



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколько способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 21

Пусть частное geom. прогрессии равно d

$$\frac{\sqrt{15x+6}}{(x-3)^3} \cdot d^8 = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

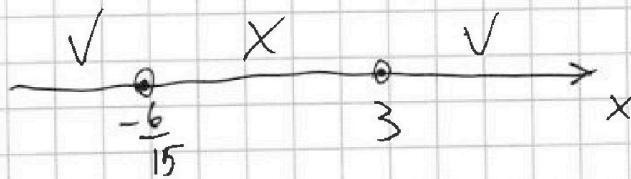
$$d^8 = \sqrt{(x-3)^4}$$

$$d^8 = (x-3)^2$$

$$d = \sqrt[4]{(x-3)^2} \pm \sqrt[4]{|x-3|}$$

$15x+6 \neq 0$ м.к при этом прогрессия
нулевая; $x+4=0$ это не может быть
намыслью ограничение $15x+6=0$

$(15x+6)$ и $(x-3)$ одинаковых знаков
м.к. ближе стоят под корнем.



$$x \in \left(-\infty; -\frac{6}{15}\right) \cup (0; 3) \cup (3; +\infty)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Десятый шаг

$$x+4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot \left(|x-3|^{\frac{1}{4}}\right)^6 = \pm |x-3|^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{|15x+6|}$$

$$(x+4)^2 = |15x+6|$$

1) Нужно $|15x+6 > 0; x-3 > 0$

При этом ^{частное} разность прогрессии равна

$$d = \pm (x-3)^{\frac{1}{4}} ; \text{ берём с плюсом} \quad (\text{так как разность})$$

Десятый шаг прогрессии ^{внешнюю} берём

$$x+4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot \left((x-3)^{\frac{1}{4}}\right)^6 =$$

$$= \sqrt{15x+6} ; \quad \left\{ \begin{array}{l} x^2 + 16.8x + 16 = 15x+6 \\ x+4 > 0 \end{array} \right.$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x=2 \\ x \neq 2 \\ x=5 \end{array} \right] ; \text{ берём либо оба либо ни один}$$

$x=2$ не подходит, т.к. по предположению
 $x-3 > 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Теперь предположим, что $(x-3) < 0$:

$$(15x+6) < 0 ; \text{ гамма } d = \pm (3-x)^{\frac{1}{4}}$$

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} = \sqrt{\frac{-6-15x}{(3-x)^3}}$$

Делим на член:

$$x+4 = \sqrt{-6-15x} ; x+4 \geq 0$$

$$x^2 + 8x + 16 = 6 - 15x$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0$$

$$\begin{cases} x = -22 & x = -22 \text{ не подходит} \\ x = -1 & \text{подходит сда} \end{cases} \quad \text{М.к. } x+4 \geq 0$$

один оба лежат в областях

определения $x \in (-\infty; -\frac{6}{15}) \cup (3; +\infty)$

Ответ: $\left\{ \frac{5}{4}; -22; -1; 5 \right\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Д} = 4 + 32,75 \cdot 4 = 4 + 128 + 3 = 135 = \\ = 9 \cdot 15$$

$$x = \pm 2$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{80}}{2} = 1 \pm \sqrt{20} \quad | \begin{array}{l} x+7 > 0 \\ 5-x < 0 \end{array} \quad | \text{ при } x = 1 + \sqrt{20}$$

$$2) (x+7)(5-x) = 2,25 \quad x = \frac{2 \pm 3\sqrt{15}}{2} = \\ x = 1 + \frac{3}{2}\sqrt{15} \text{ неко, } x^2 + 2x - 32,75 = 0 \quad = 1 \pm \frac{3}{2}\sqrt{15}$$

m.k. $5-x < 0$

$$6 = \sqrt{5-x} - \sqrt{x+7} + 2\sqrt{(x+7)(5-x)} \quad | \begin{array}{l} \text{слева положи-} \\ \text{тельную, бываю-} \\ \text{щую ошибку} \end{array}$$

$$36 = 12 + 4(x+7)(5-x) + 4(x+7)\sqrt{5-x} + \\ + 4(5-x)\sqrt{x+7} - 2\sqrt{(5-x)(x+7)}$$

