



# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 09-02



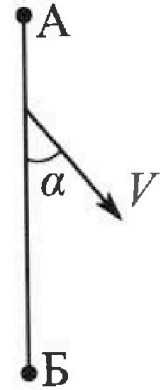
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Аппарат всегда летит по прямой. Продолжительность полета аппарата по маршруту  $A \rightarrow B \rightarrow A$  в безветренную погоду составляет  $T_0=200$  с. Расстояние  $AB$  равно  $S=2$  км.

1. Найдите скорость  $U$  аппарата в спокойном воздухе.

Допусти м, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью  $V = 15$  м/с под углом  $\alpha$  к прямой  $AB$  (см. рис.),  $\sin \alpha = 0,8$ .

2. Найдите продолжительность  $T_1$  полета по маршруту  $A \rightarrow B$  в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна  $U$ .
3. При каком значении угла  $\alpha$  продолжительность полета по маршруту  $A \rightarrow B \rightarrow A$  минимальная?
4. Найдите минимальную продолжительность  $T_{MIN}$  полета по маршруту  $A \rightarrow B \rightarrow A$ .



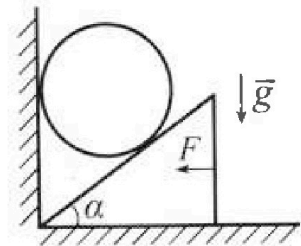
2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через  $t_1 = 0,5$  с и  $t_2 = 1,5$  с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости мяча повернулся на угол  $2\beta = 90^\circ$ . Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

1. Найдите продолжительность  $T$  полета от старта до подъема на максимальную высоту.
2. Найдите дальность  $L$  полета от старта до падения на площадку.
3. Найдите радиус  $R$  кривизны траектории в малой окрестности высшей точки.

3. Клин с углом  $\alpha$  при вершине находится на горизонтальной поверхности (см. рис). На наклонной плоскости клина покоится однородный шар, касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны  $m=0,4$  кг. Трения нет. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

Систему удерживают в покое горизонтальной силой  $F = \sqrt{3}mg$ .

1. Найдите угол  $\alpha$ , который наклонная плоскость клина образует с горизонтальной поверхностью.



Силу  $F$  снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на  $H$  шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью. Перемещение шара после соударения до первой остановки равно  $h=0,15$  м.

2. Найдите перемещение  $H$  шара до соударения.
3. Найдите силу  $N_1$ , с которой вертикальная стенка действует на шар в процессе разгона клина.
4. При каком значении угла  $\alpha$  сила  $N_1$  максимальная по величине?
5. Найдите максимальную величину  $N_{MAX}$  этой силы.



# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 09-02

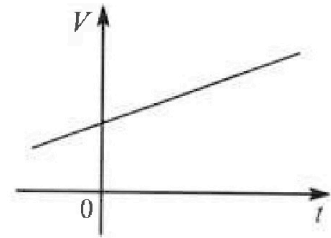


В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Для контроля температуры воды в лечебной ванне используют спиртовой термометр. На шкале такого термометра расстояние между отметками  $t_0 = 0^\circ\text{C}$  и  $t_{100} = 100^\circ\text{C}$  равно  $L=100$  мм. В термометре находится  $m=0,04$  г спирта.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем спирта увеличивается по линейному закону. График зависимости объема  $V$  спирта от температуры  $t$ , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре  $t_{100} = 100^\circ\text{C}$  объем спирта в  $\beta = 1,12$  раза больше объема спирта при  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ . Плотность спирта при температуре  $t_0 = 0^\circ\text{C}$  считайте равной  $\rho = 0,8$  г/см<sup>3</sup>. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

1. Следуя представленным опытными данным, запишите формулу зависимости объема  $V(t)$  спирта от температуры  $t$ , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины:  $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$ .



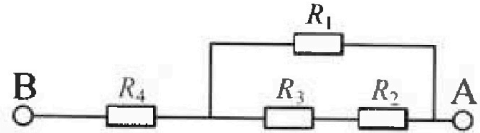
Температура воды, поступающей в ванну от природного геотермального источника, равна  $t_1 = 50^\circ\text{C}$ .

