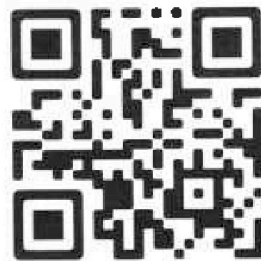


Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

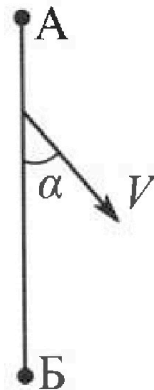


1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Аппарат всегда летит по прямой. Продолжительность полета аппарата по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ в безветренную погоду составляет $T_0=200$ с. Расстояние AB равно $S=2$ км.

1. Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допусти м, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 15$ м/с под углом α к прямой AB (см. рис.), $\sin \alpha = 0,8$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту $A \rightarrow B$ в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .
3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ минимальная?
4. Найдите минимальную продолжительность T_{MIN} полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$.



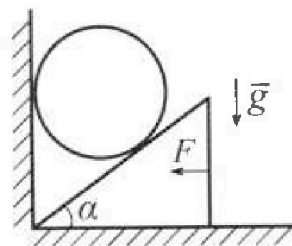
2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 0,5$ с и $t_2 = 1,5$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости мяча повернулся на угол $2\beta = 90^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите продолжительность T полета от старта до подъема на максимальную высоту.
2. Найдите дальность L полета от старта до падения на площадку.
3. Найдите радиус R кривизны траектории в малой окрестности высшей точки.

3. Клин с углом α при вершине находится на горизонтальной поверхности (см. рис). На наклонной плоскости клина покоится однородный шар, касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=0,4$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Систему удерживают в покое горизонтальной силой $F = \sqrt{3}mg$.

1. Найдите угол α , который наклонная плоскость клина образует с горизонтальной поверхностью.



Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на H шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью. Перемещение шара после соударения до первой остановки равно $h=0,15$ м.

2. Найдите перемещение H шара до соударения.
3. Найдите силу N_1 , с которой вертикальная стенка действует на шар в процессе разгона клина.
4. При каком значении угла α сила N_1 максимальная по величине?
5. Найдите максимальную величину N_{MAX} этой силы.



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

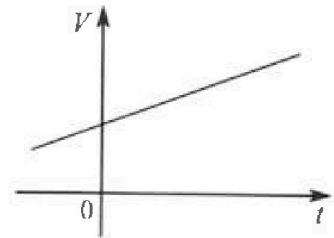


В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Для контроля температуры воды в лечебной ванне используют спиртовой термометр. На шкале такого термометра расстояние между отметками $t_0 = 0^\circ\text{C}$ и $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ равно $L=100$ мм. В термометре находится $m=0,04$ г спирта.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем спирта увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем спирта в $\beta = 1,12$ раза больше объема спирта при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность спирта при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 0,8$ г/см³. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

1. Следуя представленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$.



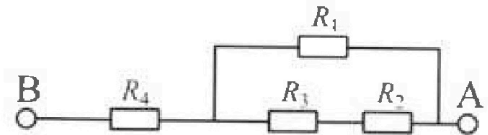
Температура воды, поступающей в ванну от природного геотермального источника, равна $t_1 = 50^\circ\text{C}$.

2. Найдите убыль $|\Delta V|$ объема спирта при уменьшении температуры воды от $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до $t_2 = 40^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм³.
3. Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм².

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 1,2r, R_2 = 2r, R_3 = 4r, R_4 = r$, здесь $r = 5$ Ом.

1. Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{ЭКВ}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного тока $I = 4$ А.



2. Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.
3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .

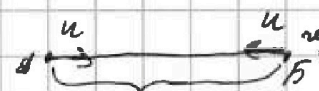
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

