



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a > b$,
 - число $a - b$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a + b^2 = 820$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 281

Пусть частное геом. прогрессии равно d

$$\frac{\sqrt{15x+6}}{(x-3)^3} \cdot d^8 = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

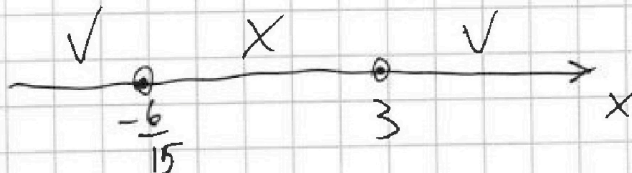
$$d^8 = \sqrt{(x-3)^4}$$

$$d^8 = (x-3)^2$$

$$d = \sqrt[4]{x-3} \pm |x-3|^{\frac{1}{4}}$$

$15x+6 \neq 0$ т.к. при этом прогрессия нулевая; $x+4=0$ это не может выполняться одновременно с $15x+6=0$

$(15x+6)$ и $(x-3)$ одинаковы знаков т.к. вместе стоят под корнем.



$$x \in \left(-\infty; -\frac{6}{15}\right) \cup (3; +\infty)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Десятый шаг~~

~~$$x+4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot (|x-3|)^{\frac{1}{4} \cdot 6} = \pm |x-3|^{\frac{3}{2}}$$

$$\sqrt{|15x+6|} \cdot |x-3|^{\frac{3}{2}} = \pm \sqrt{|15x+6|}$$~~

$$(x+4)^2 = |15x+6|$$

1) Пусть $15x+6 > 0; x-3 > 0$

Тогда ~~разность~~ ^{расстояние} прогрессии равно

$$d = \pm (x-3)^{\frac{1}{4}}; \text{ возьмем с плюсом}$$

~~Десятый шаг~~ прогрессии ^(машинная разность) ^{вместо нее} ^{возводим)}

$$x+4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot (x-3)^{\frac{1}{4} \cdot 6} =$$

$$= \sqrt{15x+6}; \quad \left\{ \begin{array}{l} x^2 + 168x + 16 = 15x + 6 \\ x+4 > 0 \end{array} \right.$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=5 \end{array} \right]; \text{ оба подходят}$$

$x=2$ не подходит, т.к. по предположению $x-3 > 0$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Теперь предположим, что $(x-3) < 0$;
 $(15x+6) < 0$; взаимное $d = \pm (3-x)^{\frac{1}{4}}$

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} = \sqrt{\frac{-6-15x}{(3-x)^3}}$$

Решим эти уравнения:

$$\cancel{x+4} \quad x+4 = \sqrt{-6-15x} \quad ; \quad x+4 \geq 0$$

$$x^2 + 8x + 16 = 6 - 15x$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0$$

$$x = -22$$

$$x = -1$$

$x = -22$ не подходит
 подходит оба
 м.к. $x+4 \geq 0$

но оба лежат в области

определения $x \in (-\infty; -\frac{6}{15}) \cup (3; +\infty)$

Ответ: $\{ \sqrt[4]{-27}; -1; 5 \}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$D = 4 + 32,75 \cdot 4 = 4 + 128 + 3 = 135 = 9 \cdot 15$$

$$x = \pm 2$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{80}}{2} = 1 \pm \sqrt{20} \quad | \quad x+7 > 0; \quad 5-x < 0$$

или $x = 1 + \sqrt{20}$

2) $(x+7)(5-x) = 2,25$

$$x = 1 + \frac{3}{2} \sqrt{15} \quad \text{можно}$$

м.к. $5-x < 0$

$$x^2 + 2x - 32,75 = 0 \quad x = \frac{2 \pm 3\sqrt{15}}{2} = 1 \pm \frac{3}{2} \sqrt{15}$$

$$6 = \sqrt{5-x} - \sqrt{x+7} + 2\sqrt{(x+7)(5-x)}$$

слева приложим
меньше, биваєт
корінь

$$36 = 12 + 4(x+7)(5-x) - 4(x+7)\sqrt{5-x} + 4(5-x)\sqrt{x+7} - 2\sqrt{(5-x)(x+7)}$$