Ответ:

$$\left. \begin{array}{l} y = 35 \\ z = 0 \\ x = \frac{2 \pm 3\sqrt{15}}{2} \\ x = (1 \pm \sqrt{20}) \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{(x+7)(5-x)} - 6$$

возводим в квадрат

$$x+7 + 5-x - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} =$$

$$= 4(x+7)(5-x) - 24\sqrt{(x+7)(5-x)} + 36$$

$$12 + 22\sqrt{(x+7)(5-x)} = 36 + 4(x+7)(5-x)$$

$$\sqrt{(x+7)(5-x)} = + ; + \geq 0$$

$$12 + 22t = 36 + 4t^2$$

$$t^2 - 14t - 5 = 0$$

$$(t-1)(t-15) = 0$$

$$\begin{cases} t = 1 \\ t = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = 1 \\ t = 15 \end{cases}$$

$$1) (x+7)(5-x) = 16$$

$$-x^2 + 35 - 2x = 16 ; x^2 + 2x - 19 = 0$$

$$2) (x+7)(5-x) = 2,25 ; -x^2 + 35 - 2x = 2,25$$

$$x^2 + 2x - 32,75 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решаем первое:

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2} =$$

$$= 2\sqrt{(5-x)(x+7)}$$

$$\cancel{\sqrt{5-x}}(\sqrt{x+7} + 1) + \sqrt{x+7}(\sqrt{5-x} - 1) = 6$$

$$\cancel{x+7 \geq 0} ; \cancel{5-x \geq 0} ; \cancel{6 \text{ квадрат не может быть отрицательным}} \\ \cancel{x+7 + 5-x + 36 = 2\sqrt{35(5-x)(x+7)} + 13\sqrt{x+7} - 13\sqrt{5-x}}$$

$$\cancel{5-x = t} ; \cancel{x+7 = 4x-5 + 12 = 12-t}$$

$$\cancel{\sqrt{12-t} - \sqrt{t} + 6 = 2\sqrt{t} + (12-t)}$$

$$\sqrt{5-x} = a ; \sqrt{x+7} = b \quad a, b \geq 0$$

$$b-a+6 \geq ab$$

$$a(12-b) = b+6$$

$$a = \frac{b+6}{12-b}$$

$$\sqrt{5-x} = \sqrt{x+7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) y < 20$$

$$\begin{aligned} 0 < 90 - 3y &= \sqrt{225 - z^2} \\ (3y - 90)^2 + z^2 &= \cancel{\sqrt{225}} \quad 225 \\ 9(y - 30)^2 + z^2 &= 225 \end{aligned}$$

дуга того же эллипса, что и в первом интервале. Но нам не подходит такого $y < 20$,

График $9(y-30)^2 + z^2 = 225$:

м.к. $9(y-30)^2$
становится
при этом
максимальное
значение

Таким образом, $y = 35; z = 0$ -
единственное возможное реше-
ние второго уравнения.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + z|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{array} \right. \quad \text{N} \# 2$$

1) 6 чиселами $y \geq$ выполняется
второе уравнение.

2) из него следует $|z| \leq 15$

$$\text{М.к. } \sqrt{225-z^2}$$

При $y > 35$

$$3y - 90 = \sqrt{225-z^2}$$

$$9y - 270y + 8100 = 225 - z^2$$

$$(3y-90)^2 + z^2 = 225 \quad \text{здесь } z=0$$

При $y \geq 35$
решение
единственное ($y=35$)

$$9(y-30)^2 > 225 \quad 0 < -y + 90 = \sqrt{225-z^2}$$

$$(y-50)^2 + z^2 = 225 \quad ; \text{здесь } y=50$$

также

но таким образом $z < y \geq 35$ здесь не подходит
крайне $y=35$ т.к. нет в этих показателей. решений.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$\cos 3x = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x =$$

$$= 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \sin^2 x \cos x =$$

$$= \cos x (2 \cos^2 x - \cos x - 2(1 - \cos^2 x)) \cdot \cos x =$$

$$= 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x = 3 \cancel{2} 6 \cos^2 x + (p-3)$$

$$4 \cos^3 x + 2 - 6 \cos^2 x + 3 \cos x = p-3$$

замена $t = \cos x ; t \in [-1, 1]$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t = p-3$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t \approx$$

Найдем обласстъ зупачий

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 3(4t^2 - 4t + 1) = \\ = 3(2t-1)^2 = 12 \left(t - \frac{1}{2}\right)^2$$

Произвезд нал засущдем

Чис супачи, б можке $t = \frac{1}{2}$

Она как раз лежит б пачем



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

западнее.