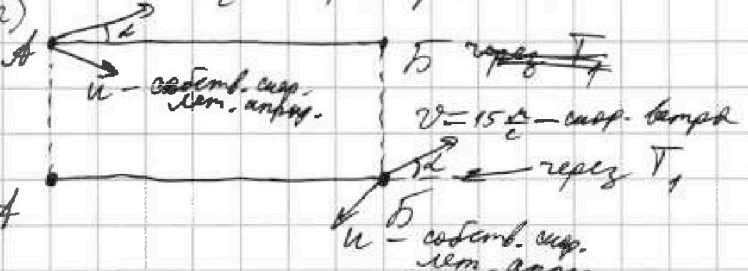


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

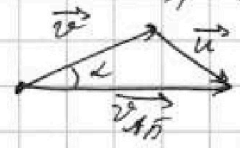
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1)  $S = 2 \text{ км}$
 $T_0 = 200 \text{ с}$
 м.ч. порога безветренная, но в обоих напр. течения скорость равна u .
 От А к Б аппарат плывет ~~по течению~~ обратно.
 $t_n = \frac{S}{u} \quad (1)$, обратно $T_0 - t = \frac{S}{u} \quad (2)$
 $(1) + (2):$
 $T_0 = \frac{2S}{u} \Rightarrow u = \frac{2S}{T_0}$
 $u = \frac{2 \cdot 2 \text{ км}}{200 \text{ с}} = 0,02 \frac{\text{км}}{\text{с}} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

2)  $v = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ - скор. течения
 u - скор. течения
 $v = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ - скор. течения
 u - скор. течения
 $S \sin \alpha = 0,8$

Скорость лодки относительно аппарата от А к Б:

$\vec{v}_{AB} = \vec{v} + \vec{u}$ где \vec{v}_{AB} - вектор скор. от А к Б,
 \vec{u} направлен как на картинке (рис. 2), \vec{v} должен быть направлен строго от А к Б



по т. косинусов:

$$u^2 = v^2 + v_{AB}^2 - 2v_{AB}v \cos \alpha$$

$$v_{AB}^2 - 2v_{AB}v \cos \alpha + v^2 - u^2 = 0$$

$$v_{AB} = \frac{2v \cos \alpha \pm \sqrt{4v^2 \cos^2 \alpha - 4v^2 + 4u^2}}{2} =$$

$$= \frac{2v \cos \alpha \pm \sqrt{4u^2 - 4v^2 \sin^2 \alpha}}{2}$$

$$v_{AB} = \frac{2 \cdot 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 0,8 \pm \sqrt{4 \cdot (15 \frac{\text{м}}{\text{с}})^2 - 4 \cdot (15 \frac{\text{м}}{\text{с}})^2 \cdot 0,8^2}}{2} = \frac{18 \frac{\text{м}}{\text{с}} \pm \sqrt{90 - 27(90 + 27)}}{2}$$

$$= \frac{18 \frac{\text{м}}{\text{с}} \pm \sqrt{16 + 64 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}}{2} = \frac{18 \frac{\text{м}}{\text{с}} \pm 32 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

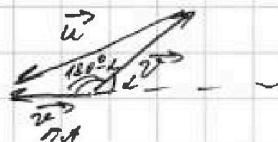
реш. v_{AB} - модуль скорости, то $v_{AB} \geq 0 \Rightarrow$ время упреждения.

$$\frac{(18-32)}{2} \frac{u}{c} \text{ на порядок } u \quad v_{AB} = \frac{18+32}{2} \frac{u}{c} = 25 \frac{u}{c}$$

т.е. $AB = S = 2 \text{ км}$, то $T_1 = \frac{S}{v_{AB}} \Rightarrow T_1 = \frac{2 \text{ км}}{25 \frac{u}{c}} =$
 $= \frac{2000}{25} \text{ с} = 80 \text{ с}$

В общем виде $v_{AB} = \frac{2v\sqrt{1-\sin^2\alpha} + \sqrt{(2u-2v\sin\alpha)(2u+2v\sin\alpha)}}{2} =$
 $= v\sqrt{1-\sin^2\alpha} + \sqrt{(u-v\sin\alpha)(u+v\sin\alpha)}$

Аналогично $\vec{v}_{BA} = \vec{v} + \vec{u}$, где \vec{v}_{BA} - абс. скор. лет. аппарата в напр. от B к A, \vec{u} направлено как на картинке рисунка в п.2.
 По т. косинусов:



$$u^2 = v_{BA}^2 + v^2 - 2v_{BA}v\cos(180^\circ - \alpha) =$$

$$= v_{BA}^2 + v^2 + 2v_{BA}v\cos\alpha$$

$$v_{BA}^2 + 2v_{BA}v\cos\alpha + v^2 - u^2 = 0$$

$$v_{BA} = \frac{-2v\cos\alpha \pm \sqrt{4v^2\cos^2\alpha - 4v^2 + 4u^2}}{2}$$

Корень с "-" перед корнем из дискриминанта не подходит, т.к. $v_{BA} \geq 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_{BA} = \frac{-2v\sqrt{1-\sin^2\alpha} + 2\sqrt{(u-v\sin\alpha)(u+v\sin\alpha)}}{2}$$

$$= \sqrt{(u-v\sin\alpha)(u+v\sin\alpha)} - v\sqrt{1-\sin^2\alpha}$$

Время полета от B к A в этом случае:

$$T_2 = \frac{S}{v_{BA}} = \frac{S}{\sqrt{(u-v\sin\alpha)(u+v\sin\alpha)} - v\sqrt{1-\sin^2\alpha}}$$