Ответ:

$$\begin{cases} y = 35 \\ z = 0 \\ x = \frac{2 \pm 3\sqrt{15}}{2} \\ x = (1 \pm \sqrt{20}) \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{(x+7)(5-x)} - 6$$

возведем в квадрат

$$x+7 + 5-x - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} =$$

$$= 4(x+7)(5-x) - 24\sqrt{(x+7)(5-x)} + 36$$

$$12 + 22\sqrt{(x+7)(5-x)} = 36 + 4(x+7)(5-x)$$

$$\sqrt{(x+7)(5-x)} = t; \quad t \geq 0$$

$$12 + 22t = 36 + 4t^2$$

$$t^2 - 5,5t + 6 = 0$$

$$(t-4)(t-1,5) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} t=4 \\ t=1,5 \end{array} \right\}$$

$$t=1,5$$

$$1) (x+7)(5-x) = 16$$

$$-x^2 + 35 - 2x = 16; \quad x^2 + 2x - 19 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{30}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{20}}{2} = \pm \sqrt{5} - 1$$

$$2) (x+7)(5-x) = 2,25; \quad -x^2 + 35 - 2x = 2,25$$

$$x^2 + 2x - 32,75 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Представим в первом:

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2} =$$

$$= 2\sqrt{(5-x)(x+7)}$$

~~$$\sqrt{5-x}(\sqrt{x+7} + 1) + \sqrt{x+7}(\sqrt{5-x} - 1) = 6$$~~

~~$x+7 \geq 0; 5-x \geq 0; 6$ квадрат возведем~~

~~$$x+7 + 5-x + 36 + 2\sqrt{35(5-x)(x+7)} + 12\sqrt{x+7} - 12\sqrt{5-x}$$~~

~~$$5-x = t; x+7 = 12-t$$~~

~~$$\sqrt{12-t} - \sqrt{t} + 6 = 2\sqrt{t(12-t)}$$~~

~~$$\sqrt{5-x} = a; \sqrt{x+7} = b; a, b > 0$$~~

~~$$b-a+6 = 2ab$$~~

~~$$a(2b+1) = b+6$$~~

~~$$a = \frac{b+6}{2b+1}$$~~

~~$$\sqrt{5-x} = \frac{\sqrt{x+7} + 6}{2\sqrt{x+7} + 1}$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

| | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) y < 20$$

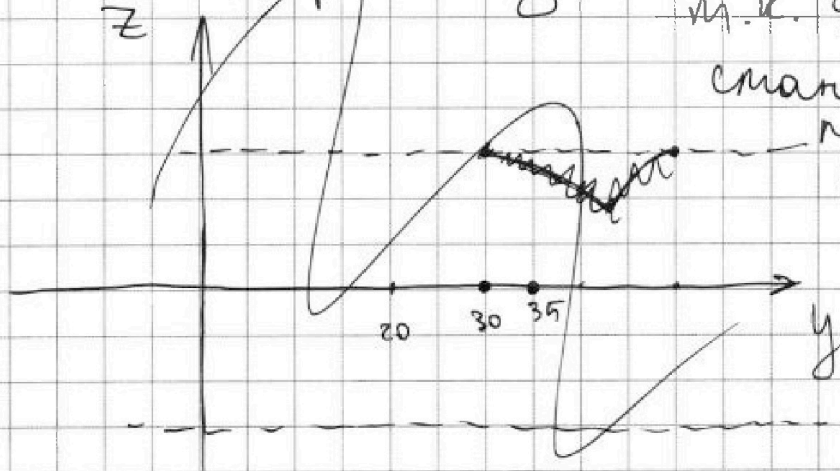
$$0 < 90 - 3y = \sqrt{225 - z^2}$$

$$(3y - 90)^2 + z^2 = 225$$

$$9(y - 30)^2 + z^2 = 225$$

дуга того же эллипса, что и в первом интервале. Но нам не подходят

График y, z :



тогда $y < 20$,

т.к. $9(y - 30)^2$

становится

при этом много больше 225.

Таким образом, $y = 35; z = 0$ - единственное возможное решение второго уравнения.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \quad \text{№ 2}$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}$$

1) в максимуме y, z выполняется второе уравнение.

