



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(2\angle CDM) = -\frac{1}{4}$.
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1.

$$x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$$

$$D = 4 \cdot 3 \cdot t^2 - 4(4t^2 - 4) = 12t^2 - 16t^2 + 16 = 16 - 4t^2 > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^2 - 4 < 0 \Rightarrow \frac{+}{-2} \quad \frac{-}{+2} \rightarrow t \Rightarrow t \in (-2, 2)$$

$(t-2)(t+2) < 0$

Теорема Буаха: $x_1 \cdot x_2 = 4t^2 - 4 > 0$

$$\Rightarrow t^2 - 1 > 0$$

$$\Rightarrow (t-1)(t+1) > 0 \quad \frac{+}{-1} \quad \frac{-}{+1} \rightarrow t \Rightarrow t \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t \in (-2, 2) \\ t \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow t \in (-2, -1) \cup (1, 2)$$

$$\Rightarrow \text{Ответ: } t \in (-2, -1) \cup (1, 2)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2.

$$a+b=40.$$

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = (a-b)^2 + 15(a-b) = (a-b)(a-b+15) = 17p^5$$

Пусть $k=a-b$. $\Rightarrow k(k+15) = 17p^5$. Тогда, если p -нечет.

значит $k(k+15) \rightarrow$ нечет, но \bullet если k -чет $\Rightarrow k(k+15) =$ чет \neq нечет.

\bullet если k -нечет $\Rightarrow k(k+15) =$ чет \neq нечет.

Значит p - не может быть нечетным $\Rightarrow p$ -чет $\Rightarrow p=2. \Rightarrow$

$$\Rightarrow k(k+15) = 17 \cdot 2^5 = 17 \cdot 32.$$

$$k^2 + 15k - 17 \cdot 32 = 0.$$

$$(k-17)(k+32) = 0$$

$$k=17 \quad k=-32.$$

$$a-b = -32 \Rightarrow a = b-32$$

$$a+b = 40 \Rightarrow a+b = 2b-32 = 40$$

$$\Rightarrow 2b = 72 \Rightarrow b = 36 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = 36 - 32 = 4 = a$$

$$a-b=17$$

$$\Rightarrow a = 17+b$$

$$a+b=40 = 2b+17$$

$$\Rightarrow b = \frac{40-17}{2} = \frac{23}{2} = 11,5 \rightarrow \text{не целое число.}$$

Ответ: $a=4; b=36.$



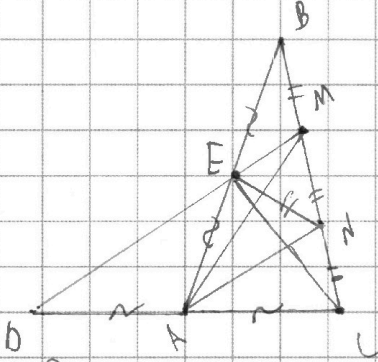
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3.



Дано: $\triangle ABC$, $BC = AB$,
 $\cos(\angle CAM) = -\frac{1}{4}$
 $M, N \in BC$; $BM = MN = NC$
 $AB = CD$

Найти: AB

Решение:

1) Так как $BM = MN$; $MD \parallel AN \Rightarrow MD \rightarrow$ содержит ср. лин $\triangle ABN \Rightarrow MD$ делит AB пополам \rightarrow точка E

2) $AN \parallel MD$; N -ср. $MC \Rightarrow AN$ -ср. лин в $\triangle CM \Rightarrow DA = AC$.

3) Так как $AB = CD \Rightarrow AE = EB = \frac{AB}{2} = AC \Rightarrow \angle BEC = 90^\circ$ (в $\triangle BEC$ медиана равна половине гипотенузы)

4) Знаем \angle и n/y $\triangle BEC \rightarrow EN = MN = NC$ (ср. лин MC)

5)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

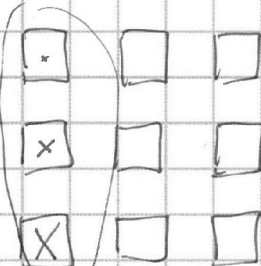
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№
Имена: Иванов, Петров, Сидоров, Козлов, Смирнов, Волков, Орлов, Павлов, Пономарев, Соколов, Степанов, Тимофеев, Федотов, Хохлов, Цыганов, Чудинов, Шабалин, Шарапов, Ширшов, Щеглов, Юдин, Яковлев

Заметим, что в одном ряду будет 2 человека, а в двух других будет по 3 человека, т.к. всего людей 8, а мест 9.