2. Найдите убыль  $|\Delta V|$  объема спирта при уменьшении температуры воды от  $t_1 = 50^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 40^\circ\text{C}$ . В ответе приведите формулу и число в мм<sup>3</sup>.
3. Найдите площадь  $S$  поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм<sup>2</sup>.

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов  $R_1 = 1,2r, R_2 = 2r, R_3 = 4r, R_4 = r$ , здесь  $r = 5$  Ом.

1. Найдите эквивалентное сопротивление  $R_{\text{ЭКВ}}$  цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного тока  $I = 4$  А.



2. Найдите мощность  $P$ , которая рассеивается на всей цепи.
3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность  $P_{\text{MIN}}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

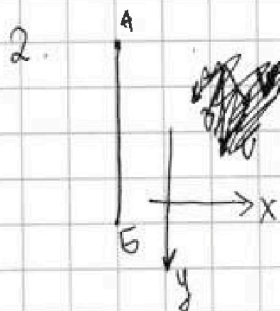
СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача n1 Дано:  $T_0 = 200 \text{ с}$   $S = 2 \text{ км}$   $V = 15 \text{ м/с}$

$\sin \alpha = 0,8$  Найти: 1.  $U$  2.  $T_1$  3.  $\alpha$ , если  $T_{A \rightarrow B} \rightarrow \min$  4.  $T_{\min}$

Реш: 1.  $S = U \cdot T_0$  (т.к. равномерное прямолинейное глм.)  
 $U = \frac{S}{T_0} = \frac{2000 \text{ м}}{200 \text{ с}} = 20 \text{ м/с}$



$V_1$  - скорость самолета относ. земли.

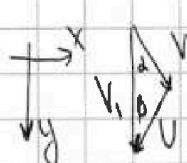
Т.к. БПЛА летит ровно по прямой AB, то тогда  $V_{1x} = 0$ ,  $\beta$  - угол скорости  $\vec{U}$  к

прямой AB;  
 $V_{1x} = 0 = V \sin \alpha - U \sin \beta$

$$\sin \beta = \frac{V}{U} \sin \alpha = \frac{15 \text{ м/с}}{20 \text{ м/с}} \cdot 0,8 = 0,6$$

можем найти, т.к.  $\sin \beta \leq 1$ . Т.е. скорости самолета и скорости БПЛА достаточно для выполнения условия иная скорость. Т.е.  $T_1 < \infty$ .

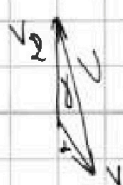
3. ~~( $V_1$  и  $\beta$  произм. по те, что и в п. 2.)  $\gamma$  - угол между  $\vec{U}$  и AB при полете обратно~~



~~$$V \sin \alpha = U \sin \beta \quad (V_{1x} = 0)$$~~

~~$$T_{A \rightarrow B} = \frac{S}{V_1} = \frac{S}{V \cos \alpha + U \cos \beta}$$~~

$V_2$  - скорость при полете B  $\rightarrow$  A



~~$$V \sin \alpha = U \sin \gamma \quad (V_{2x} = 0)$$~~

~~$$T_{B \rightarrow A} = \frac{S}{V_2} = \frac{S}{U \cos \gamma + V \cos \alpha}$$~~

$\rightarrow$  обратно B  $\rightarrow$  A



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. ~~пройдена~~  $T_{A \rightarrow B \rightarrow A} = \frac{S}{U \cos \beta + V \cos \alpha} + \frac{S}{U \cos \gamma - V \cos \alpha}$

т.к.  $\sin \gamma = \frac{V \sin \alpha}{U} = \sin \beta$ , и они оба  $\in [0; 90^\circ]$ , то  $\gamma = \beta$

~~$T_{A \rightarrow B \rightarrow A} = \frac{S}{U \cos \beta + V \cos \alpha} + \frac{S}{U \cos \beta - V \cos \alpha} = S \frac{2U \cos \beta}{U^2 \cos^2 \beta - V^2 \cos^2 \alpha}$~~

