a_9 = -6x^2 = a_1 + 8d$$

$$a_1 + 3d - a_1 - d = a_4 - a_2$$

$$a_4 - a_2 = (x^2 + 4x)^2 - 12 + 12x$$

$$a_1 + 8d - a_1 - d = a_9 - a_2$$

$$8d = -6x^2 - 12 + 12x$$

$$8d = 2x - 2 - x^2$$

$$a_2 - a_8 = 12 - 12x + 6x^2$$

$$-6d = 6x^2 - 12x + 12$$

$$\therefore d = x^2 - 2x + 2$$

$$d = x^2 - 2x + 2$$

$$\Rightarrow a_4 = \frac{12 - 12x - 2x + 2 + x^2}{2} = \\ = x^2 - 14x + 14$$

~~12 - 12x~~

$$a_3 = \frac{(x^2 + 4x)^2 - 12 - 12x}{2}$$

$$12 - 12x = a_1 + x^2 - 2x + 2$$

$$10 - 10x = a_1$$

$$a_1 = 10 - 10x - x^2$$

$$a_3 = \frac{x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12 - 12x}{2}$$

$$a_3 = \frac{0,5x^4 + 4x^3 + 12 - 12x}{2}$$

$$10 - 10x - x^2 + 3(x^2 - 2x + 2) = (x^2 + 4x)^2$$

$$(10 - 10x - x^2 + 3x^2 - 6x + 6) = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$2x^2 - 16x + 16 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 16x - 16 = 0$$

изв. корни:

$$-2 \quad 2 \quad -4 \quad 4$$

$$\begin{array}{r} x^4 \\ \times 4 \\ \hline 64 \\ \times 4 \\ \hline 256 \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 \\ \times 2 \\ \hline 4 \\ \end{array}$$

$$256 + 70$$

$$a_8 - a_2 = 6d$$

$$-6x^2 + 12x - 12 = 6d$$

$$-x^2 + 2x - 2 = d$$

$$a_1 = 12 - 12x + x^2 - 2x + 2 = 4^4 - 8 \cdot 4^3 + 14 \cdot 4^2 - 16 \cdot 4 - 16 \cdot 8 - 8 \\ = 14 - 14x + x^2$$

отс

$$a_4 = x^2 - 14x + 14 + 3(2x - 2 - x^2) =$$

$$= (x^2 + 4x)^2$$

$$x^2 - 14x + 14 + 6x - 6 - 3x^2 =$$

$$= x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$-2x^2 - 8x + 8 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$2^4 - 2^5 + 18 \cdot 2^3 + 16 - 8$$

$$16 - 32 + 72 - 16 - 8$$

$$(6 + 2 + 8 - 32 + 56 - 32 - 16)$$

$$16^2 - 16 \cdot 2 + 14 \cdot 4^2 - 16 \cdot 5 = 0$$

$$16(16 - 32 - 5) + 14 \cdot 4 = 0$$

$$16^2 - 16 \cdot 5 + 14 \cdot 4 = 0$$

$$16^2 - 16 \cdot 5 + 14 \cdot 4 = 0$$

$$16^2 - 16 \cdot 5 + 14 \cdot 4 = 0$$

$$16^2 - 16 \cdot 5 + 14 \cdot 4 = 0$$

$$16^2 - 16 \cdot 5 + 14 \cdot 4 = 0$$

$$16^2 - 16 \cdot 5 + 14 \cdot 4 = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - h(mn + 4n^2 + 13m - 26n) \stackrel{m, n \in \mathbb{N}}{=} (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

$$m-2n = k, k \in \mathbb{Z} \quad k \in \mathbb{N}$$

$$mn = t$$

$$m-2n = k$$

$$k = 17l$$

$$\text{или } k+13 = 17l$$

$$\begin{cases} k(k+13) = 17l^2 \\ l(k-2) = 15g^2 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