а) Значит посмотрим, сколько вариантов посадить 3 чел

на какой-то ряд.



• Чтобы выбрать ряд — это можно сделать C_3^1 способами. Но 3 чел можно выбрать

C_8^3 способами. Заметим, что т.к. все люди ~~из~~ разных рядов \Rightarrow 3 чел ~~из~~ на ~~одн~~ один ряд могут сидеть только

от меньшего (по ряду) к большому \Rightarrow

\Rightarrow всего способов будет $C_3^1 \cdot C_8^3$

б) Теперь посмотрим, сколько вариантов посадить еще

3-х чел на один ряд. Рядов (свободных) осталось еще 2 \Rightarrow сколько способов выбрать 1 из 2 рядов.

$\Rightarrow C_2^1 \cdot C_5^3$ осталось 5 свободных чел.

в) Остался 1 свободный ряд и 2 свободных человека.

Значит, рассмотрим все возможные варианты их посадки:

• Если эти 2 человека сидят на соседних местах ~~между ними нет пустых мест~~

то посадить их можно только 2 способами

- либо меньший сидит на 1-й перте, больший сидит за ним (на 2-й)
 - либо меньший сидит на 2-й перте, больший сидит за ним (на 3-й)
- иначе больший будет сидеть перед меньшим \rightarrow и.

• Если между ними есть свободные места, то тоже есть 2 варианта

раскладки:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- 1) на 1-й карте сидит маленький, на 3-й - большой \rightarrow V, т.к.
 1-й маленький сидит на первой; перед большим есть пустая карта.
- 2) на 1-й карте сидит большой, на 3-й - маленький \rightarrow V,
 т.к. большой сидит на первой карте; перед маленьким есть пустая карта. \Rightarrow всего есть 4 варианта наших расстановок.

$$\square = \text{Всего вариантов будет: } (C_3^1 \cdot C_8^3) \cdot (C_2^1 \cdot C_5^3) \cdot 4 =$$

$$= \left(3 \cdot \frac{8!}{3!5!}\right) \cdot \left(2 \cdot \frac{5!}{3!2!}\right) \cdot 4 = 24 \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{2} = 24 \cdot 56 \cdot 10 =$$

$$= 560 \cdot 24 = \underline{13440}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 24 \\ \hline 224 \\ + 112 \\ \hline 1344 \end{array}$$

Заметим, что вариант, когда мы рассаживаем одну группу школьников на один ряд и вторую группу школьников на другой ряд будет одинаковым с тем вариантом, если мы сначала посадим вторую группу школьников на их ряд, а затем посадим первую группу школьников \Rightarrow Значит общее кол-во вариантов надо поделить на 2 \Rightarrow Всего вариантов будет $\frac{13440}{2} = \underline{6720} \Rightarrow$ Ответ: 6720.

Заметим, что все варианты мы посчитали по одному разу, т.к. школьников мы рассаживаем по рядам по порядку (сначала 2 ряда по 3, ^{потом} 1 ряд по 2) \Rightarrow 2 совпадения варианта можно получить только при рассадке школьников на 2 ряда (т.к. кол-во школьников совпадает) \Rightarrow все варианты посчитали по одному разу \Rightarrow

\Rightarrow Ответ: 6720



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

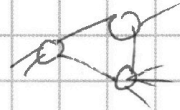
Оценки:

№ 6.

Заметим, что в графе не может быть циклов, т.к.