~~$\cos^2 \beta = 1 - \sin^2 \beta = 1 - \frac{V^2 \sin^2 \alpha}{U^2} = \frac{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}{U^2}$~~

~~$T_{A \rightarrow B \rightarrow A} = S \frac{2U \cos \beta}{U^2 - 2V^2 \cos^2 \alpha} = \frac{2 \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}}{U^2 - 2V^2 \cos^2 \alpha} S =$~~

~~$\Rightarrow \cos \beta = 0,8 = \sqrt{1 - 0,6^2}$~~

~~$\Rightarrow T_1 = \frac{S}{U \cos \beta + V \cos \alpha} = \frac{2000}{20 \cdot 0,8 + 1,5 \cdot 0,6} =$~~

~~$= \frac{2000}{25} = 80 \text{ c}$~~

3.  $T_{A \rightarrow B \rightarrow A} = \frac{S}{U \cos \beta + V \cos \alpha} + \frac{S}{U \cos \beta - V \cos \alpha}$

( $\cos \beta$  и  $\sin \alpha$  и  $\sin \beta$ , т.к.  $V \sin \alpha$  и  $\sin \beta$  и  $\sin \alpha$  и  $\sin \beta$  одинаковы.)

т.е.  $U \sin \beta_1 = U \sin \beta_2$ , т.е.  $\beta_1 = \beta_2$  ( $\beta_1, \beta_2 < 90^\circ$ )

$T_{A \rightarrow B \rightarrow A} = S \left( \frac{2U \cos \beta}{U^2 \cos^2 \beta - V^2 \cos^2 \alpha} \right); \cos^2 \beta = 1 - \sin^2 \beta = 1 - \frac{V^2 \sin^2 \alpha}{U^2} =$

$S \frac{2 \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}}{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha - V^2 \cos^2 \alpha} = S \frac{2 \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}}{U^2 - V^2}$  т.е.  $\text{гда min } T_{A \rightarrow B \rightarrow A} \sin^2 \alpha = 1$   
 $\alpha = 90^\circ$

4.  $T_{A \rightarrow B \rightarrow A \text{ min}} = \frac{2S}{\sqrt{U^2 - V^2}} = \frac{4000}{\sqrt{175}} = \frac{1600}{\sqrt{7}} = \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ c}$

Ответ: 1. 20 м/с 2. 80 с 3.

1.  $U = 20 \text{ м/с}$  2.  $T_1 = 80 \text{ с}$  3.  $\alpha = 90^\circ$  4.  $T_{\text{min}} = \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ с}$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

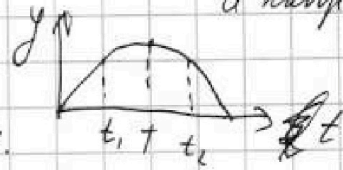
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2 Дано:  $t_1 = 0,5\text{c}$   $t_2 = 1,5\text{c}$   $|V_{t1}| = |V_{t2}|$   $\varphi = 90^\circ$   
 $g = 10\text{ м/с}^2$  Найти: 1. T 2.  $\alpha$  3. R

Реш:  $t_1 < T < t_2$  (т.к. ~~мы~~  $\varphi$  между скор. равны а напр. - перп.)

$\vec{V}_0$  - нач. скорость.

$\alpha$  - угол между  $\vec{V}_0$  и горизонт.



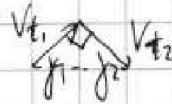
1.  $\int g T = V_0 \sin \alpha$  - верн. в верн = 0

$$V_0 \sin \alpha - g t_1 = - (V_0 \sin \alpha - g t_2)$$

$$\left\{ \begin{aligned} T &= \frac{V_0 \sin \alpha}{g} \\ 2 V_0 \sin \alpha &= g (t_1 + t_2) \end{aligned} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} T &= \frac{V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{t_1 + t_2}{2} = 1\text{c} \\ V_0 \sin \alpha &= \frac{g}{2} (t_1 + t_2) \end{aligned} \right.$$