из неравенства $|z| \leq 15$

м.к. $\sqrt{225-z^2}$

Пусть 1) $y \geq 35$

$$3y - 90 = \sqrt{225-z^2}$$

~~$$9y^2 - 540y + 8100 = 225 - z^2$$~~

$$(3y-90)^2 - z + z^2 = 225 \quad \text{дуга эллипса.}$$

Пусть $y \geq 35$

решение

только одно ($y=35$)

м.к. при $y > 35$

$$9(y-30)^2 > 225$$

2) $20 < y < 35$; раскрываем модуль $y=35, z=0$

$$0 < -y + 70 = \sqrt{225-z^2}$$

$$(y-70)^2 + z^2 = 225 \quad \text{дуга окружности}$$

касания.

Но точки $20 < y < 35$ здесь не принадлежат кривой $y \geq 35$ м.к. Нет точек касания. Решения.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$\cos 3x = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x =$$

$$= 2 \cos^2 x - \cos x - 2 \sin^2 x \cos x =$$

$$= \cancel{\cos x} - 2 \cos^3 x - \cos x - 2(1 - \cos^2 x) \cdot \cos x =$$

$$= 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x = 3 \cos^2 x + 6 \cos x + (p - 3)$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x = p - 3$$

замена $t = \cos x$; $t \in [-1; 1]$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t = p - 3$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t$$

Найдем область значений

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 3(4t^2 - 4t + 1) =$$
$$= 3(2t - 1)^2 = 12 \left(t - \frac{1}{2}\right)^2$$

Производная записывается

лишь однажды, в точке $t = \frac{1}{2}$

Отсюда как раз и получим ответ



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

дана.

Функция $f(t)$ непрерывна на $t \in [-1; 1]$; найдем значения на концах отрезка и в $t = \frac{1}{2}$

$$f(-1) = -13$$

$$f(1) = 1$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

т.е. $p-3 \in [-13; 1]$; $p-3 = 0$

$$p \in [-10; 4]$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t = p-3 = 0$$

$$t \in [-1; 1]$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t - 0 = 0$$

$$t \left(\frac{3t^2}{2} + \frac{3t}{4} - \frac{0}{4} \right) = 0$$

Получим $t = 0$

$t = 0$

$$f'(t) \geq 0 \forall t \in \mathbb{R}$$

т.е. для любого p решение одно.

(слева функция монотонно строго возрастает)

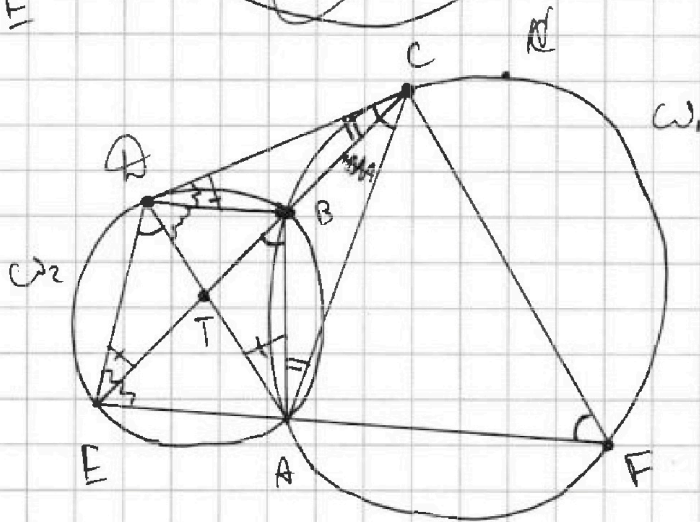
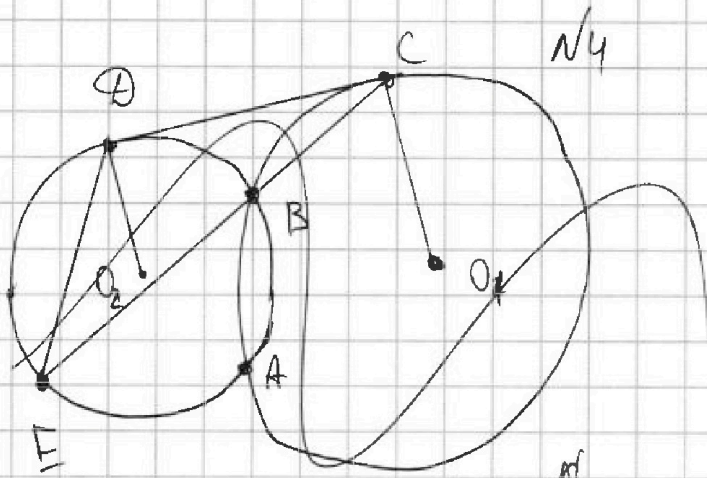


