



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



- [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что $a - b = 12$, а значение выражения $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$ равно $19p^4$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
- [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 6$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{3}{4}$.
- [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наибольшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 12$.
- [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0 \quad - \text{имеем 2 корня } x_1 \text{ и } x_2$$

$x_1, x_2 > 0$

По м. ур-е имеем 2 разл. дискр. корня, но дискр. - может быть 0.

$$32t^2 - 36t^2 + 36 = 36 - 4t^2 > 0$$

По м. Воева $x_1, x_2 = \frac{3t^2 - 9}{1} = 9t^2 - 9 > 0$ (по усл.)

Значит, 1) $(6 - 2t)(6 + 2t) > 0$ и

2) $(3t - 3)(3t + 3) > 0$

1) Если $6 - 2t > 0$ и след. $6 + 2t > 0$, то:

$$6 > 2t$$

$$t < 3$$

$$-3 < t < 3$$

$$2t > -6$$

$$t > -3$$

2) Если $6 - 2t < 0$ и след. $6 + 2t < 0$

$$6 < 2t$$

$$t > 3$$

$$2t < -6$$

$$t < -3$$

Криволинейные \Rightarrow такое быть не может.

3) Если $3t - 3 > 0$ и $3t + 3 > 0$, то

$$3t > 3$$

$$t > 1$$

$$3t > -3$$

$$t > -1$$

т.е. $t > 1$

4) Если $3t - 3 < 0$ и $3t + 3 < 0$

$$3t < 3$$

$$t < 1$$

$$3t < -3$$

$$t < -1$$

т.е. $t < -1$

Коллекция, то $-3 < t < 3$ и либо $t > 1$ либо $t < -1$

I) $-3 < t < -1$ } - б.м.х. усл. ур-е

II) $1 < t < 3$ } - усл. выполн.

$$t \in \{(-3; -1) \cup (1; 3)\}$$

$$t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$$

Ответ: $(-3; -1) \cup (1; 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$a, b \in \mathbb{N}$$

$$a - b = 12$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = 19p^4, \text{ где } p - \text{простое число}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = (a+b)^2 + 3(a+b) =$$

$$= (a+b)(a+b+3)$$

числа $a+b$ и $a+b+3$ могут иметь мно-
-ко кратный общий простой делитель - 3,
т.к. они взаимно просты, а разность
между ними меньше любого простого
числа кроме 2 или 3. Крайне одно из
них кратно 19, т.к. общий делитель у этих
чисел только 3

1) Если $p=3$ т.к.
 $a+b = \frac{19}{3}$

1) Если $p=3$ и $a+b$ и $a+b+3 \div 3$:

т.к. только одно из этих чисел имеет
в разложении на простые множители
19, но другой является n -ой степенью
числа p (из сравн. возмощен на простом!
разложение при $19p^4$ совпадает с произв.
разложения $a+b$ и $a+b+3$) придем
 $n > 0$, т.к. $a \geq 1$, $b \geq 1$ и $a+b \geq 2$.

Возможны варианты:

~~$a+b=19$, $a+b+3=$~~

Варианты разложения этих двух чисел
на прост. множ.:

1) $a+b=19$; $a+b+3=3^4 \Rightarrow 3^4=19+3$, т.к. $81=22$ - против.

2) $a+b=19 \cdot 3$; $a+b+3=3^3 \Rightarrow 3^3=19 \cdot 3+3$, т.к. $27=60$ - против.

3) $a+b=19 \cdot 3^2$; $a+b+3=3^2 \Rightarrow 3^2=19 \cdot 3^2+3$ - против.

4) $a+b=19 \cdot 3^3$; $a+b+3=3 \Rightarrow 3 > 19 \cdot 3^3$ - против.

Значит $p \neq 3$, но $a+b$ и $a+b+3$ всё
равно имеют делит одно число восточнее при
дел. на 3.