2.  $(\vec{V}_{t1}, \vec{V}_{t2}) = 90^\circ$

$$\vec{V}_{t1, \text{верн.}} = - \vec{V}_{t2, \text{верн.}}$$



$\gamma_1$  - угол между  $\vec{V}_{t1}$  и верн.  $\gamma_2$  - угол между  $\vec{V}_{t2}$  и верн.

$$\text{tg } \gamma_1 = \frac{V_{t1, \text{верн.}}}{V_{t1, \text{верн.}} \cos \gamma_1} = \frac{V_{t2, \text{верн.}}}{V_{t2, \text{верн.}} \cos \gamma_2} = \text{tg } \gamma_2 \Rightarrow \gamma_1 = \gamma_2$$

$$\gamma_1 + \gamma_2 + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \gamma_1 = \gamma_2 = 45^\circ \text{ т.е. } V_{t1, \text{верн.}} = V_{t2, \text{верн.}}$$

$$= V_{t1, \text{верн.}} = V_{t2, \text{верн.}} \text{ (по модулю)}$$

$$\left\{ \begin{aligned} V_0 \sin \alpha - g t_1 &= V_0 \cos \alpha \\ -V_0 \sin \alpha + g t_2 &= V_0 \cos \alpha \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \end{aligned} \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} V_0 (\sin \alpha - \cos \alpha) = g t_1 \\ V_0 (\sin \alpha + \cos \alpha) = -g t_2 \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} 2:1 \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{matrix} \quad \begin{cases} V_0 = \sqrt{10g} \\ \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = -\frac{t_2}{t_1} = -3 \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \end{cases}$$

$$\sin \alpha + \cos \alpha = 3 \cos \alpha - 3 \sin \alpha \quad 2 \sin \alpha = \cos \alpha$$

$$5 \sin^2 \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$V_0 \sin \alpha = \frac{g(t_1 + t_2)}{2} \quad (\text{из н. 1.}) \quad V_0 = \frac{10 \cdot 2}{2 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}}} = 5\sqrt{5} \text{ м/с}$$

$$\begin{aligned} L &= V_0 \cos \alpha \cdot T = V_0 \cos \alpha \cdot \frac{2V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{2V_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \\ &= \frac{2 \cdot 5^3 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}}{10} = 5^2 \cdot \frac{2}{5} = 10 \text{ м} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad V_{\text{верх}} &= V_0 \cos \alpha = V_0 \cos \alpha \quad a_{\text{верх}} = g \\ g &= \frac{V_0^2 \cos^2 \alpha}{R} \quad R = \frac{V_0^2 \cos^2 \alpha}{g} = \frac{5^3 \cdot \frac{4}{5}}{10} = 10 \text{ м} \end{aligned}$$

Ответ: 1.  $T = 1 \text{ с}$  2.  $L = 10 \text{ м}$  3.  $R = 10 \text{ м}$



1  2  3  4  5  6  7

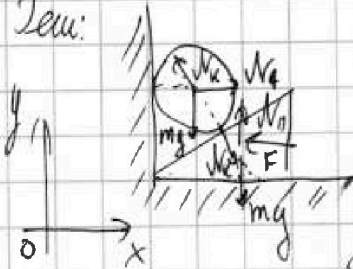
СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3 Дано:  $m = 0,4 \text{ кг}$   $g = 10 \text{ м/с}^2$   $F = mg\sqrt{3}$   
 $h = 0,15 \text{ м}$

Найти: 1.  $\alpha$  2.  $H$  3.  $N_1$  4.  $N_2$   
5.  $N_{\text{MAX}}$

Реш:



$N_k$  — сила, с кот. муш действует на шар.

$$O_x \text{ муш: } 0 = -N_k \sin \alpha + N_1$$

$$O_y \text{ муш: } 0 = N_k \cos \alpha - mg$$

$$O_x \text{ муш: } 0 = N_k \sin \alpha - F$$

Сгруппируем:

$$1. \begin{cases} N_k \sin \alpha = F = mg\sqrt{3} \\ N_k \cos \alpha = mg \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{3}}{1} \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin \alpha = \sqrt{3} \cos \alpha \\ 4 \cos^2 \alpha = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos \alpha = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{array}{c} \sqrt{3} \\ \triangle \\ 1 \end{array} \quad \alpha = 60^\circ$$