• из любой висящей вершины можно добраться до любой другой

Вершины ровно 1 способом \Rightarrow путей 3 пути



• Путь, если путь от одной висящей

вершины x -б. на одной ^{но не на всех} ребре этого цикла, то

~~будет 2 пути по кругу~~

~~будет 2 пути по кругу~~

можно будет войти из вершины, откуда путь (по кругу)

начинается и выйти по другой части цикла в конечную

вершину (внутри по кругу) \Rightarrow будет x -б. 2 способа добраться

~~от одной вершины до другой~~ \Rightarrow \mathbb{N} .

• Как ~~будет~~ ~~путь~~ Заметим, что, если есть цикл,

от которого

но будет 2 вершины, путь от одной вершины до

другой будет проходить через цикл. Т.к. ~~будет~~

~~будет~~ x -б. 2 ~~одна~~ вершины со степенями, большей 3

из одной вершины

\rightarrow в цикле $\min 3$ вершины (степеней 3, 4, 5, 7)

Значит будет x -б. 2 ребра, которые ведут к другим 2 вершинам, которые не входят в цикл \Rightarrow (т.к. в цикле $\min 3$ вершины) \Rightarrow

\Rightarrow из этих $2x$ ^{ребра} ~~идёт~~ x -б. 1 ребро, которое ведёт к висящей вершине \Rightarrow т.к. есть 2 вершины, из которых ~~выходят~~ > 3 ребра \Rightarrow

\Rightarrow ~~идёт~~ ~~идёт~~ 2 висящие вершины, путь от одной до другой ~~идёт~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Максимум образом, мы можем, что если есть цикл в графе \Rightarrow будет путь от одной внешней вершины до другой, проходящий через этот цикл \Rightarrow в графе нет циклов \Rightarrow граф без циклов \Rightarrow граф \rightarrow это дерево

т.к. граф связный (от n -й вершины можно добраться до n -й другой), граф без циклов \Rightarrow граф \rightarrow это дерево.

\Rightarrow Если всего n вершин, то будет $n-1$ ребер. Самой вершины

Посчитаем кол-во ребер 2-мя способами: $\frac{19 + n - 4}{2} = n - 1$ всего ребер

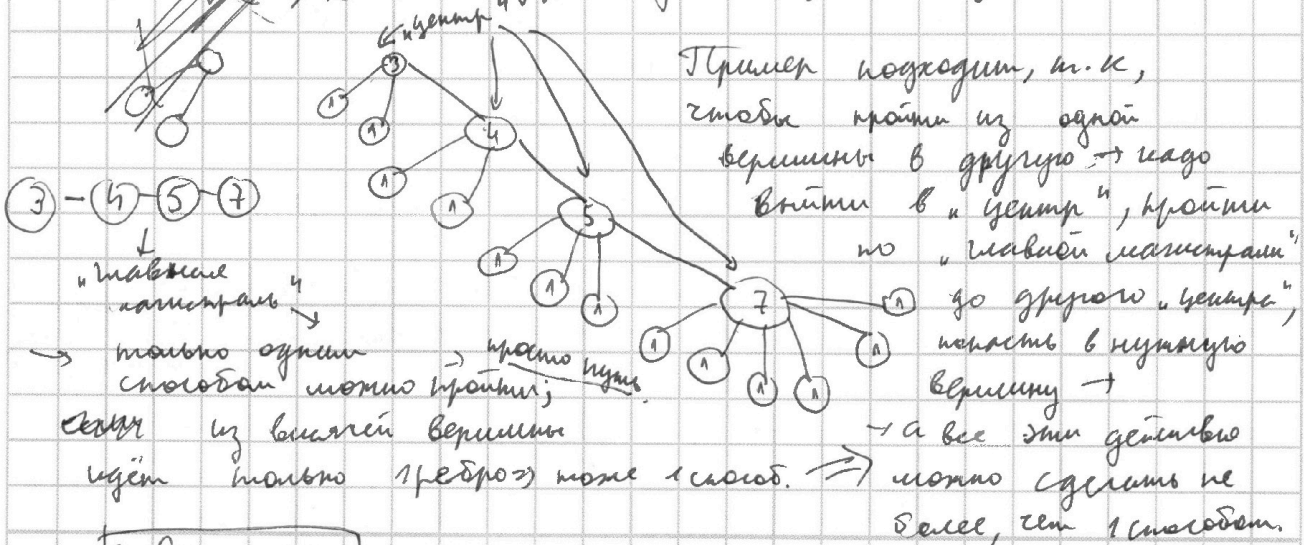
$$\Rightarrow 19 + n - 4 = 2n - 2$$

$$\Rightarrow 19 = n + 2 \Rightarrow \boxed{n = 17}$$

Пример:

~~Если в каждой вершине ω степень $\omega > 1$~~

~~\Rightarrow будет k ребер идти в каждую вершину, а другие ребра будут идти в вершину со степенью $\omega > 1$.~~



\Rightarrow Ответ: $\boxed{17}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$$

1) $2x+2y-x^2-y^2 \geq 0$

$$y^2-2y+x^2-2x+1+1 \leq 2$$

$$(y-1)^2 + (x-1)^2 \leq 2$$

$$(y-1)^2 \leq 2$$

$$|y-1| \leq \sqrt{2}$$

$$\begin{cases} y \geq 1 \\ y \leq 1+\sqrt{2} < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq 1 \\ y \leq 2 \end{cases} \Rightarrow y \in [1, 2]$$

$$\Rightarrow \text{при } \forall \begin{cases} x \in [0, 2] \\ y \in [0, 2] \end{cases} \rightarrow \text{верно.}$$

$$2) 1 - |x+y-2| \geq 0$$

$$1 \geq |x+y-2| \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x+y \geq 1 \\ x+y \leq 3 \\ x+y \leq 2 \\ x+y \geq 1 \end{cases} \Rightarrow x+y \in [1, 3]$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1+1 = 2 \leq 2 \checkmark$$

$$\rightarrow x+y = 4 \geq 3 \checkmark$$

Рассмотрим всевозможные кадры: ~~Ограничения~~

$x=1, y=2$ (аналогично для $y=1, x=2$)

$$\Rightarrow x+y=3 \checkmark; \sqrt{2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - 1 - 4} + \sqrt{1 - |1+2-2|} = \sqrt{6-5} + \sqrt{1-1} = \sqrt{1} + \sqrt{0} = 1+0 = 1 \checkmark$$

$$\Rightarrow (1, 2); (2, 1) \rightarrow \text{подходят.}$$

$x=1; y=1$

$$1+1=2 < 3 \checkmark$$

$$\Rightarrow \sqrt{2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 - 1 - 1} + \sqrt{1 - |1+1-2|} = \sqrt{4-2} + \sqrt{1-0} = \sqrt{2} + \sqrt{1} = 1 + \sqrt{2} \neq 1 \rightarrow X$$

$$= \sqrt{2} + \sqrt{1} = 1 + \sqrt{2} \neq 1 \rightarrow X$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

■ $x=1; y=0$ (аналогично для $x=0, y=1$)

$$x+y=1 < 3 \checkmark. \quad \sqrt{2 \cdot 1 + 2 \cdot 0 - 1 - 0} + \sqrt{1 - |1 + 0 - 2|} = \sqrt{2-1} + \sqrt{1-1} = \\ = \sqrt{1} + \sqrt{0} = 1 \Rightarrow \checkmark. \quad \text{с) } \text{подходят } (0;1), (1;0)$$

■ $x=2, y=0$ (аналогично для $x=0, y=2$)

$$x+y=2 < 3 \rightarrow \checkmark \quad \Rightarrow \quad \sqrt{2 \cdot 2 + 2 \cdot 0 - 4 - 0} + \sqrt{1 - |2 + 0 - 2|} = \sqrt{4-4} + \sqrt{1-0} = \\ = \sqrt{0} + \sqrt{1} = 1 \rightarrow \checkmark \Rightarrow (2;0); (0;2) \rightarrow \text{подходят.}$$

■ $x=0, y=0 \Rightarrow$

$$\sqrt{2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 0 - 0} + \sqrt{1 - |0 + 0 - 2|} = \sqrt{0} + \sqrt{1-2} = \\ \downarrow \\ x+y=0 < 3 \rightarrow \checkmark \quad = \sqrt{0} + \sqrt{-1} \quad \downarrow \checkmark. \quad \rightarrow \text{X.}$$