Суммарное время полета $A \rightarrow B \rightarrow A$:

$$T = T_1 + T_2 = S \left(\frac{1}{\sqrt{(u-v\sin\alpha)(u+v\sin\alpha)} + v\sqrt{1-\sin^2\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{(u-v\sin\alpha)(u+v\sin\alpha)} - v\sqrt{1-\sin^2\alpha}} \right) =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$= S \frac{2 \sqrt{(u - v \sin \alpha)(u + v \sin \alpha)}}{(u - v \sin \alpha)(u + v \sin \alpha) - v^2(1 - \sin^2 \alpha)} = S \frac{2 \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}}{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha - v^2 + v^2 \sin^2 \alpha}$$

$$= S \frac{2 \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}}{u^2 - v^2}$$

предварно, что чем больше $\sin \alpha$ и $u \Rightarrow \sin^2 \alpha$, тем больше $v^2 \sin^2 \alpha$, тем меньше $\sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}$, тем меньше $T \Rightarrow$ при $\sin \alpha \rightarrow \max$, т.е. $\sin \alpha = 1$ $T = T_{\min}$:

$$T_{\max} = S \frac{2 \sqrt{u^2 - v^2}}{u^2 - v^2} = S \frac{2}{\sqrt{u^2 - v^2}}, \quad \sin \alpha = 1 \Rightarrow \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

$$T_{\min} = \frac{2 \cdot 2 \mu}{\sqrt{(20 \frac{\mu}{c})^2 - (15 \frac{\mu}{c})^2}} = \frac{2 \cdot 2 \mu}{\sqrt{5 \cdot 35} \frac{\mu}{c}} = \frac{4000}{5\sqrt{7}} \text{ c} =$$

$$= \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ c}$$

- Ответ: 1) $u = 20 \frac{\mu}{c}$
 2) $T_1 = 80 \text{ c}$
 3) $\alpha = 90^\circ$
 4) $T_{\min} = \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ c}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$v_1 = v_2$
 углы между \vec{v}_1 и \vec{v}_2
 $2\beta = 90^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \beta = 45^\circ$

На нек. высоте верш. скар. мяча \Rightarrow
 $\Rightarrow \vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{g}(t_2 - t_1)$

т.е. $v_1 = v_2$, но по м. теореме:
 $g^2(t_2 - t_1)^2 = v_1^2 + v_2^2$
 $2v_1^2 = g^2(t_2 - t_1)^2$
 $v_1 = \frac{g(t_2 - t_1)}{\sqrt{2}}$

т.е. $\vec{v}_1 = \vec{v}_0 + \vec{g}t_1$

т.е. этот треугольник равноб. ($v_1 = v_2$), но
 высота из угла 2β делит его пополам
 и образует угол β с \vec{v}_1 .

В проекции на ось Ox : $v_{1x} = v_1 \cos \beta$
 $v_{1y} = v_1 \sin \beta$
 т.е. на нек. нек. высоте верш. скар. мяча

$v_{0x} = v_{1x} = v_1 \cos \beta$
 $v_{0y} = v_{1y} + gt_1 = v_1 \sin \beta + gt_1$

$v_{0x} = \frac{g(t_2 - t_1)}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{g(t_2 - t_1)}{2}$

$v_{0y} = \frac{g(t_2 - t_1)}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + gt_1 = \frac{gt_2 - gt_1 + 2gt_1}{2}$
 $= \frac{g(t_1 + t_2)}{2}$

В вершине м. ~~не~~ скар. $v_{1y} = v_{1x}$, т.е. отсюда
 верш. скар. мяча, т.е. у нас нек. нек. нек.
 эти параметры нам уже нужны отсюда

Значит, $v_{1y} = v_{0y} - gT = 0$
 $gT = \frac{g(t_1 + t_2)}{2}$
 $T = \frac{t_1 + t_2}{2}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$T = \frac{0,5c + 1,5c}{2} = 1c$$

Высота пара над горизонтальной изменяется по зак.