2.  $O_x \text{ муш: } m a_k = N_k \sin \alpha$   $a_k$  — ускор. муш

~~$N_k(t) = \text{const}$ , так как шар с муш касаются~~

~~$a_k = \frac{N_k \sin \alpha}{m} = \text{const}$  так как  $\alpha$  — от времени, так муш касаются шару, т.к.  $N_k = \text{const}$~~

~~$a_{\text{муш}}(\text{гор. муш}) = a_k \sin \alpha = \frac{N_k \sin \alpha}{m} \sin \alpha$~~

~~$N_k = \frac{mg}{\cos \alpha} \text{ (н.д.)} = \dots$~~

~~$a_{\text{муш}} = \frac{g \sin \alpha}{\cos \alpha} = g \tan \alpha$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

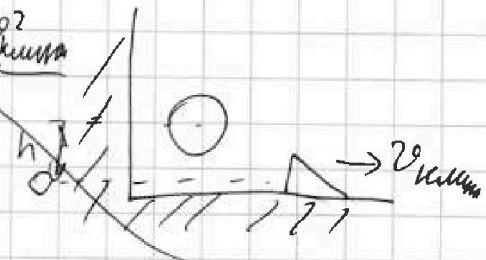
СТРАНИЦА  
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Вн~~  $t_{\text{наг}} (\text{время наг. шара}) = \sqrt{\frac{2H}{a_{\text{ш}}}} = \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \text{tg} \alpha$   
 $v_{\text{шарика}} (\text{скорость шарика в момент соудг. шара и земли}) =$   
 $= a_{\text{ш}} \cdot t_{\text{наг}} = g \text{tg} \alpha \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \text{tg} \alpha = \sqrt{2Hg} \cdot \text{tg}^2 \alpha$

Теперь запишем закон сохранения энергии. Точка  $H_{\text{ш}} = 0 \rightarrow$   
 $\rightarrow$  радиус шара от верш. под. т.ц.

Еначало =  $mgh = mgh + \frac{mv_{\text{шарика}}^2}{2}$   
 $mgh = mgh + \frac{m \cdot 2Hg \cdot \text{tg}^4 \alpha}{2}$   
 $H = h + H \text{tg}^4 \alpha \quad H = \frac{h}{1 - \text{tg}^4 \alpha} =$   
 $= 0,15 \text{ м}$

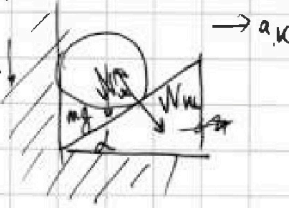


Оускоря  $ma_{\text{ш}} (\text{усл. шара}) = mg -$

2.  $a_{\text{ш}}, a_{\text{ш}} -$  ускор шара и шара соотв.

$N_{\text{ш}} -$  сила, с кот. шар давл. на ш.

$\begin{cases} ma_{\text{ш}} = N_{\text{ш}} \sin \alpha & \text{Оу шара} \\ ma_{\text{ш}} = -N_{\text{ш}} \cos \alpha + mg & \text{Оу шара} \end{cases}$



$\frac{a_{\text{ш}}}{a_{\text{ш}}} a_{\text{ш}} = a_{\text{ш}} \text{tg} \alpha \rightarrow$  уш. не разрешена.  
 $\begin{cases} N_{\text{ш}} = \frac{ma_{\text{ш}}}{\sin \alpha} = \frac{ma_{\text{ш}}}{\sin \alpha \cdot \text{tg} \alpha} = \frac{ma_{\text{ш}}}{\cos \alpha} \text{ Теорема 2} \\ ma_{\text{ш}} = mg - \frac{ma_{\text{ш}}}{\text{tg} \alpha} \end{cases}$