2) $p \neq 3$:

либо $a+b=19$, $a+b+3=p^4$ или либо $a+b=p^4$, $a+b+3=19$

1) $19+3=p^4 \Rightarrow p^4=22$ и $p \notin \mathbb{N}$

2) $p^4+3=19 \Rightarrow p^4=16 \Rightarrow p=2$, тогда $\begin{cases} a+b=16 \\ a-b=12 \end{cases}$ (но не дел.)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \begin{cases} a+b=16 \\ a-b=12 \end{cases} \quad \begin{cases} a=14 \\ b=16-a \end{cases} \quad \begin{cases} a=14 \\ b=2 \end{cases} \\ & 2a=28 \quad b=16-14 \\ & a=14 \quad b=2 \end{aligned}$$

Ответ: $a=14; b=2$

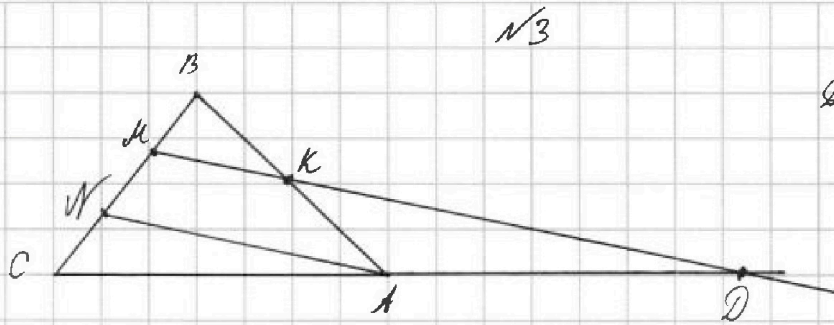


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$
 $BM = MN = NC$
 $MD \parallel AN$
 $AB = CD$
 $BC = 6$
 $\cos(2\angle CAN) = -\frac{3}{4}$
 Найти: AB

Решение:

П.ч. $AN \parallel MD$ и AD — секущая, то $\angle MDA = \angle NAC$
 Из подобия треугольн. ACN и DCM (по углам $\angle C$ и $\angle CAN$ и $\angle CDM$) следует, что $AC = AD = \frac{1}{2} AB$
 (П.ч. $CN = MN$)

Из подобия $\triangle BKM$ и $\triangle BNA$ ($\angle B$ общ. и $\angle BKM = \angle BNA$ — соотв. при $AN \parallel MD$) следует, что $BK = KA = \frac{1}{2} AB$ и $\angle BKM = \angle BAN$

П.ч. $\angle BKM$ и $\angle AKD$ — ~~напрямую~~ ^{верт.} смежные, то $\angle BKM = \angle AKD = \angle ADK$ (последнее рав. из подобия треугольн. ADK — $AD = \frac{1}{2} AB = AK$) \Rightarrow
 $\Leftrightarrow \angle BAN = \angle BKM = \angle ADK = \angle NAC \Rightarrow AN$ — биссектриса треугольн. ABC .

По т. косинусов $CN^2 = AN^2 + AC^2 - 2AN \cdot AC \cdot \cos(\angle CAN)$
 $\frac{CN^2}{4MN^2} = \frac{AN^2}{4MN^2} + \frac{AC^2}{4MN^2} - 2 \cdot \frac{AN}{2MN} \cdot \frac{AC}{2MN} \cdot \cos(\angle CAN)$

П.ч. AN — биссектриса $\triangle ABC$, то $\angle BAC = 2\angle CAN$
 тогда, по т. косинусов:

$$BC^2 = AB^2 + \frac{AB^2}{4} - 2 \cdot AB \cdot \frac{AB}{2} \cdot \cos(2\angle CAN)$$

$$BC^2 = \frac{5}{4} AB^2 - AB^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$$

$$BC^2 = \frac{5}{4} AB^2 + \frac{3}{4} AB^2$$

$$2AB^2 = BC^2$$

$$AB = \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

Ответ: $AB = 3\sqrt{2}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего парт $4 \cdot 3 = 12$, т.е. 1 останется пустой.
 * Если пустой будет 1-я парт, то на след. за ней 1 парту можно посадить ученика n сп., но на каждый из этих способов на 3-ю парту можно посадить всё меньшее кол-во учеников (если мы считаем, что ученики растут в порядке увеличения роста) \Rightarrow На этот ряд можно посадить $1 + 10 + 9 + \dots + 1 = \frac{1+10}{2} \cdot 10 = 55$ сп.