\Rightarrow Ответ: $(1;2); (2;1); (0;1); (1;0); (0;2); (2;0)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

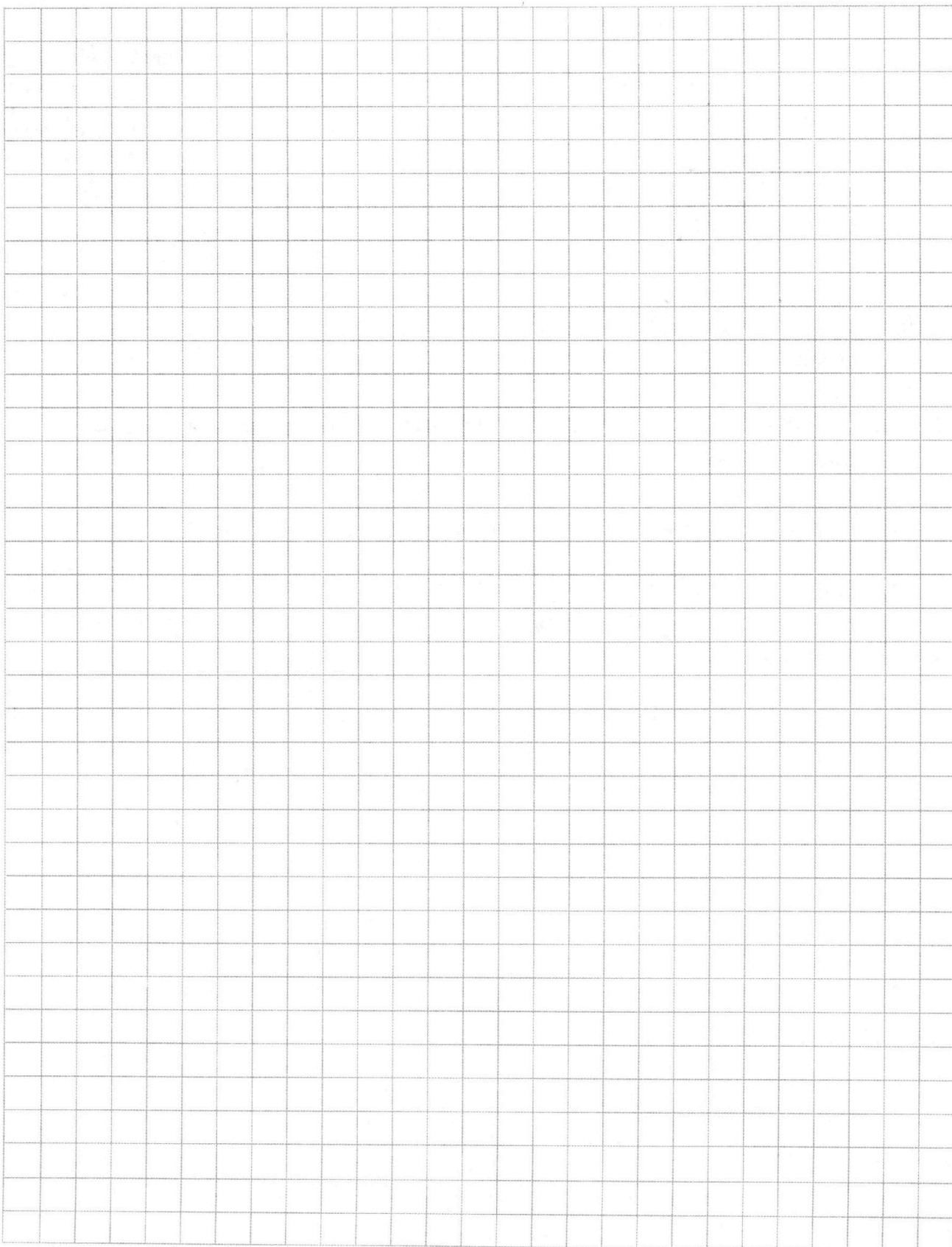
5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