Наш $f(t)$ непрерывная
 $t \in [-1; 1]$; находит значение
на концах отрезка и $6t = \frac{1}{2}$

$$f(-1) = -13$$

$$f(1) = 1$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{т.е. } P-3 \in [-13; 1] ; P-3 = Q$$

$$P \in [-10; 4]$$

$$| u^3 - 6u^2 + 3u = P \quad Q$$

$$t \in [-1; 1]$$

$$u^3 - 6u^2 + 3u - q = 0$$

$$\frac{u^3}{2} - \frac{3u^2}{2} + \frac{3u}{4} - \frac{q}{u} = 0$$

Получаем $t \in \mathbb{Q}$

α

$$f'(t) \geq 0 \forall t \in \mathbb{R}$$

т.е. для каждого P
решение одно.

(слева функция
непрерывная, справа
константа)

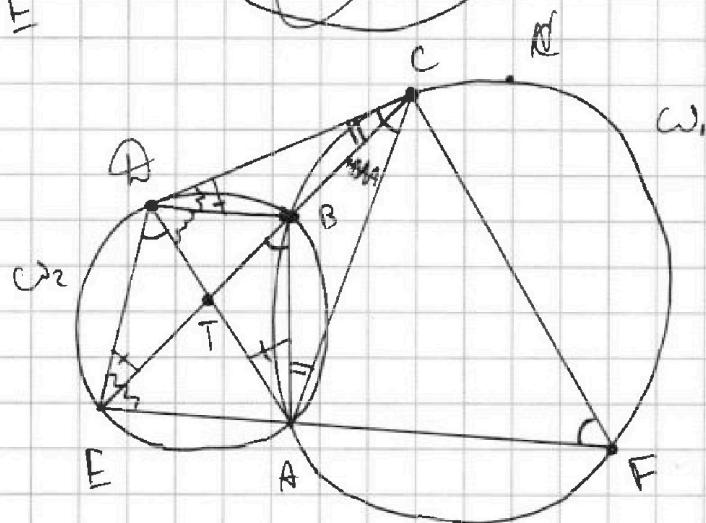
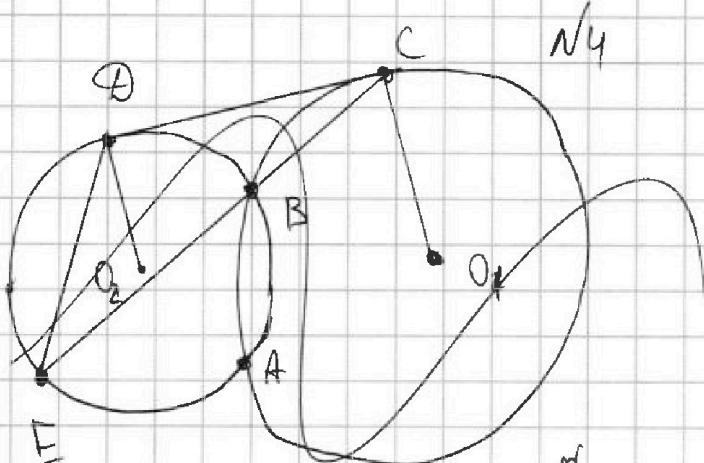