На след. ряд за 1-ю парту придётся посадить самого низкого из ост. учеников, а на след. 2 ~~учеников~~ парты учеников можно посадить $7+6+1+1 = \frac{7+1}{2} \cdot 7 = 28$ сп. (самый пред. ученику, на 2-ю парту - 8 способов, и на 3-ю 7, 6, 5..., 1 в зав. от ученика за 2-й парты) и вообще, в целом, если на ряд останется n учеников, то за 1-ю парту придётся посадить самого низкого, а за след. 2 - $\frac{n-2+1}{2} \cdot (n-2) = \frac{(n-1)(n-2)}{2}$ способами.

Значит, в данном случае на 3-й ряд останется 8 учеников - $\frac{(6-1)(6-2)}{2} = 10$ сп., на 4-й - 3 ученика \Rightarrow 1 способ.

Итого, ~~если~~ если пустой будет 1-я парт, то способов $55 \cdot 28 \cdot 10$ способами.

Этот множитель будет всегда при абсолютн. н.ч. какой бы 10 парты ни была пустой парты на какие-то 3 ряда останется 8 учеников, которые можно посадить 28 \cdot 10 способами.

2) Если пустая парты - 2-я, но на ряду с ней за 1-ю парту ученика можно посадить n сп., на 3-ю - 10-ю сп. (1 сидит за 1-й парты) \Rightarrow на этот ряд $n \cdot 10 = 110$ сп., на ост. 3 ряда ситуация абсолютн. такая 1-й \Rightarrow всего способов $110 \cdot 28 \cdot 10$

3) Если пустая парты - 3-я, но ситуация абсолютн. аналогично 1-й (и т.д., что мы здесь считаем, то для n рядов сист. из 2-х парт) \Rightarrow способов $55 \cdot 28 \cdot 10$

Значит всего способов $(55 \cdot 28 \cdot 10 \cdot 2 + 110 \cdot 28 \cdot 10) \cdot 4! = 270 \cdot 280 \cdot 4! = 270 \cdot 280 \cdot 24 = 1478400$, где $4!$ - это рядов, что в каждой из которых 4-м ряд можно посадить $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24$ способами

Ответ: 1478400



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Кол-во способов попасть из дерева с 1 дорожкой к любой другой, зависит только от количества тех четырех деревьев, у которых дорог больше 1-й, т.е. из них самой попасть можно только в 1-е дерево и в каждую из других деревьев всего одна дорога от какой-либо из тех четырех. Среди этих четырех деревьев, в которых дорог больше 1 другую попасть можно было только одним путём и можно соединить дорожками след. образом:



или

Здесь принципиальная разница в том, из скольких деревьев по скольким дорожкам выйдут

еще 1-й, например, дорога \downarrow , но он не отключается от второго, т.е. всё равно из 2-х ~~деревьев~~ деревьев выйдут по 1-й дороге, а из 2-х — по 2. Меньше дорог попарно между: ~~тогда~~ иначе увеличится количество элементов связности (3 ~~деревья~~ дерева след, 1 деревню или деревню след, по 2, но дороги разделимы). При большом кол-ве дорог увеличатся возможные маршруты из одной деревни в другую.

Всего в зоне было $5+6+7+9=27$ дорог

Мы попарно на след. 4-х деревьях с

соединили 1 лишней дорогой $2+2+2=6$ или

$3 \cdot 2 = 6$ дорог (каждая дорога считается

или 2, т.е. след. деревню) \Rightarrow ещё $27 - 6 = 21$ до-

рогами можно присоед. 2 деревню (по 1-й и 2-й дороге) \Rightarrow всего деревьев $4 + 21 = 25$

Ответ: 25 деревьев.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x, y \in \mathbb{Z}$, корни уравн:

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-x-y-11} = 2$$

м.к. ~~1-11~~ $1-x-y-11 \geq 0$ (имеем только целые корни), то $1 \geq |x-y-11|$, но
 1) Если м.к. меньше - не берем, иначе x и y целые (и верны соотв. полн.), то $|x-y-11|$ равно 0 или 1. Если

1) Если $|x-y-11|=1$, то уравнение имеет вид

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} = 2, \text{ при } x-y-1=1 \text{ или } x-y-1=-1$$

1.1) если $x-y-1=1$ и $x=y+2$, то

$$\sqrt{2(y+2)-2y-(y+2)^2-y^2} = 2$$

$$2y+4-2y-y^2-4y-4-y^2 = 4$$

$$-2y^2-4y = 4$$

$$2y^2+4y+4=0$$

$D = 16 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = -16 < 0 \Rightarrow$ корней нет и этот случ. не подходит

1.2) если $x-y-1=-1 \Rightarrow x=y$, то

$$\sqrt{2x-2x-x^2-x^2} = 2$$

$\sqrt{-2x^2} = 2$, м.к. $x^2 \geq 0$, то $-2x^2 \leq 0$
 \Rightarrow корней нет (если $x^2 > 0$, то левая квадратный не число, если $x^2 = 0$, то $0 = 2$ противореч.) и этот случай тоже не подх.

2) Если $|x-y-11|=0 \Rightarrow x-y-11=0 \Rightarrow x=y+11$, тогда:

$$\sqrt{2(y+11)-2y-(y+11)^2-y^2} + \sqrt{1-0} = 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2y+2-2y-y^2-2y-1-y^2} = 2-1$$

$$\text{А } \sqrt{-2y^2-2y+1} = 1$$

$$-2y^2-2y+1=1$$

$$-2y^2-2y=0$$

$$y^2+y=0$$

$$y(y+1)=0$$

$$y=0 \text{ или } y+1=0$$

$$y=-1$$

Если $y=0$, то $x=0+1=1$, проверяем:

$$\begin{aligned} \sqrt{2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - 1^2 - 0^2} + \sqrt{1 - 1 - 0 - 1} &= \sqrt{2-1} + \sqrt{1} = \\ &= \sqrt{1} + \sqrt{1} = 2 - \text{подходит.} \end{aligned}$$

Если $y=-1$, $x=-1+1=0$, то:

$$\begin{aligned} \sqrt{2 \cdot 0 - 2 \cdot (-1) - 0^2 - (-1)^2} + \sqrt{1 - 1 - (-1) - 1} &= \sqrt{2-1} + \sqrt{1} = \\ &= 2 - \text{подходит.} \end{aligned}$$

Значит, решения это ~~то~~ $(0; -1)$ и $(1; 0)$

Ответ: $(0; -1)$ и $(1; 0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

Всего парт $4 \cdot 3 = 12$, т.е. 1 парты должна быть
- с пустой.

Самый высокий ученик в классе может сидеть либо
за 1-й партой, либо за 2-й, но тогда ~~за~~
перед ним была пустая парты. Поэтому
самого высокого можно расположить 2 способами
(2-4-но 2-вместо ряда) в одном ряду.

Если высокий сидит не на передней парты,
то за ним обязательно сидит пустая
парты.

1) Если самый высокий за 1-й партой, то ~~на~~ задней
парты может быть посажен 10 способами.

В другом ряду за 1-й партой будет сидеть
самый высокий из ост. За ним (за 2-й партой)
может быть посажен ученика 8 ст.

1.1) Если это будет ~~в~~ след. по высоте за ~~второй~~
ученика 1-й парты, то на 3-ю можно поса-
-дить учеников 7-ю способами.

1.2) Если это не, то след. по высоте можно
посадить за 1-ю парту еще одного
ребенка.