$ma_{\text{ш}} (1 + \text{tg}^2 \alpha) = mg \text{tg}^2 \alpha$   
 $a_{\text{ш}} = \frac{g \text{tg}^2 \alpha}{1 + \text{tg}^2 \alpha} = \frac{3g}{4}$

$a_{\text{ш}} = \frac{\sqrt{3}g}{4} = \frac{g \text{tg} \alpha}{1 + \text{tg}^2 \alpha}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Запишем закон сохранения энергии  $y=0$  на высоте от земли  
нов-ти, равной радиусу шара

$$E_{\text{пот}} = mgh + W_{\text{шара}} =$$

$$W_{\text{шара}} = E_{\text{пот}}$$



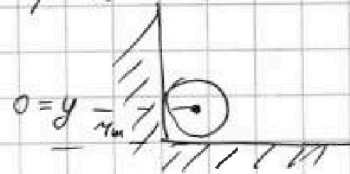
$$T_{\text{шара}} = \sqrt{\frac{2H}{a_{\text{ш}}}} = \sqrt{\frac{RH'}{3g}}$$

и вычисляем (с ком. от высоты отменили, отобразили от шара)

$$= a_{\text{ш}} T_{\text{шара}} = \frac{\sqrt{3}}{4} g \cdot \sqrt{\frac{RH'}{3g}} = \sqrt{\frac{Hg}{2}}$$

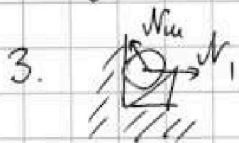
Запишем ЗСЭ, где  $y=0$  в точке шара.

$$E_{\text{шар}} = mgh + W_{\text{ш}} + W_{\text{к}} + E_{\text{шар}}^{\text{ш}} + E_{\text{шар}}^{\text{к}} =$$



$$= E_{\text{шар}} = mgh + W_{\text{к}} + 0 + \frac{mv_{\text{шар}}^2}{2}$$

$$mgh = mgh + \frac{mgh}{4} \quad H = \frac{4}{3}h = 0,2 \text{ м}$$



$$N_1 = N_{\text{ш}} \sin \alpha \quad (a_{\text{ш}} \text{ по } y = 0)$$

$$N_{\text{ш}} = \frac{ma_{\text{ш}}}{\sin \alpha}$$

$$N_1 = ma_{\text{ш}} = 0,4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} g =$$

$$= \sqrt{3} N$$

$$4. \quad a_{\text{ш}} = \frac{g + g \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$$

$$N_1 = \frac{mg + g \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha \in [0; 1] \rightarrow$$

$$\frac{\sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} \rightarrow \max \sin^2 \alpha$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{g \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} \right) =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{tg \alpha}{1 + tg^2 \alpha} \quad tg \alpha = x$$

$$\left( \frac{x}{1+x^2} \right)' = \frac{x \cdot (1+x^2)'_x - (1+x^2) x'_x}{(1+x^2)^2} =$$

$$= \frac{2x^2 - 1 - x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{x^2 - 1}{1+2x^2+x^4}$$

$$\left( \frac{x^2 - 1}{1+2x^2+x^4} \right)' = \frac{2x \cdot (1+2x^2+x^4) - (4x + 4x^3)(x^2 - 1)}{(1+2x^2+x^4)^2} =$$

$$= \frac{2x^5 - 2x^5 + 4x^3 + 6x}{(1+x^2)^4} \Rightarrow \text{максимум } \frac{x}{1+x^2}$$

нужно  $\frac{x^2 - 1}{1+2x^2+x^4}$  убавлен на  $\pm \infty \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 1}{(1+x^2)^2} = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow tg \alpha = \pm 1 \text{ т.к. } \alpha < 90^\circ$$

$$tg \alpha = 1 \quad \alpha = 45^\circ \quad \text{ответ } \alpha = 45^\circ$$

$$5. \quad W_1 = \frac{mg \cdot 1}{2} = \frac{0,4 \cdot 10}{2} = 20 \text{ Н}$$

Ответ: 1.  $\alpha = 60^\circ$  2.  $H = 0,2 \text{ м}$  3.  $\sqrt{3} \text{ Н}$  4.  $\alpha = 45^\circ$