$$H = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2} \text{ в зав. от времени } t.$$

$$\text{пара над уром, } H=0 \Rightarrow v_{0y}t = \frac{gt^2}{2}$$

$$\frac{g(t_1+t_2)}{2} = \frac{gt}{2}$$

$t = t_1 + t_2$, значит время всего пара

$$t = t_1 + t_2 = 2c.$$

Закон перемещения пара по горизонтали от времени t :

$$l = v_{0x}t, \text{ значит в момент } t = t:$$

$$L = \frac{g(t_2 - t_1)}{2} \cdot (t_1 + t_2) = \frac{g(t_2^2 - t_1^2)}{2}$$

$$L = \frac{10 \frac{m}{c^2} \cdot ((1,5c)^2 - (0,5c)^2)}{2} = \frac{10 \frac{m}{c^2} \cdot 1c^2 \cdot 2c}{2} = 10 \text{ м}$$

Радиус кривизны в какой-либо точке траектории связан с ускорением к центру:

$$a = \frac{v^2}{R}, \text{ радиус в момент шара}$$

$$a = g, \quad v = v_{0x} = \frac{g(t_2 - t_1)}{2}$$

$$R = \frac{g^2(t_2 - t_1)^2}{4g} = \frac{g(t_2 - t_1)^2}{4}$$

$$R = \frac{10 \frac{m}{c^2} \cdot (1,5c - 0,5c)^2}{4} = 2,5 \text{ м}$$

- Ответ: 1) $T = 1c$
2) $L = 10 \text{ м}$
3) $R = 2,5 \text{ м}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

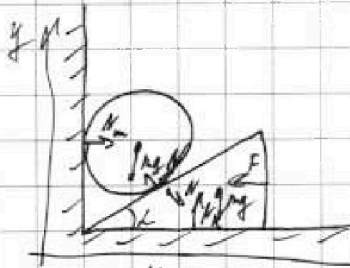


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3



На шар действуют силы реакции ст. стены N_n , клина N и сила тяж. mg

На клин действуют силы реакции N_k клина шар, N шара, и сила тяж. mg и сила F .

Усл. равновесия шара по оси Oy и клина по оси Ox :

$$\cancel{N_n} = \cancel{N} \sin \alpha \quad mg = N \cos \alpha \quad (1)$$

$$\cancel{F} = \cancel{N} \quad F = N \sin \alpha \quad (2)$$

$$(2) : (1) :$$

$$\frac{F}{mg} = \tan \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sqrt{3} mg}{mg} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

Усл. равновесия шара по оси Ox :
после снятия силы F .

$$\cancel{N_n} = N \sin \alpha \quad (3)$$

$$(3) : (1) :$$

$$\frac{N_n}{F} = 1 \Rightarrow N_n = F = \sqrt{3} mg$$

Сила F не действует на шар, поэтому шар только находится в равновесии, но не шар, который прижимается. Оставайтесь в покое по оси $Ox \Rightarrow N_1 = N_n = \sqrt{3} mg$

$$N_1 = \sqrt{3} \cdot 0,9 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 4\sqrt{3} \text{ Н}$$

Усл. равн. на шар по Ox после снятия F : $N_k = N \sin \alpha$
и, и после сдв. шар направлена

на h , но

$$h = v_{0x} t_n - \frac{g t_n^2}{2}$$

$$v_{0x} - g t_n = 0, \text{ где } t_n \text{ — время падения на } h, \text{ и}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t_n = \frac{v_m}{g}$$

$$h = \frac{v_m^2}{g} - \frac{v_m^2}{2g} = \frac{v_m^2}{2g}$$

$$v_m = \sqrt{2gh}$$

3-и сохр. ЭН. в системе клин + шар (во все время силы перп. перемещ. \Rightarrow их работа 0) между начальное полож. и моментом содр. и шар, ~~функции и радиусы шара и клина~~

(5) $mgH = \frac{mv_m^2}{2} + \frac{mv_k^2}{2}$, где v_k - ~~продольная~~ ~~клин~~ ~~шар~~.