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Продолжим \overline{EA} до пересечения с ω .
6 можем F ; $\angle AFB < \angle AFC = \angle DCA$ по
свойству касательной

$$\angle EBA = \angle AFC \text{ m.r. } \angle ABC = 180^\circ - \angle AFC;$$

$$\angle EBA = 180^\circ - \angle ABC$$

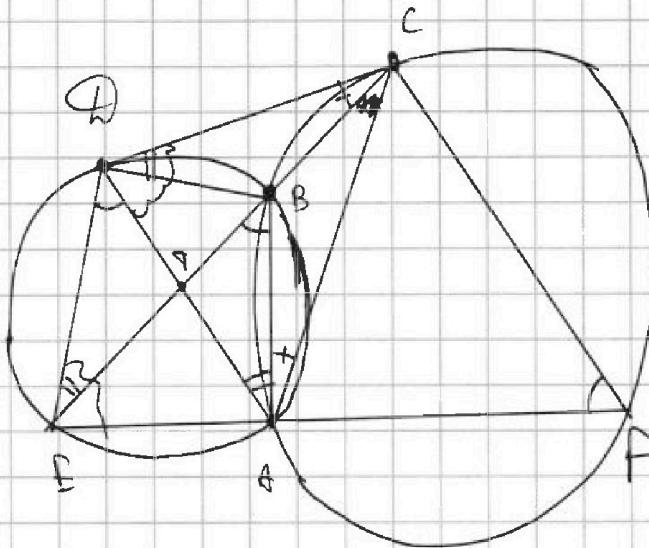
2) $\angle DCE = \angle ADC$ по свойству касательной.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle DCB = \angle BAC$$

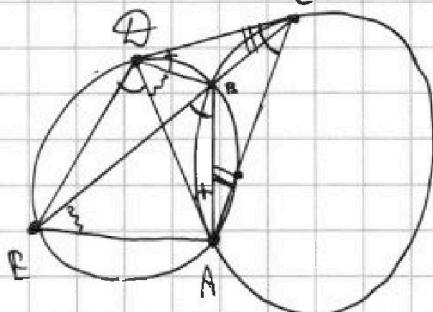
$$\angle CAB = \angle AEB = \\ = \angle DAB$$

л

$$\angle CAB = \angle AEB; \\ \angle DCB =$$

$\triangle DCB \sim \triangle ECA$ по звукн. улам.

$$\frac{CD}{CE} = \frac{CB}{BA} ; \angle BAC + \angle BCA = \angle EBA \\ (\text{как внешний})$$



$$\angle BCA + \angle BCD = \angle EBA \\ \text{по ранее доказанной} \\ \text{свойству} \\ \angle BAC = \angle BCD$$

$$\angle EBA = \angle ABC \quad \angle BDC + \angle BCD$$

$$\angle BAC = \angle EBD = \angle BDC + \angle BCD = \angle ADC$$

$\triangle EBD \sim \triangle ADC$ по звукн. улам

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

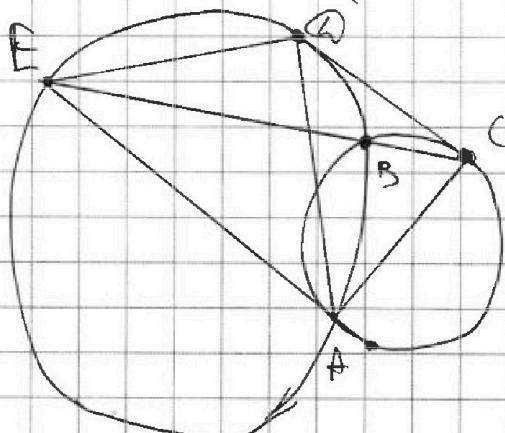
$$\frac{ET}{DT} = \frac{AE}{BA} ; BT = \frac{AB \cdot DT}{BA}$$

$$(B = CD \cdot BA) \\ DE$$

$$\frac{BT}{DT} = \frac{AB}{DE} ; BT = \frac{AB \cdot DT}{DE}$$

$$\frac{BT}{CB+BT} = \frac{AB \cdot DT \cdot DE}{BA(CD \cdot BA + AB \cdot DT)} =$$

$$= \frac{AB \cdot DT \cdot DE}{CD(AB \cdot BA + AB \cdot DT)}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

1) Симметрия относительно
горизонтальной средней линии:
Первую четверть ставим, вторая
ставится автоматически.
Аналогично остальные 3.