5. 20 Н

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4 Дано:  $t_{0 \rightarrow 100} = 100 \text{ мин}$   $m = 0,04 \text{ г}$   
 $t_1 = 50^\circ \text{C}$   $t_{100} = 100^\circ \text{C}$   $\beta = 1,12$   $t_0 = 0^\circ \text{C}$   $\rho = 0,82 \text{ г/см}^3$   
 $t_2 = 40^\circ \text{C}$  Найти: 1.  $V(t)$  2.  $|\Delta V|$  3.  $S$

Реш: 1.  $V(t) = at + c$  ( $a, c$  - некие коэфф.)

$$V(100^\circ \text{C}) = \rho a t_{100} + c = \beta \rho V(0^\circ \text{C}) = \beta \rho V(t_0) = \beta \rho (t_0 a + c)$$

$$t_{100} a + c = \beta (t_0 a + c)$$

$$a(t_{100} - t_0 \beta) = c(\beta - 1)$$

$$c = a \frac{t_{100} - t_0 \beta}{\beta - 1}$$

$$a t_{100} + a \frac{t_{100} - t_0 \beta}{\beta - 1} = \beta \frac{m}{\rho}$$

$$a \left( \frac{\beta(t_{100} - t_0)}{\beta - 1} \right) = \beta \frac{m}{\rho} \quad a = \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)}$$

$$c = \frac{m(t_{100} - t_0 \beta)}{\rho(t_{100} - t_0)}$$

$$V(t) = \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} t + \frac{m(t_{100} - t_0 \beta)}{\rho(t_{100} - t_0)}$$

2.  $|\Delta V| = |V(50^\circ \text{C}) - V(40^\circ \text{C})| = |a(t_{50} - t_{40})| =$

$$= a \cdot 10^\circ \text{C} = \frac{0,12 \cdot 0,04}{0,8 \cdot 100} \cdot 10 = \frac{0,12 \cdot 0,04}{8} \text{ см}^3 =$$

$$= 0,06 \cdot 0,01 \text{ см}^3 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ см}^3 = 0,6 \text{ мм}^3$$

3.  ~~$|\Delta V_{0-100}| = |V(100^\circ \text{C}) - V(0^\circ \text{C})| = a \cdot 100^\circ \text{C} = \frac{0,12 \cdot 0,04}{0,8} =$~~

~~$= 6 \text{ мм}^3 \quad S = \frac{\Delta V_{0-100}}{l} = 0,06 \text{ мм}^2$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3. \quad S = \frac{\Delta V_{0^{\circ}-100^{\circ}}}{l} = \frac{V(100^{\circ}\text{C}) - V(0^{\circ}\text{C})}{l} = \frac{\alpha (100^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C})}{l} =$$

$$= \frac{100^{\circ}\text{C} - \alpha}{l} = \frac{100}{100} \cdot \frac{0,12 \cdot 0,04}{0,8 \cdot 0,0008 \text{ м}^3/\text{мм}^3} = 6 \text{ мм}^2$$

Ответы: 1.  $V(t) = \frac{m}{\rho} \left( \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} t + \frac{t_{100} - t_0 \beta}{t_{100} - t_0} \right)$

2. ~~0,6 мм<sup>3</sup>~~ 3. ~~6 мм<sup>2</sup>~~

$$S = \frac{|\Delta V_{t_0-t_0}|}{l} = \frac{6 \text{ мм}^3}{100 \text{ мм}} = 0,06 \text{ мм}^2$$

$\frac{10}{10} \text{ т.к. } \Delta t = 10^{\circ}\text{C} = \frac{\Delta t_{100-0}}{10}$

Ответы: 1.  $V(t) = \frac{m}{\rho} \left( \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} t + \frac{t_{100} - t_0 \beta}{t_{100} - t_0} \right)$

1.  $\frac{m}{\rho (t_{100} - t_0)} \left( (\beta - 1) t + (t_{100} - t_0 \beta) \right) = V(t)$