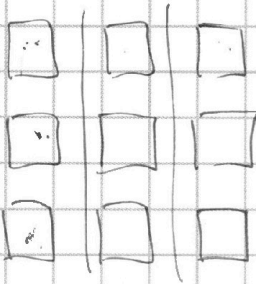


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

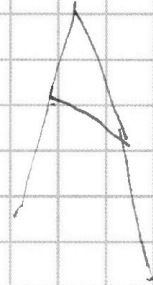
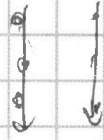
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

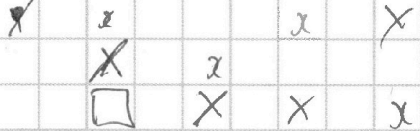
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8$



$$C_3^2 \cdot (C_3^1 \cdot C_3^3) + (C_2^1 \cdot C_5^3) + 1 \cdot \frac{x}{3y} =$$



a_1

a_3

a_6

$$C_8^6$$

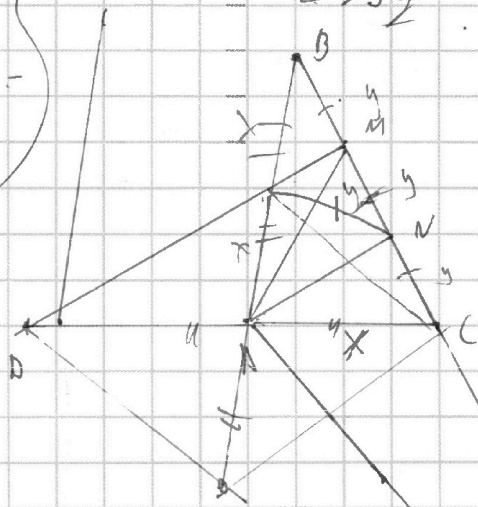
$$C_8^2 \cdot C_3^1 \cdot 4 =$$

$$= \frac{8 \cdot 7}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 56 \cdot 6 =$$

$$C_8^6 \cdot C_3^1 \cdot C_6^3 \cdot C_2^1 \cdot 4 =$$

$$= \frac{8 \cdot 7}{2} \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} =$$

$$= 56 \cdot 10 \cdot 24$$



$$y \cdot \frac{x}{y} = x$$

$$x \cdot \frac{x}{y} = 3y$$

$$\Rightarrow x^2 = 3y^2 =$$

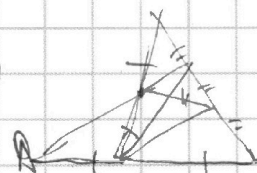
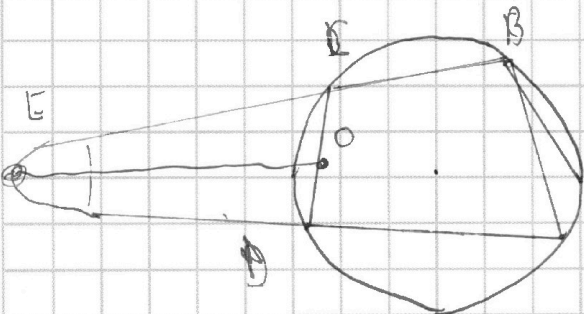
$$= 48$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{48}$$