$$mgH = mgh + \frac{mv_k^2}{2}$$

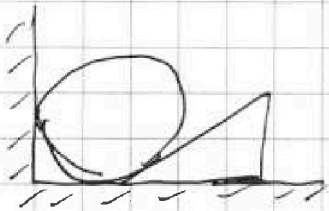
$$2gH = 2gh + v_k^2$$

3-ий изм. мех. ЭН. на клин и шар в том же направлении:

$$mgH - Nl \cos \alpha = \frac{mv_k^2}{2} \quad (3)$$

$$N \sin \alpha l = \frac{mv_k^2}{2} \quad (4), \text{ где } l - \text{перемещ. клина}$$

$$(3) + (4) = (5);$$



пока касая шар и клин

$$mgH - Nl \cos \alpha + N \sin \alpha l = mgH$$

$$l \sin \alpha = l \cos \alpha$$

$$l = l \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$v_k^2 = \frac{2N \sin \alpha l}{m} = \frac{2N \sin \alpha l \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}{m} = \frac{2Nl \cos \alpha}{m}$$

$$2gH = 2gh + \frac{2Nl \cos \alpha}{m}$$

$$2mgH = 2mgh + Nl \cos \alpha$$

$$l = \frac{2h}{\tan \alpha} \Rightarrow t_x = \sqrt{\frac{2h}{a}}$$

$$v_k = \sqrt{2la} = \sqrt{2h}$$

$$= \sqrt{2 \cdot \frac{H}{\tan \alpha} \cdot \frac{N \cos \alpha}{m}} = \sqrt{\frac{2HN \cos \alpha}{m}}$$

Сила реакции на шар $N_1 = N_2 = \sqrt{3}mg = 250k$

Амплитуда $\alpha = 60^\circ; 2) \quad 3) N_1 = 4\sqrt{3}H$



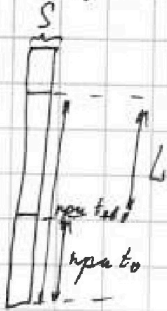
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4
 $t_0 = 0^\circ\text{C}$, $t_{100} = 100^\circ\text{C}$, $l = 100 \text{ мм}$, $m = 0,042$, $\beta = 1,12$, $\rho = 0,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$
 $V(t)$ — линейная зав.



При t_0 объем стержня $V_0 = \frac{m}{\rho}$
при t_{100} объем стержня $V_{100} = \beta V_0 = \frac{\beta m}{\rho}$
л.к. зав. линейная, пусть ун. коэфф. расширения k , свободный коэфф. — b , тогда:

$$\begin{cases} V_0 = kt_0 + b \\ V_{100} = kt_{100} + b \end{cases}; \quad \begin{cases} k = \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)} \\ b = V_0 - kt_0 \end{cases}; \quad \begin{cases} k = \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)} \\ b = \frac{m(\beta t_0)}{\rho(t_{100}-t_0)} \end{cases}$$

$$V_0 - V_{100} = k(t_0 - t_{100}) \quad b = \frac{m}{\rho} - \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)} t_0 = \frac{m(\beta t_0)}{\rho(t_{100}-t_0)}$$

$$k = \frac{V_{100} - V_0}{t_{100} - t_0} = \frac{\frac{\beta m}{\rho} - \frac{m}{\rho}}{t_{100} - t_0} = \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)}$$

Подставляем

$$V = \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)} t + \frac{m(\beta t_0)}{\rho(t_{100}-t_0)}$$

или. При t_1 и t_2 :

$$V_1 = \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)} t_1 + \frac{m(\beta t_0)}{\rho(t_{100}-t_0)}$$

$$V_2 = \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)} t_2 + \frac{m(\beta t_0)}{\rho(t_{100}-t_0)}$$

$$\Delta V = V_1 - V_2 = \frac{m(\beta-1)(t_1 - t_2)}{\rho(t_{100}-t_0)}$$

$$\Delta V = \frac{0,042 \cdot 0,12 \cdot 10^\circ\text{C}}{0,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 100^\circ\text{C}} = \frac{1,2}{2000} \text{ см}^3 = 0,0006 \text{ см}^3$$

$$= 0,6 \text{ мм}^3$$

Разность объемов при t_0 и t_{100} :

$$lS = \frac{m(\beta-1)(t_{100}-t_0)}{\rho(t_{100}-t_0)} = \frac{m(\beta-1)}{\rho}$$

$$S = \frac{m(\beta-1)}{\rho l} \Rightarrow S = \frac{0,042 \cdot 0,12}{0,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 100 \text{ см}} = \frac{0,12}{200} \text{ см}^2$$

$$= \frac{12}{200} \text{ мм}^2 = 0,06 \text{ мм}^2$$

Ответ: 1) $V = \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)} t + \frac{m(\beta t_0)}{\rho(t_{100}-t_0)}$; 2) $\Delta V = 0,6 \text{ мм}^3$; 3) $S = 0,06 \text{ мм}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