ост. 9 ст. 3

$$C_{11}^4 \cdot 4! + C_{11}^3 \cdot 4! = (C_{11}^4 + C_{11}^3) \cdot 4!$$

$$00 \ 101 \ 101 \ 10 \quad - \ 11 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 11 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 11 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 11 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$616 \cdot 24 =$$

$$= \frac{616 \cdot 100 - 816}{4}$$

$$= \frac{15400 - 816}{4}$$

$$= \frac{15400 - 816}{4}$$

$$= 14784$$

$$10 + 7 + 21 + 4 + 6 + 7$$

$$10 \cdot 28 \cdot 10 \cdot 1 = 2800$$

$$2800 + 4$$

$$2800 \cdot 4!$$

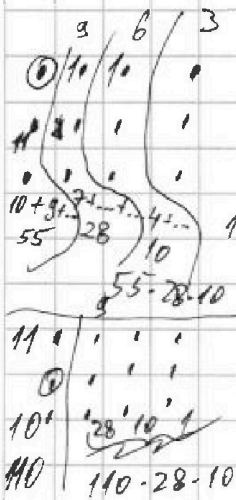
$$220 \cdot 280 \cdot 24 =$$

$$= (22 \cdot 28 \cdot 24) \cdot 100 =$$

$$= (280 + 56) \cdot 24 \cdot 100 =$$

$$= \left(\frac{336 \cdot 100}{4} - 336 \right) \cdot 100 =$$

$$= (8400 - 336) \cdot 100 = 806400$$



$$00 \ 101 \ 101 \ 10 \quad - \ 11 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 11 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$10 \ 2 \ 20 \ 2 \ 20 \ 20$$

$$10 \ 2 \ 20 \ 2 \ 20 \ 20$$

$$10 \ 2 \ 20 \ 2 \ 20 \ 20$$

$$10 \ 2 \ 20 \ 2 \ 20 \ 20$$

$$10 \ 2 \ 20 \ 2 \ 20 \ 20$$

$$10 \ 2 \ 20 \ 2 \ 20 \ 20$$

$$10 \ 2 \ 20 \ 2 \ 20 \ 20$$

$$10 \ 2 \ 20 \ 2 \ 20 \ 20$$

$$10 \ 2 \ 20 \ 2 \ 20 \ 20$$

$$10 \ 2 \ 20 \ 2 \ 20 \ 20$$

$$10 \ 2 \ 20 \ 2 \ 20 \ 20$$

$$10 \ 2 \ 20 \ 2 \ 20 \ 20$$

$$10 \ 2 \ 20 \ 2 \ 20 \ 20$$

$$10 \ 2 \ 20 \ 2 \ 20 \ 20$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

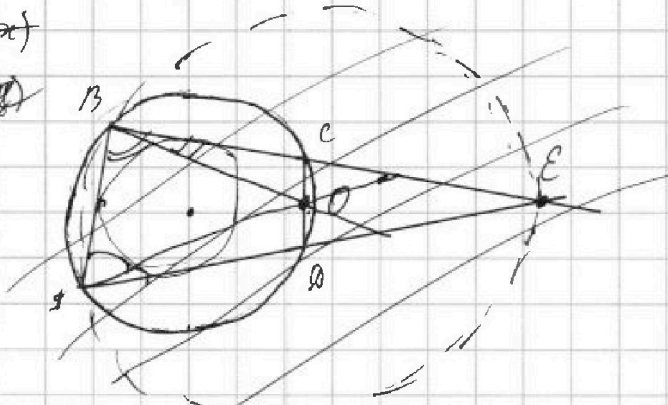
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x - 2y - x^2 - y^2 = x(1-x) - y(1+y) + x - y$$

$$\begin{aligned} & \cancel{2x} \\ & = 2(1-y) \end{aligned}$$



Дано: ABCD - ромб, диагональ AC

E - т. перес. AD и BC

O - ц. окруж. ромба

O ∈ CD

BE = 12

Найти: площадь змк.