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Прямая EA пересекает ω₁ в точке F; $\angle AFC = \angle DAC$ по свойству касательной

$$\angle EBA = \angle AFC \text{ м.к. } \angle ABC = \pi - \angle AFC;$$

$$\angle EBA = \pi - \angle ABC$$

2) $\angle EAC = \angle ADC$ по свойству касательной.

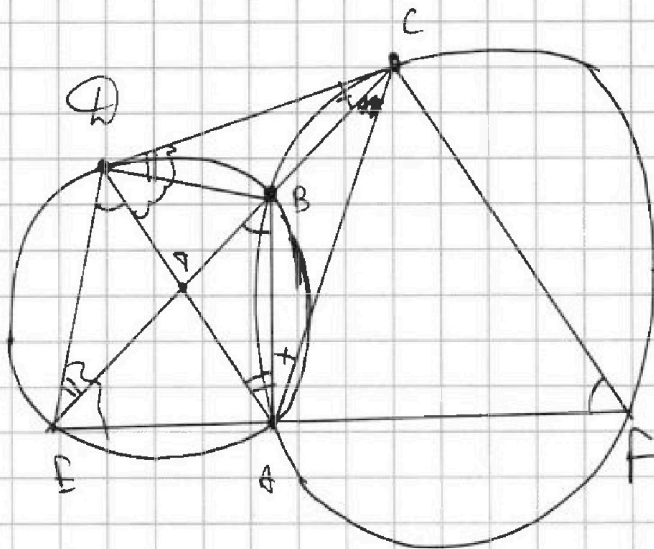


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} \angle DCB &= \angle BAC \\ \angle CAB &= \angle DEB = \\ &= \angle DAB \end{aligned}$$

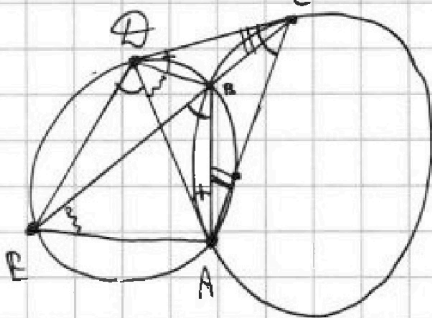
А,

$$\begin{aligned} \angle CAB &= \angle DEB; \\ \angle DCB &= \end{aligned}$$

$\triangle DCB \sim \triangle ECA$ по двум углам.

$$\frac{CD}{DE} = \frac{CB}{BE} \quad ; \quad \angle BAC + \angle BCA = \angle EBA$$

(как внешний)



$$\begin{aligned} \angle BCA + \angle BCD &= \angle EBA \\ \text{по радиусу } \text{одного} \\ \text{оклада} \end{aligned}$$

$$\angle BAC = \angle BCD$$

$$\angle EBA = \angle ABC = \angle BDC + \angle BCD$$

$$\angle BDA = \angle EBA = \angle BDC + \angle BCD = \angle DAC$$

$\triangle BDA \sim \triangle ADC$ по двум углам

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AD}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

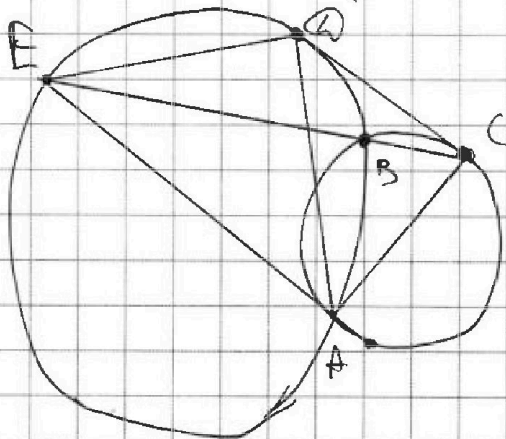
$$\frac{ET}{\varnothing T} = \frac{AE}{B\varnothing} ; ET = \frac{AE \cdot \varnothing T}{B\varnothing}$$