, y > 0

$$2x^5 + 4xy^2 - 4\sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x} + 4y^2$$

$$2(x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4 + 2x + 2y) + \sqrt{3}(4\sqrt{x} - 4\sqrt{y}) = 0, \quad x - y$$

$$x^5 - y^5 = (x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + 4x^3y^3 + 4x^2y^4)$$

$$x^5 - 4x^4y + 6x^3y^2 - 4x^2y + 4y^4x - 4x^4y^2 + 4x^3y^3$$

$$(x-y)(x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4) = x^5 - yx^4 - 4x^4y + 4x^3y^2 + 8x^3y - 8x^2y^3 + 4x^2y^3 +$$

$$+ 4xy^4 - y^5$$

$$\sqrt[3]{3y} + \sqrt[4]{3x}$$

$$(x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)$$

$$\sqrt[4]{3y} + \sqrt[3]{3x}$$

$$\sqrt[3]{4y} - \sqrt[3]{4x}$$

$$x^5 + 4x^4y - 8x^3y^2 + 4x^2y^3 + ky^4 - yx^4 + 8x^2y^3 - 4ky^4 - y^5 = \sqrt[4]{y} - \sqrt[3]{x})(\sqrt[3]{y} + \sqrt[4]{x})$$

$$x^5 - \boxed{x^4y} - \boxed{x^3y^2} + \boxed{x^2y^3} - \boxed{xy^4} - \boxed{y^5} = (y - x)(y + x)(\sqrt[3]{y} + \sqrt[4]{x})$$

$$x^5 - x^4y + x^3y^2 + x^2y^3 + xy^4 - y^5 = (y^2 - x^2)(\sqrt[3]{y} + \sqrt[4]{x})$$

$$x^5 - yx^4 + x^3y^2 + x^2y^3 + xy^4 - y^5$$

$$(x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4) + \sqrt[4]{3}(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) \\
 & \quad \downarrow \\
 & = 0 \text{ при } x=y=0 \\
 & -\frac{36}{81} \quad \textcircled{55} \quad \frac{36}{45} \quad \textcircled{55} \quad \frac{36}{45} \quad \textcircled{55} \\
 & \quad 8 \quad (3-x)(x+4) \cdot L_1 + 1 + \frac{4}{\sqrt{x+4}} \\
 & \quad (3x+12)4 - 4x(x+4) + 3 + 12\sqrt{x+4} - \\
 & \quad - x - 4x\sqrt{x+4} = x+5 + 2\sqrt{x+4} \\
 & \quad \sqrt{x} - \sqrt{y} = (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \\
 & (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4 + 2\sqrt[4]{3}) = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \quad \textcircled{1} \quad x=y=0 \\
 & \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \quad \textcircled{2} \quad x=y=0 \text{ или } \text{другие корни} \\
 & \frac{1}{2} \frac{1}{2} \quad \textcircled{3} \quad x=y=0 \\
 & 81 \cdot 25 = 81 \cdot 18 \quad x=y=0 \\
 & 81(25-18) = 81 \cdot y - \text{решение} \quad \frac{18}{8} = \frac{9}{4} \\
 & = 81 \cdot 9 \quad y, x - \text{решение.} \\
 & -12 + \frac{9}{4} = 2 \cdot \alpha \\
 & \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} \\
 & 2,25-12 \quad x+4 - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} \quad \text{уб}
 \end{aligned}$$

$$\sqrt[4]{3^4}$$

$$\sqrt[4]{3^3}$$

$$L_2$$

$$\begin{aligned} & 3^{\frac{3}{4}} \quad \text{ЗАВЕЛИКУ}! \\ & 3^{\frac{2}{4}} \quad \text{запись} \\ & 3^{\frac{1}{2}} \quad \text{запись} \\ & 3^{\frac{1}{2}} \quad \text{запись} \end{aligned}$$

$$12-x-x^2 = 2 \quad \frac{1}{2}$$

$$x+5 + 2\sqrt{x+4} = 1$$

$$a, b \neq 0$$

$$x+4 \neq 0 \quad x+5 + 2\sqrt{x+4} = (3-x)(\sqrt[4]{4(x+4)} +$$

$$+ \sqrt[4]{x+4})$$

$$0,25-10$$

$$y, 75$$

$$1+4 \cdot 3 =$$

$$\textcircled{13}$$

$$4 \cdot 9,75 + 1$$

$$36 + \frac{75 \cdot 4}{100}$$

$$36 + 3 + \frac{3}{4}$$

$$\textcircled{10}$$

$$\begin{aligned}
 a^4 - 8a^2 + 5 &= 2ab \quad x+4 + 1 + 2\sqrt{x+4} = 3-x \\
 \frac{a^2 + 5}{2a+1} - b &= 0 \quad \frac{4(x+4) + 1 + 4\sqrt{x+4}}{4(x+4) + 1 + 4\sqrt{x+4}} \\
 \frac{x+4 + 5}{2(x+4) + 1} &= \sqrt{3-x}
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} AC &= 18 \\ AZ &= 6 \\ YZ &= 8 \end{aligned}$$