$$\Downarrow$$

$$2\sqrt{12} =$$

$$= 4\sqrt{3}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.
№1

$$x^2 + 203x + 4t^2 - 4 = 0$$

$$D = 12t^2 - 4(4t^2 - 4) = 0$$

$$a + b = 40$$

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15(a - b) = 17p^5$$

$$a - b = 40 - 2b$$

$$a - b = k$$

$$(a - b)^2 + 15(a - b) = (a - b)((a - b) + 15) = 17p^5$$

$$\begin{aligned} \rightarrow a &= b + k \\ 2b + k &= 40 \end{aligned}$$

$$(40 - 2b)(55 - 3b) = 17p^5$$

$$k(k + 15) = 17p^5$$

$$p = 2 \quad 17 \cdot 32 =$$

$$17 + 15$$

$p \neq 2$

№3

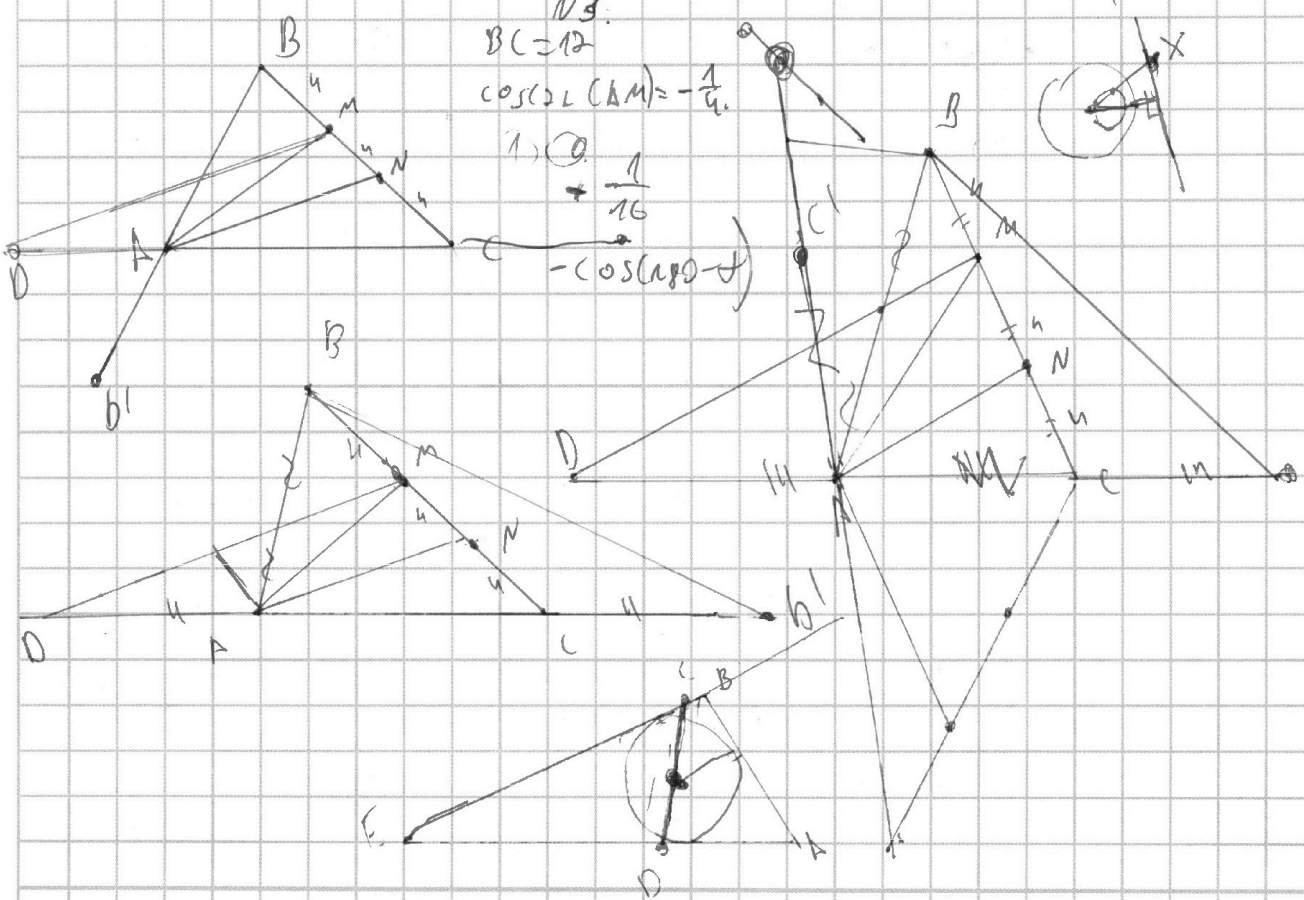
$$BC = 12$$

$$\cos(\angle CAM) = -\frac{1}{4}$$

$$1) \text{ } \circledast$$

$$+ \frac{1}{16}$$

$$-\cos(\angle AFD)$$



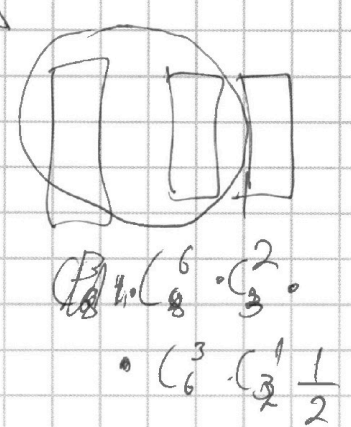
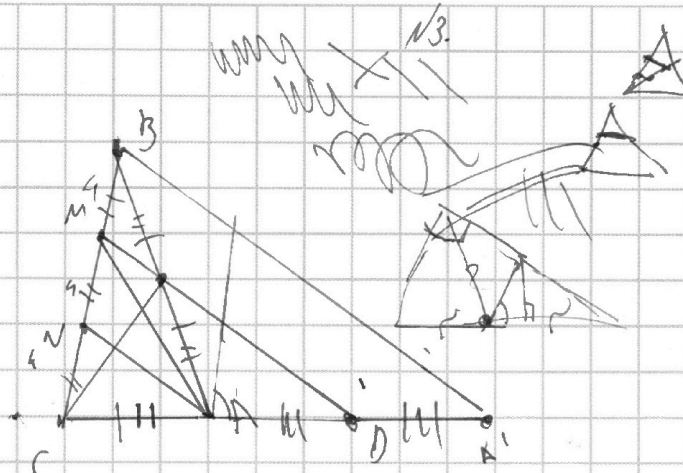


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\cos(2\alpha) = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sqrt{2(x+y) - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |2y-2|} = 1.$$