$$CB = \frac{C\varnothing \cdot B\varnothing}{\varnothing E}$$

$$\frac{BT}{\varnothing T} = \frac{AB}{\varnothing E} ; BT = \frac{AB \cdot \varnothing T}{\varnothing E}$$

$$\frac{BT}{CB + BT} = \frac{AE \cdot \varnothing T \cdot \varnothing E}{B\varnothing (C\varnothing \cdot B\varnothing + AB \cdot \varnothing T)}$$

$$= \frac{AE \cdot \varnothing T \cdot \varnothing E}{C\varnothing (C\varnothing \cdot B\varnothing + AB \cdot \varnothing T)}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

1) Симметрия относительно горизонтальной средней линии: первая половина ставим, вторая автоматическим.

Аналогично ставим 3.

По сути, мы закладываем только верхнюю в верхней половине, а остальные в нижней ставятся

самми. способов расстановки ~~100.000~~ C_{1500}^4 (производимую в одной половине, вычитаем 4)

Аналогично рассуждаем для горизонтальной и центральной симметрии, для центральной тоже работает, т.к. поставив первую в верхней половине мы автоматическим ставим в правой.

И.е. способов расстановки $2 \cdot C_{1500}^4$

НО мы это то посчитали ≥ 4 более раз



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

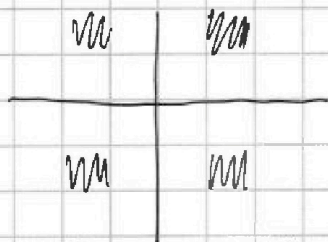
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пойдем, что же.

Если карточки, в которых собирается одновременно две осевые симметрии сразу:



и одновременно с этим там выделены также

центральная симметрия.

т.е. данные карточки мы поставим 3 раза вместо одного папаченка.

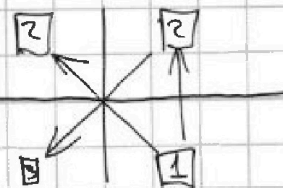
Там карточек C_{750}^2

(мы ставим две метки в одной из четвертей папаченьки; остальные вставим сощ.) ответ: $3C_{1500}^4 - 2C_{750}^2$

при этом не может быть так, чтобы выполнялась одновременно центральная и вертикальная, но не выполнялась

горизонтальная:

первой ставим метку 1; ее образы - 2 образы одной из них - 3; есть все симметрии.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Первый разобрали.
Это второй:

$$1) b - c = -p^2$$

$$a - c = -1$$

$$a - b = (p - 1)(p + 1) = 8$$

$a = b + 8$ то же самое что и в первом
в принципе, только с другим

$$a = -21; b = -28; c = -20$$

$$a = 28; b = 28; c = 37$$

$$2) b - c = p^2; a - c = 1$$

$$b - a = 8; \text{ много слов}$$

Ответ: ~~$-21; -28; -20$~~

~~$-21; -28; -30$~~

~~$36; 28; 37$~~

$36; 28; 37$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b^2 + b - 812 = 0$$

~~372 берем корнем
(812 кратно корням 812 = ч. 203
203 - простое~~

$$(b + 29)(b - 28) = 0$$

$$b = -29; a = -21 - \text{решение}$$

$$\text{Тогда } c = -30$$

$$b = 28; a = 36; c = 27 - \text{решение}$$

$$a) \quad a - c = -p^2$$

$$b - c = -1$$

$$b - a = (p - 1)(p + 1) = 8 \text{ слова}$$

$$a = b - 8 \text{ уже было, т.к. } a < b$$

$$b - 8 + b^2 = 828; \quad b^2 + b - 828 = 0$$

$$828 = 4 \cdot 207 = 4 \cdot 9 \cdot 23$$

~~у этого числа корней не будет,
т.к. у 828 нет делителей,~~

~~он делится только на 1 (Всегда ^{сумма} _{чисел})
и вообще $4 \cdot 828 + 1 \neq \square$ - не полный квадрат~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

$(a-c)(b-c)$ - квадрат простого
числа; тогда ~~тогда~~ ~~то~~

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a-c = \pm p \\ b-c = \pm p \end{cases} \quad \textcircled{1} \\ \begin{cases} a-c = \pm p^2 \\ b-c = \pm 1 \end{cases} \quad \textcircled{2} \\ \begin{cases} b-c = \pm p^2 \\ a-c = \pm 1 \end{cases} \quad \textcircled{3} \end{array} \right.$$

Первый случай нех, м.к.