по т. косинусов

$$\begin{aligned} A^2 &= Ax^2 + yz^2 - 2Ayz \cos \alpha \\ 6^2 &= 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cos \alpha \\ 36 &= 100 - 96 \cos \alpha \\ \cos \alpha &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\cos 2\alpha = (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$$

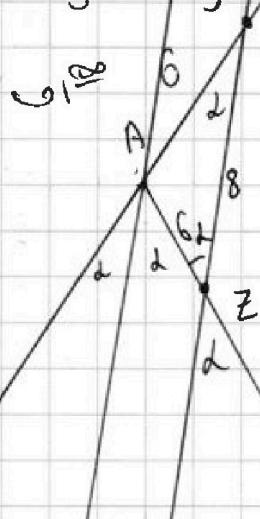
$$\begin{aligned} \cos 2\alpha &= 2\cos^2 \alpha - 1 \\ \cos 2\alpha &= \frac{4}{9} - 1 \\ \cos 2\alpha &= \frac{-5}{9} \end{aligned}$$

$$A(y) = yz$$

$$\begin{aligned} \frac{8}{3} &= \frac{8}{9} \\ 8 &= \frac{8}{3} \cdot 3 \end{aligned}$$

$$10 \cdot (10 - 6 - 2)$$

$$10 \cdot 2$$



$$(10 - 6)(10 - 6 + 13) = 12 \cdot 17 = 204$$

$$\angle 1$$

9

$$\begin{aligned} A &= m^2 - mn + n^2 + nm - 2en = (m-n)^2 + 2(n-m) = (m-n)^2(m-2n) \\ B &= m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2) \end{aligned}$$

$$(m-2n)(m-2n+3) = 17p^2$$

$$(m-2n)(m-2n-3) = 17p^2$$

$$\begin{aligned} (m-2n) \cdot mn &= 15p^2 \\ (m-2n) \cdot n \cdot (m-2n) &= 15p^2 \cdot 4 \\ 2(m-2n)^2 &= 15p^2 \cdot 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (m-2n)(m-2n+3) &= 17p^2 \\ m-2n+3 &= 17 \\ m-2n &= 14 \end{aligned}$$

$$m-2n+3 = 17$$

$$m-2n = 14$$

$$m = 19,2m$$

$$p = 2 \cdot 3$$

$$3 \times 15$$

$$45$$



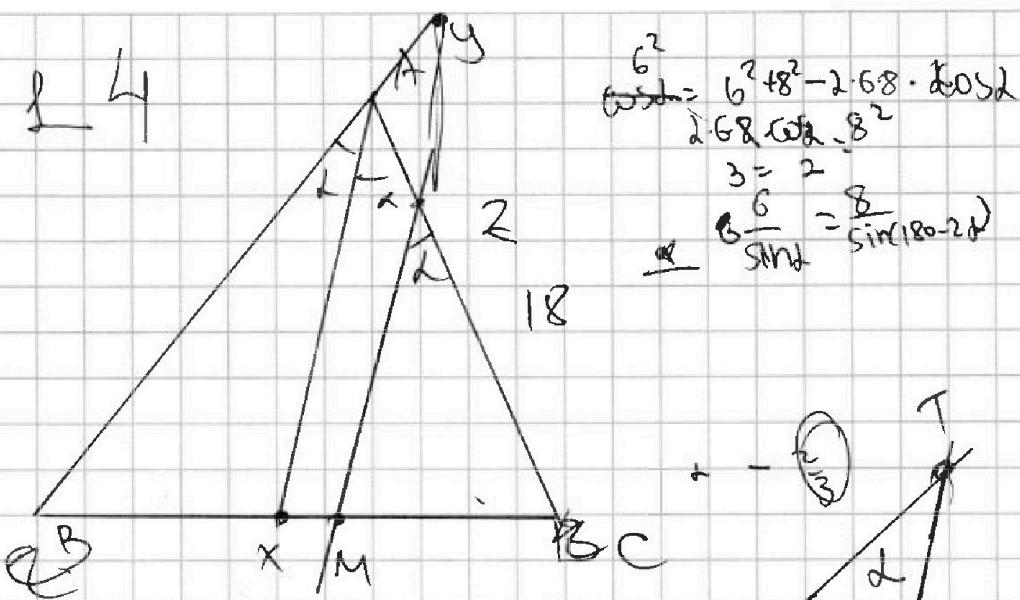
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