То-суми, мы заполняем только
верхнюю четверть в верхней половине,
остальные в нижней становятся
сами. способ рассмотрен
~~100.150~~ C^4_{1500} (помешали в основной половине,
выбрали ч
аналогично рассуждаем для
горы вертикальной и централь-
ной симметрии (однократной)
може работаем, т.к. поставив
четверть в верхней половине мы
автоматически ставим в правой.

III. e. способ рассмотрен C^4_{1500}

Но мы это-то поститали ≥ 4 более раз



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

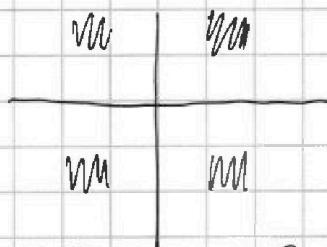
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Поймем, что же.

Семь кармашки, в которых
собирается одновременно две
одинаковые симметрии сразу:



из одновременного
с этого там
выполняется также

централизованная симметрия.

Н.е. каждые кармашки мы получаем
3 раза вместо одного памятника.

Некие кармашки

$$C_{750}^2$$

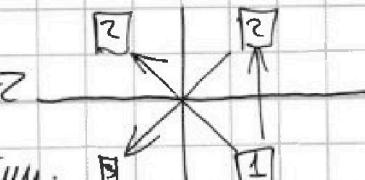
(мы ставим две шестки в любой из
четвертей прямоугольника; если маленькие
бесконечности сядут.) ответ: $3C_{1500}^4 - 2C_{750}^2$

Ну эти же можно звать такими, чтобы
выполнялась одновременная централизованная
и вертикальная, но не выполнялись

горизонтальная:

Первой ставим линию 1; ее образы - 2

образы второй из них - 3; если все



симметрии.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Первый разберем.
Это второй:

$$1) b - c = -p^2$$

$$a - c = -1$$

$$a - b = (p - 1)(p + 1) = 8$$

$a = b + 8$ то же самое что и в первом
принципе только с зеркаль

$$a = -21; b = -28; \underset{36}{c} = -20$$

$$a = 36; b = 28; c = 37$$

$$2) b - c = p^2; a - c = 1$$

$$b - a = 8; \text{ можно снова}$$

Ответ: $\begin{cases} -21; -28; -20 \\ -21; -28; -30 \\ 36; 28; 37 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b^2 + b - 812 = 0$$

~~812 бедных корней нет
(812 кратно корням 812 и 203)~~
203 - простое

$$(b+29)(b-28)=0$$

$$b=-29; q=-21 \text{ - решение}$$

При этом $c = -30$

$$b=28; q=36; c=27 \text{ - решение.}$$

a) $a-c=p^2$

$$b-c=-1$$

$$b-a=(p-1)(p+1)=8 \text{ число}$$

$$a=b-8 \quad \text{уже число, т.к. } a < b$$

$$b-8+b^2=820; b^2+b-828=0$$

$$828=4 \cdot 207=4 \cdot 9 \cdot 23$$

~~У этого числа корней где-то 4, т.к. у 828 нет делителей,~~

~~Однако получилось на 1 (Всего ^{чисел} 4)~~

~~и because $4 \cdot 228 + 1 \neq 23$ - не является квадратом)~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

$(a-c)(b-c)$ - квадрат простого числа; тогда либо

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a-c = \pm p \\ b-c = \pm p \end{array} \right. \quad ①$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a-c = \pm p^2 \\ b-c = \pm 1 \end{array} \right. \quad ②$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b-c = \pm p^2 \\ a-c = \pm 1 \end{array} \right. \quad ③$$

1) Первый случай чисел, м.к.

тогда $a-c = b-c$; $a = b$; $a-b = 0$

второй:

$$1) a-c = p^2$$

$$b-c = 1$$

$$a-b = p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$$

число это не делится на p , надо члены

$$p = 3; a-b = 8; a = b+8$$

$$b+8+b^2 = 820; b^2 + b - 812 = 0$$

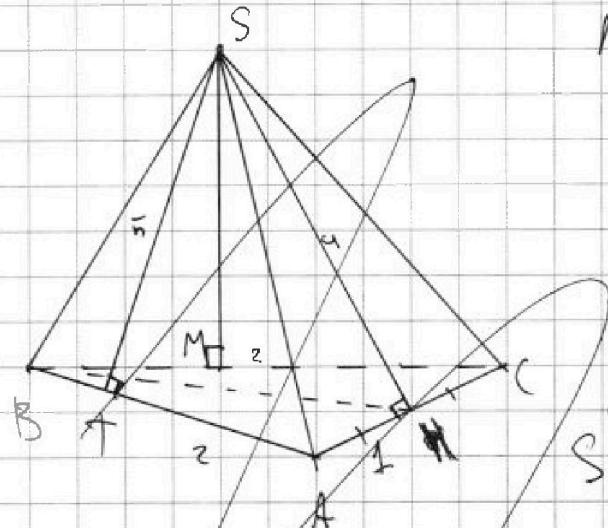


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



№7

Из симметрии

S_{ABC}

$$S_{ABS} = S_{BCS} = 5$$

$$BC = AB \Rightarrow \gamma = \gamma$$

$$S_{ST} = S_{SM} = 5 - \text{бисектрисы } ABS, BCS \\ \Rightarrow \text{равноделена}$$

от прямых AB и BC , значит,

она делит из симметрии,

отделит в пифагории,

перпендикулярной (ABC) и проходящей через бисектрису $\angle BCS$

они же $\triangle ASC$ - равноделенный

Его боковая SH - она же медиана и бисектриса.

$$\frac{SH \cdot AC}{2} = 4; SH = 4; AH = HC = 1$$

По м.Пифагора для AHS

$$AS^2 = SH^2 + AH^2 = 17; AS = \sqrt{17}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

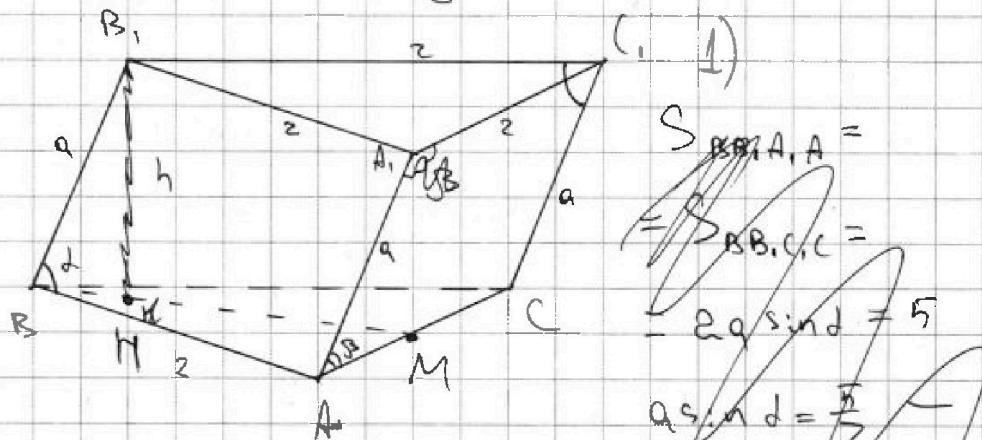
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$ST = 9$$

По т. Тиберия

$$AT^2 = AS^2 - ST^2$$

Пусть база смежна равна a



$$\begin{aligned} S_{ABA',A,A} &= \\ &\approx S_{BBA',C,C} = \\ &= 2a \sin \alpha = 5 \end{aligned}$$

$$a \sin \alpha = \frac{5}{2}$$

- высоты на ромбометрический $AB'B'C'$
 $B'B,C,C$.

$$S_{ABA',C,C} = 2a \sin \beta = 4; a \sin \beta = 2$$

Точка В, равноудаленна от прямых
 AB и BC , т.е. она лежит в плоскости,

перпендикулярной (ABC) и проходящей
через $\Delta B'M$ - биссектрису ABC .

$$S_{ABA',A,A} = S_{BBA',C,C} = 2\sqrt{5}; S_{ABA',C,C} = 4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Отмечена AA, C, C - Прямоугольники.

(AA, || BB, || CC, ; BB, продолжаются

на BM при продолжении на ABC,

BM + AC; продолжим AA, ; CC, на

ABC, равны и перпендикулярны

AC)

$$a = \frac{S_{AA,CC}}{2} = 2$$