ED + DO

$$x - y - 1 = 0$$

$$x = y + 1$$

$$1 \geq |x - y - 1|$$

$$|x - y - 1| = 0$$

$$|x - y - 1| = 1$$

$$x - y - 1 = 1$$

$$x - y - 1 = -1$$

$$x = y + 2$$

$$x = y$$

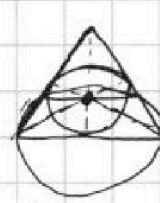
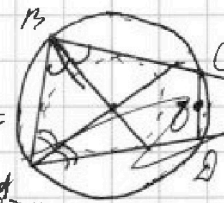
$$x - y = n$$

$$x = n + y$$

$$xy = y(n + y)$$

$$180 - \alpha = \beta$$

$$180 - 2\alpha = 2\beta$$



Решение:

$$x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$$

$$\begin{aligned} 2(x - y) - (x - y)^2 - 2xy &= \\ &= (x - y)(2 - x + y) - 2xy \end{aligned}$$

$$n(2 - n) - 2xy$$

$$(y + 1)^2 = y^2 + 2y + 1$$

$$x = y + 1$$

$$x^2 - 2x + y^2 + 2y \leq 0$$

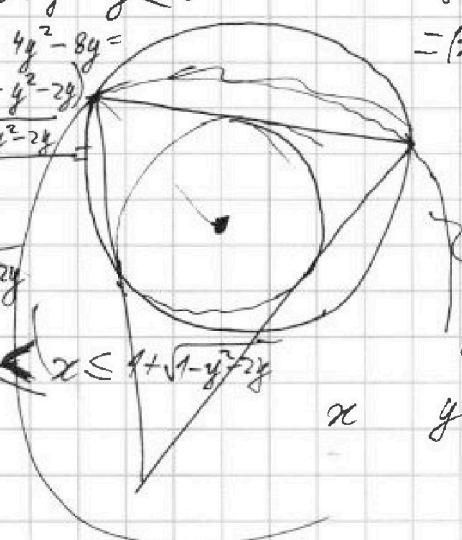
$$D = 4 - 4y^2 - 8y =$$

$$= 4(1 - y^2 - 2y)$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{1 - y^2 - 2y}}{2}$$

$$= 1 \pm \sqrt{1 - y^2 - 2y}$$

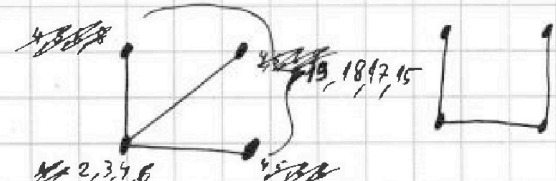
$$1 - \sqrt{1 - y^2 - 2y} \leq x \leq 1 + \sqrt{1 - y^2 - 2y}$$



$$5 + 6 + 7 + 9 - 6 = 21$$

$$21 + 4$$

$$25$$



$$\ominus x^3 - x^2(y + 4) + 4x(y^2 + 1) - 4y^2 - 4y - y^2 = 21 + 4$$

$$= x^3 - x^2(y + 4) + 4x(y^2 + 1) - (2 - x + y)(2x - 2y - x^2 - y^2) =$$

$$-y(y^2 + 4y + 4) = x^3 - x^2(y + 4) + 4x(y^2 + 1) - 4x + 4y - 2x^2 - 2y^2 - 2xy + x^2 + xy^2 + 2xy - 2y^2 - 2xy - 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sin(13) = 2 \sin \frac{13}{2} \cos \frac{13}{2}$
 $4 \sin^2 \frac{13}{2} - 4 \sin^2 13 + \sin^2 13 = 0$
 $4 \sin^2 \frac{13}{2} = 4 \sin^2 13 (1 - \sin^2 \frac{13}{2})$
 $2 = 16 - 16 \sin^2 13 = 16 \cos^2 13$
 $\sin^2 \frac{13}{2} = \frac{4 \pm 4 \cos 13}{4} = 1 \pm \cos 13$
 $\sin \frac{13}{2} = \frac{\sqrt{1 \pm \cos 13}}{2}$

$(l-b) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} + (l-b) \frac{\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha}{\sin \beta} - l$
 $DE = (l-b) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$
 $ED = (l-b) \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin \beta}$
 $DO = ED - CO = (l-b) \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin \beta} - l \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\sin(\alpha-\frac{\beta}{2})}$
 $DE + DO = (l-b) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} + (l-b) \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin \beta} - l \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\sin(\alpha-\frac{\beta}{2})}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