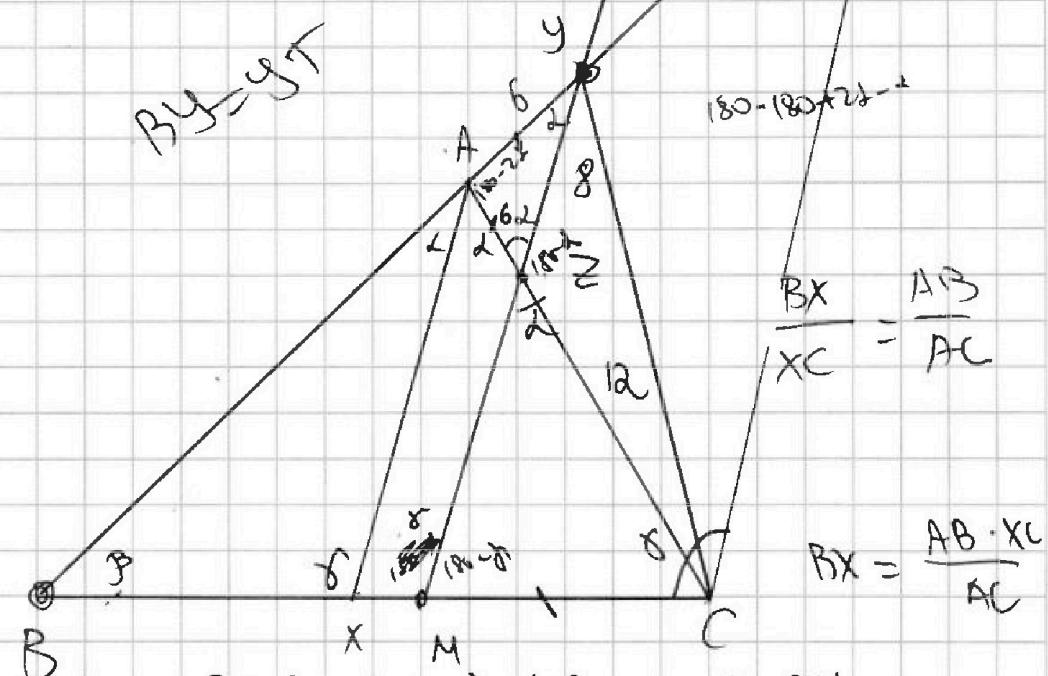
5
3



$$\cos x = \frac{6^2 + 8^2 - 18^2}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos 2x}{2 \cdot 6 \cdot 8}$$

$$3 = 2$$

$$\frac{6}{8} = \frac{8}{\sin(180-2x)}$$



$$\frac{BX}{XC} = \frac{AB}{AC}$$

$$BX = \frac{AB \cdot XC}{AC}$$

$$g_{B'C} = (AB+6) \cdot XC \quad \frac{BY}{AB} = \frac{BM}{BX}$$

$$\frac{BY}{AB} = \frac{BM}{BX}$$

$$\frac{BX}{AB} = \frac{AB+6}{AB} = \frac{AB}{AB} = \frac{BM \cdot AC}{AB \cdot XC}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задание № 4.