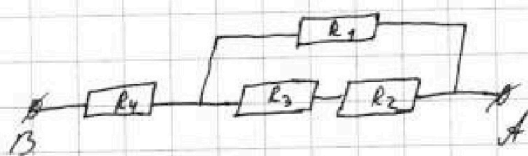
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5



$$R_1 = 1,2 \Omega$$

$$R_2 = 2 \Omega$$

$$R_3 = 4 \Omega$$

$$R_4 = 2 \Omega$$

$$I = 4 \text{ A}$$

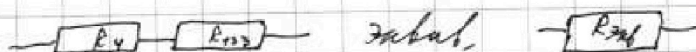
$$I = 4 \text{ A}$$



$$R_{23} = R_2 + R_3 = 2 \Omega + 4 \Omega = 6 \Omega$$



$$R_{123} = \frac{R_1 \cdot R_{23}}{R_1 + R_{23}} = \frac{1,2 \Omega \cdot 6 \Omega}{1,2 \Omega + 6 \Omega} = \frac{7,2}{7,2} \Omega = 1 \Omega$$



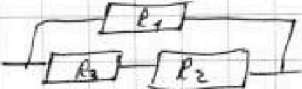
$$R_{4123} = R_4 + R_{123} = 2 \Omega + 1 \Omega = 3 \Omega$$

$$R_{\text{эв.}} = 2 \cdot 5 \Omega = 10 \Omega$$

По 3-ей формуле-Менгера: $P = UI$, н.д.
но 3-ю формулу $U = IR$, но $P = I^2 R_{\text{эв.}}$

$$P = (4 \text{ A})^2 \cdot 10 \Omega = 16 \cdot 10 \text{ Вт} = 160 \text{ Вт}$$

Напряжение в цепи $U = IR_{\text{эв.}}$
 $U = 4 \text{ A} \cdot 10 \Omega = 40 \text{ В}$

Через  мерим ток I по 2-й сопр. запар. I_1 - ток через верхнюю ветвь, I_2 - через нижнюю.

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{U'}{R_1}}{\frac{U'}{R_2 + R_3}} = \frac{R_2 + R_3}{R_1} = \frac{6 \Omega}{1,2 \Omega} = 5, \text{ где } U' - \text{напр. на этой сопр.}$$

$$I_1 = 5I_2 \Rightarrow I = 6I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{I}{6} \Rightarrow I_2 = \frac{2}{3} \text{ A}, I_1 = \frac{10}{3} \text{ A}$$

на 1-й резисторе:

$$P_1 = I_1^2 R_1 = \frac{100}{9} \cdot 1,2 \Omega = \frac{200}{3} \text{ Вт}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На 2-м и 3-м резисторах:

$$P_2 = I_2^2 R_2 = \frac{4}{9} \cdot 2.5 \text{ Вт} = \frac{40}{9} \text{ Вт}$$

$$P_3 = I_2^2 R_3 = \frac{4}{9} \cdot 4.5 \text{ Вт} = \frac{800}{9} \text{ Вт}$$

На 4-м резисторе (ток $I = 4 \text{ А}$):

$$P_4 = I^2 R_4 = 16 \cdot 5 \text{ Вт} = 80 \text{ Вт}$$

$$P_1 = \frac{600}{9} \text{ Вт}; P_2 = \frac{40}{9} \text{ Вт}; P_3 = \frac{800}{9} \text{ Вт}; P_4 = \frac{720}{9} \text{ Вт} \Rightarrow$$

$\Rightarrow P_2 < P_1 < P_4 < P_3 \Rightarrow$ наименьшая мощность рассеивается на 2-м резисторе
и $P_{\min} = P_2 = \frac{40}{9} \text{ Вт}$

Ответ: 1) $R_{\text{экв}} = 10 \text{ Ом}$

2) $P = 160 \text{ Вт}$

3) на 2-м резисторе, $P_{\min} = \frac{40}{9} \text{ Вт}$



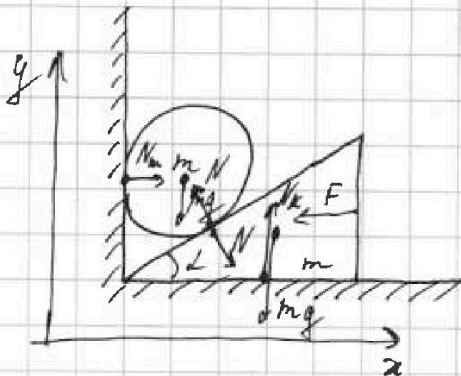
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3



$$\vec{g} = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$F = \sqrt{3} mg$$

$$m = 0,4 \text{ кг}$$

$$mg \sin \alpha = \frac{mv^2}{r}$$

$$mg \cos \alpha = \frac{mv^2}{r} + \frac{mv^2}{r}$$

~~mg \sin \alpha = \frac{mv^2}{r}~~

На шар действуют сила тяжести mg (верт.),
сила норм. реакции со стороны стенки N_1 (горизонт.),
сила норм. реакции со стороны клина N (под углом $90^\circ - \alpha$ к верт.)