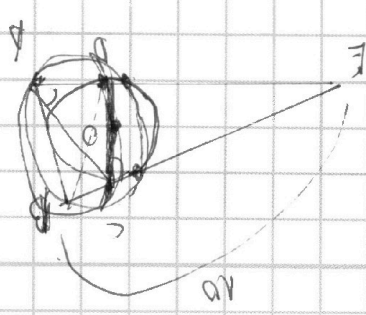
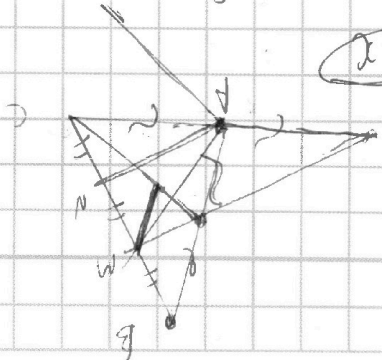
$$2 - (x-1)^2 - (y-1)^2$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2. \quad (x=1) \quad (y=1)$$

$$\begin{cases} |2y-2| \leq 1 \\ x+y-2 \geq 0 \\ 2+y \leq 3 \\ x+y-2 \leq 2 \\ 1 \leq x+y \end{cases}$$

$$x+y \in [1, 3]$$

$$\frac{x=2}{x=1} \quad \frac{y=2}{y=2/1}$$



$$2 \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 20 \cdot 2}{2}$$

$$56 \cdot 10 \cdot 12$$

$$\begin{array}{r} \times 56 \\ \times 12 \\ + 112 \\ \hline 56 \\ \hline 6720 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

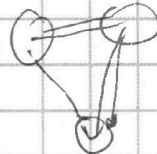
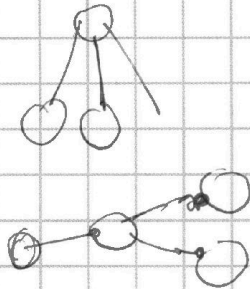
$3+4+5+7$ (19)

(19)

(19)

$(19) + k = n - 1$

=)



$\frac{19 + n - 4}{2} = n - 1$

$15 + n - 4 = 2n - 2$

$19 = n + 2$ (n = 17)