2. 0,6 мм<sup>3</sup> 3. 0,06 мм<sup>2</sup>



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

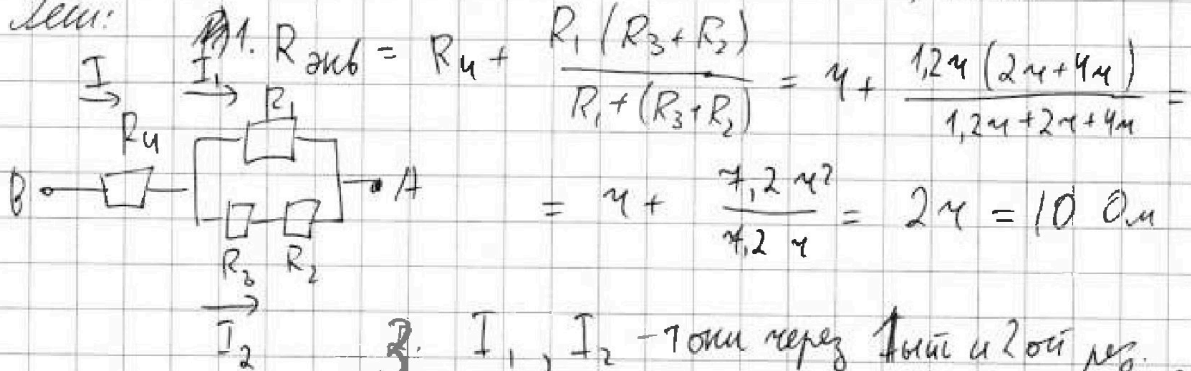
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5 Дано:  $R_1 = 1,2 \text{ M}$   $R_2 = 2 \text{ M}$   $R_3 = 4 \text{ M}$   $R_4 = 4 \text{ M}$   $I = 5 \text{ A}$   
Найти: 1.  $R_{\text{экв}}$  2.  $P$  3. ?  $P_{\text{min}}$ ,  $P_{\text{min}}$

Реш:



2.  $P = I R_{\text{экв}}^2 = I^2 R_{\text{экв}} = 400 \text{ Ватт}$

$I_1 + I_2 = I_2 \left( \frac{R_1 + R_3 + R_2}{R_1} \right) = I$   $I_2 = \frac{I R_1}{R_1 + R_3 + R_2} = \frac{I}{6}$

$I_1 = \frac{5I}{6}$

$P_1 = \frac{5I}{6} R_1^2 = \frac{5}{6} I^2 R_1^2$

$P_2 = \frac{I}{6} R_2^2 = \frac{2I^2}{3}$

$P_3 = \frac{I}{6} R_3^2 = \frac{8}{3} I^2$

$P_4 = I R_4^2 = I^2$

$P_2 < P_4 < P_1 < P_3$

Т.е.  $P_2 = P_{\text{min}} = \frac{2I^2}{3} = \frac{200}{3} \text{ Ватт}$

Ответ: 1.  $10 \text{ Ом} = R_{\text{экв}}$  2.  $P = 400 \text{ Ватт}$

3. на 2ом резисторе  $P = \frac{200}{3} \text{ Ватт}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1 - 2,25 \cos^2 \alpha > 0$$

$$1 - 4,5 \cos^2 \alpha > 0$$

$$x^2 - 2y^2$$

$$x^2 - y^2 - y^2$$

$$\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = -\frac{t_1}{t_2} = -\frac{1}{3}$$

$$3 \sin \alpha - 3 \cos \alpha = -\sin \alpha - \cos \alpha$$

$$2 \sin \alpha = \cos \alpha$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}}$$



$$\frac{x^2}{x} = \frac{2x \cdot x - x^2}{x^2} = 1$$

$$-2x^2 + 4x + 6 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x+1)(x-3) = 0$$

$$\frac{6}{1+x} + \frac{5}{1-x} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{3}{10}$$

$$\frac{5}{6}$$

$$\frac{10}{6}$$