На клин действ. сила норм. реакц. со стороны
стенки N_2 (верт.), сила тяжести mg (верт.)
& сила F (гориз.) и сила норм. реакц. со
стор. шара N (под углом $-(90^\circ - \alpha)$ к верт.)

Условие равновесия шара по оси Oy :

$$mg = N \cos \alpha \quad (1)$$

Условие равновесия ~~шара~~ клина по оси Ox :

$$F = N \sin \alpha \quad (2)$$

$$(2) : (1) :$$

$$\frac{F}{mg} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3} mg}{mg} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

~~Когда приложена сила F , шар начинает
двигаться~~

Условие равновесия шара по горизонтальной оси (после снятия силы F , шар не движ. по верт.):

$$N_1 = N \sin \alpha$$

т.к. шар прижимается только по вертикали, а клин — по горизонтали, по равновесию величина сил реакции равны 0, тогда, N_1



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

сохр. мех. энергии (о на высоте центра шара, или на высоте ц.м. шара, когда он касается нижней поверхности):

$$mgH = \frac{mv_m^2}{2} + \frac{mv_k^2}{2}, \text{ где } v_m - \text{ скорость шара при}$$

соуд. с ниж. пов., v_k - скорость шара в тот же момент.

~~$$2gH = v_m^2 + v_k^2$$~~

Пример, т.к. после соуд. шар поднимается

на $h = 0,15 \text{ м}$, то

$$h = v_m t_k - \frac{g t_k^2}{2}$$

$v_k = v_m - g t_k = 0$, где t_k - время подъема на h , v_k - скор. на выс. h ,

$$v_k = 0:$$

$$v_m = g t_k$$

$$t_k = \frac{v_m}{g}$$

$$h = \frac{v_m^2}{g} - g \cdot \frac{v_m^2}{g^2} = \frac{v_m^2}{g} - \frac{v_m^2}{2g} = \frac{v_m^2}{2g}$$

$$v_m = \sqrt{2gh} \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2gH = 2gh + v_k^2$$

3-я изр. мех. энергии шара ~~и шара~~ ~~с углом α к горизонту, с силой N~~ ~~с углом α к горизонту~~

~~$$1) mgH = N H \cos \alpha$$~~

~~$$mg = N \cos \alpha \Rightarrow N = \frac{mg}{\cos \alpha} \Rightarrow N_1 = N \sin \alpha = mg \tan \alpha$$~~

~~$$N_1 = mg \cdot \sqrt{3} \Rightarrow N_1 = \sqrt{3} \cdot 0,9 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} = 4\sqrt{3} \text{ Н}$$~~

3-я изр. мех. ~~и шара~~:

~~$$\frac{mv_k^2}{2} = N \sin \alpha l, \text{ где } l - \text{перемещ.}$$~~

~~т.к. сила не постоянна, но путь l равен $l = \frac{a t_k^2}{2}$, где $a = \frac{N \sin \alpha}{m}$~~

~~t_k - время движения шара.~~

~~$$t_k = \frac{(mg - N \cos \alpha) t_k^2}{m} - \text{перемещ. шара}$$~~

~~$$t_k = \sqrt{\frac{2Hm}{mg - N \cos \alpha}}$$~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$$l = \frac{N \sin \alpha}{m} \cdot \frac{2Hm}{mg - N \cos \alpha} = \frac{2Nl \sin \alpha}{mg - N \cos \alpha}$$

$$\frac{mv_u^2}{2} = \frac{2Nl \sin^2 \alpha}{mg - N \cos \alpha}$$

$$v_u^2 = \frac{4Nl \sin^2 \alpha}{m \left(\frac{mg}{\cos \alpha} - N \right)}$$

$$v_u^2 = \frac{4 \frac{m^2 g^2}{\cos^2 \alpha} l \sin^2 \alpha}{m^2 g - m \frac{mg}{\cos \alpha}}$$~~