тогда $a-c = b-c$; $a = b$; $a-b = 3$
второй:

$$1) a-c = p^2$$

$$b-c = 1$$

$$a-b = p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$$

тогда оно не делится на p , тогда ~~тогда~~

$$p = 3; a-b = 8; a = b+8$$

$$b+8+b^2 = 320; b^2+b-312=0$$

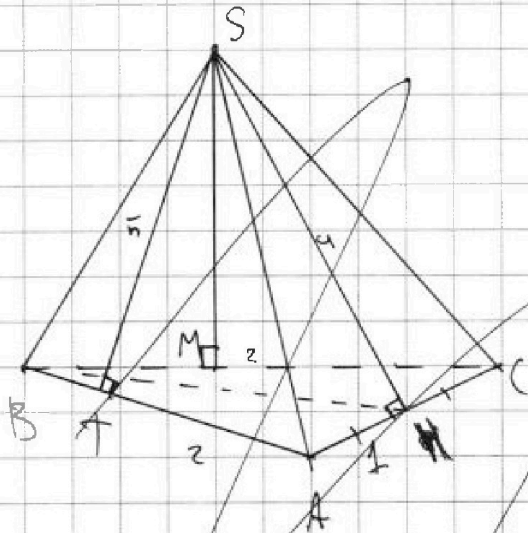


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



№7

из симметрии

S_{ABC}

$$S_{ABS} = S_{BCS} = 5$$

$$BC = AB = 2$$

$ST = SM = 5$ - высоты ABS , BCS
равнобедренных

от стороны AB и BC , значит,

она лежит из симметрии,

она лежит в плоскости

перпендикулярной (ABC) и проходящей через биссектрису $\angle ABC$

отсюда $\triangle ASC$ - равнобедренный
Его высота SH - она же медиана и

биссектриса.

$$\frac{SH \cdot AC}{2} = 5; SH = 4; AH = AC = 1$$

По м. Пифагора для $\triangle AHS$

$$AS^2 = SH^2 + AH^2 = 17; AS = \sqrt{17}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

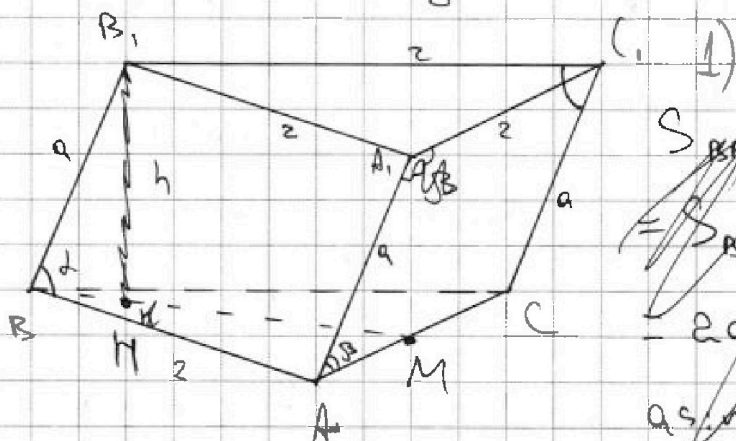
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$ST = 5$$

По т. Пифагора

$$AT^2 = AS^2 - ST^2$$

Пусть сторона стороны равна a



$$S_{B_1B_1A_1A_1} =$$

$$= S_{B_1B_1C_1C_1} =$$

$$= 2a \cdot \sin d = 5$$

$$a \cdot \sin d = \frac{5}{2}$$

— высоты параллелепипеда ABB_1A_1 и $B_1B_1C_1C_1$.

$$S_{AA_1C_1C_1} = 2a \cdot \sin \alpha = 4, \quad a \cdot \sin \alpha = 2$$

Точка B_1 равноудалена от прямых AB и BC , т.е. она лежит в плоскости, перпендикулярной (ABC) и проходящей через BM — биссектрису ABC .