Всего:

4 РРХ

АХ-диагональ

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 2 \cdot 2 \quad 6 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\times 36$$

$$3 \cdot 8$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ (20-2)(20-2) \end{array}$$

$$400 - 40 - 40 + 4$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ \hline 126 \cdot 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 384 \longdiv{4} \\ \hline 36 \quad 96 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ \hline 36 \quad 360 \\ \hline 360 \end{array}$$

$$396$$

$$\begin{array}{r} 396 \longdiv{9} \\ \hline 36 \quad 4 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$96 \longdiv{10}$$

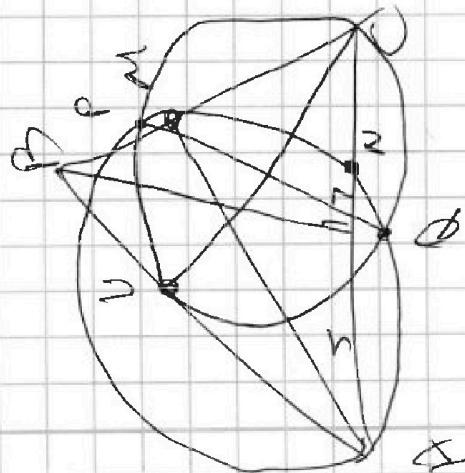
$$96 = 12 \cdot 8 = 2^4 \quad (32 \cdot 3)$$

$$384 = 4 \cdot 96 = 4 \cdot 32 \cdot 3$$

↓

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \quad (4)$$

$$8\sqrt{6}$$



$$\begin{aligned} a - b + c &= 1 \\ a + b &= 2 \\ c + d &= 2 \\ a + b + c + d &= 6 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad 2x \leq 3y$$

$$\begin{cases} 2x - 3y \geq 0 \\ 3x - 2y \geq 0 \\ 4 - 3y \geq 0 \end{cases}$$

1) $2x > 3y$

$$3x - 4 \leq 0 \quad 2x - 3y \leq 6 \quad \frac{3}{2} \\ 3x - 2y \geq 0 \quad 3x - 2y \leq 4$$

$$3x - 2y \geq 0 \quad 3x - 2y \leq 4$$

$$\begin{cases} 3x - 2y \leq 4 \\ 3x - 2y \leq 4 \\ 3x - 2y \leq 4 \\ 2.5y \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 2y \leq 4 \\ 2.5y \geq 0 \\ 3x - 2y \leq 4 \\ x > \frac{2}{3}y \end{cases}$$

3) - +

$$3x + 4 = 2y$$

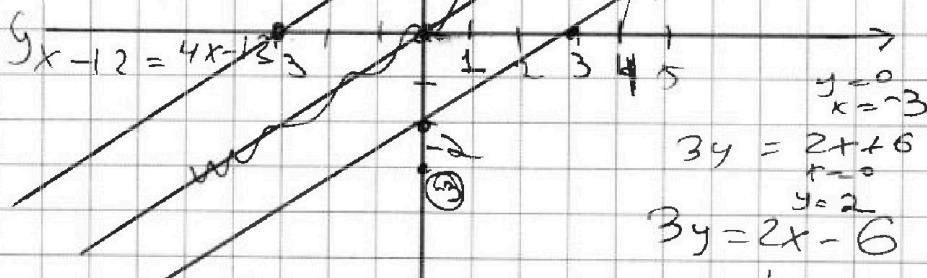
$$x \geq 0$$

$$y \geq 1$$

$$\frac{3x+4}{2} = \frac{2x+6}{3} \quad x = -2$$

$$9x + 12 = 4x + 12 \quad x = 0 \\ y = 1$$

$$\frac{3x+4}{2} = \frac{2x+6}{3}$$



$$2x - 3y$$

$$\textcircled{3}$$

$$\begin{cases} 3y = 2x + 6 \\ 3y = 2x - 6 \end{cases}$$

$$3y = 2x - 6$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 2x - 3y = -6 \end{cases}$$

$$2x + 6 = 3y$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 2x + 6 = 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 2x + 6 = 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 2x + 6 = 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 6 = 3y \\ 2x + 6 = 3y \end{cases}$$

\textcircled{5}

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \\ y = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 2x + 6 = 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 2x + 6 = 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 2x + 6 = 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 2x + 6 = 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 2x + 6 = 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 2x + 6 = 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases}$$