~~Шар имеет ускорение $a_n = \frac{mg - N}{m}$~~

~~тогда~~
$$\frac{mv_u^2}{2} - mgl = -Nl \cos \alpha$$

~~Значит изм. скорость. Шар имеет ускорение~~

~~$$a = \frac{mg - N \cos \alpha}{m}$$
, м.к. на расстоянии~~

~~вниз на l за t_x и скорость v_u м.к.~~

~~$$l = \frac{at_x^2}{2}, v_u = at_x$$~~

~~$$v_u = \sqrt{2gh} = \frac{mg - N \cos \alpha}{m} \cdot t_x$$~~

~~$$t_x = \frac{\sqrt{2gh} m}{mg - N \cos \alpha}$$~~

~~$$l = a \cdot \frac{t_x^2}{2} = \frac{v_u^2}{2a} =$$~~

~~$$= \frac{\sqrt{2gh} m}{2mg - 2N \cos \alpha} \Rightarrow 2mgl - 2Nl \cos \alpha = m^2 g h$$~~

~~$$2Nl \cos \alpha = 2mgl - m^2 g h \Rightarrow N = \frac{mg(H-h)}{l \cos \alpha}$$~~

~~$$\frac{m \cdot 2gh}{2} - mgl = -Nl \cos \alpha$$~~

~~$$+N = \frac{mgh}{l \cos \alpha} - \frac{mg}{\cos \alpha}$$~~

~~$$N = \frac{mg(H-h)}{l \cos \alpha}$$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.к. сила N не mg , то h должна быть равна h_0
с ускорением $a = \frac{N \sin \alpha}{m}$, при этом

$$v_k = at_2 = \frac{N \sin \alpha}{m} \cdot \frac{\sqrt{2gh} \cdot m}{mg - N \cos \alpha} = \frac{N \sin \alpha \sqrt{2gh}}{mg - N \cos \alpha}$$

$$2gh = 2gh + \frac{2gh N^2 \sin^2 \alpha}{(mg - N \cos \alpha)^2}$$

$$2gh(mg - N \cos \alpha)^2 = 2gh(mg - N \cos \alpha)^2 + 2gh N^2 \sin^2 \alpha$$

$$2gh \cdot m^2 g^2 - 4gh mg N \cos \alpha + N^2 \cos^2 \alpha = 2gh m^2 g^2 -$$

$$- 4gh mg N \cos \alpha + N^2 \cos^2 \alpha + 2gh N^2 \sin^2 \alpha$$

$$2gh N^2 \sin^2 \alpha + 4g^2 m \cos \alpha N (H-h) + 2g m^2 (h-H) = 0$$

$$D = 16m^2 g^4 \cos^2 \alpha (H-h)^2 + 16m^2 g^4 (H-h) h \sin^2 \alpha =$$

$$= 16m^2 g^4 (H-h) (H \cos^2 \alpha - h \cos^2 \alpha + h \sin^2 \alpha) =$$

$$= 16m^2 g^4 (H-h) (H \cos^2 \alpha + h - 2h \cos^2 \alpha) =$$

$$= 16m^2 g^4 (H-h) (H \cos^2 \alpha (H-h) + h(1 - \cos^2 \alpha))$$

$$N = \frac{-4g^2 m \cos \alpha (H-h) + \sqrt{16m^2 g^4 (H-h) (H \cos^2 \alpha + h - 2h \cos^2 \alpha)}}{2gh \sin^2 \alpha}$$

$$= \frac{-Hmg^2 \cos \alpha (H-h) + 4mg^2 \sqrt{(H-h)(H \cos^2 \alpha + h - 2h \cos^2 \alpha)}}{2gh \sin^2 \alpha}$$

$$= \frac{mg}{2gh} \left(\cos \alpha (H-h) + \sqrt{(H-h)(H \cos^2 \alpha + h - 2h \cos^2 \alpha)} \right)$$

$$\frac{mg}{H \cos \alpha} = \frac{mg}{2gh} \left(\cos \alpha (H-h) + \sqrt{(H-h)(H \cos^2 \alpha + h - 2h \cos^2 \alpha)} \right)$$

$$h(H-h) \sin^2 \alpha = H(H-h) \cos^2 \alpha + H \cos^2 \alpha \sqrt{(H-h)(H \cos^2 \alpha + h - 2h \cos^2 \alpha)}$$

$$H^2 \cos^2 \alpha (H-h) (H \cos^2 \alpha + h - 2h \cos^2 \alpha) = (H-h)^2 (h \sin^2 \alpha - H \cos^2 \alpha)^2$$

Ответ: $\alpha = 60^\circ$