$$S_{AB_1B_1A_1} = S_{B_1B_1C_1C_1} = 5, \quad S_{AA_1C_1C_1} = 4$$

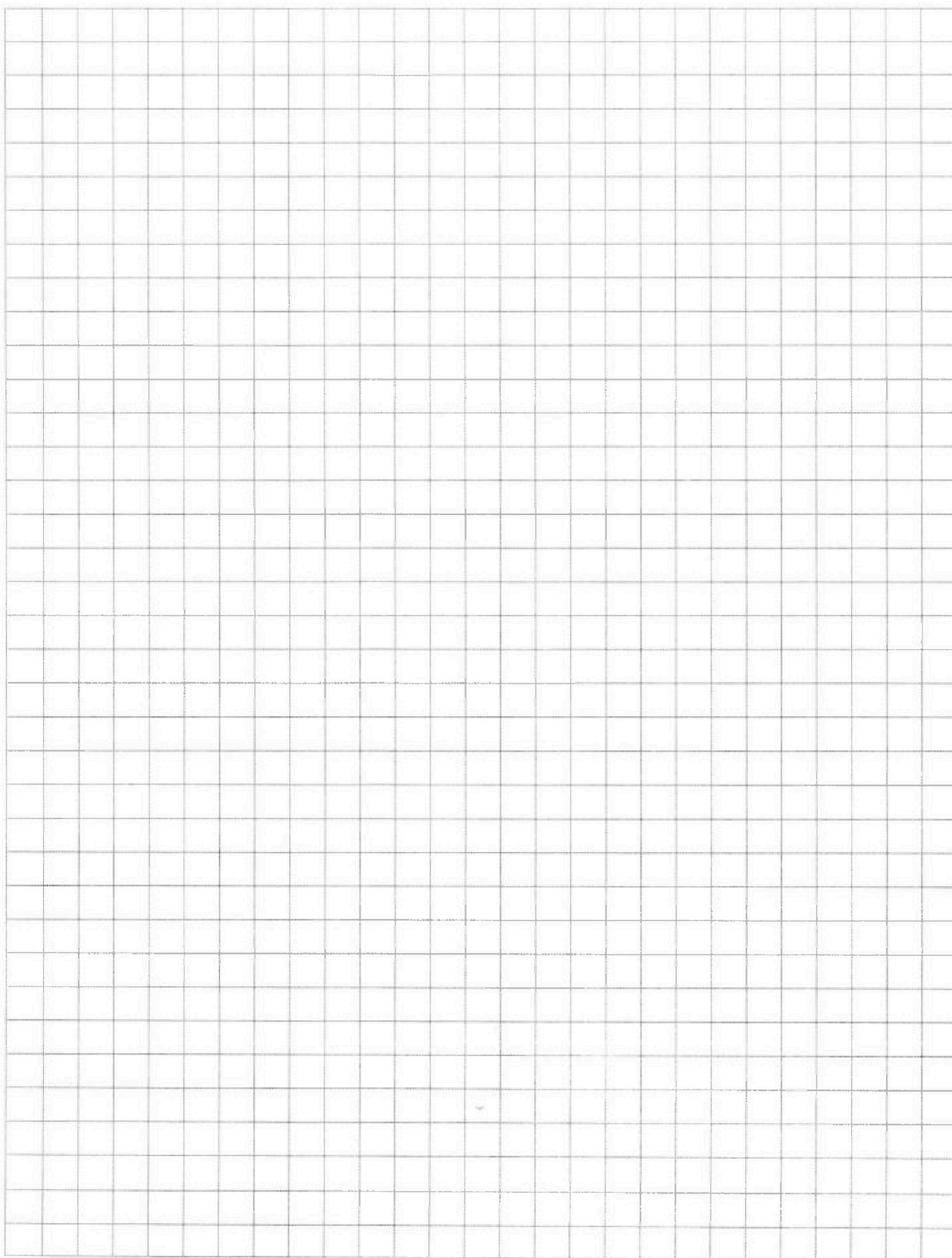


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Отношение AA_1, CC_1 — прямоугольный.

($AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$; BB_1 проецируется

на BM при проекции на ABC ;

$BM \perp AC$; проекции AA_1 ; CC_1 на

ABC равны и перпендикулярны

AC)

$$q = \frac{S_{AA_1CC_1}}{2} = 2$$