



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 3

1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $-2 - 16$, $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$, двенадцатый член равен $2 - x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

$z=0, y=16, x = \frac{-12 \pm \sqrt{384}}{2}$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p . $(-2; -7) \cup [17; \infty)$

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C . $\sqrt{\frac{w}{3}}$

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколько способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты). $3C_{5000}^4 - C_{15000}^2$

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что: $a < b < c$

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.

РУЧНО

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Пусть десятичный член прогрессии равен a , $125x + 9b^2$,
тогда член b будет равен ab^8 .

$$\frac{ab^8}{a} = b^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(125x+34)(3x+2)}} = \frac{1}{(3x+2)^2}; b^2 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$$

$$ab^2 = \sqrt{(25x+34)/(3x+2)} \cdot \sqrt{3x+2} = 2-x,$$

$$\sqrt{\frac{(25x+34)(3x+2)}{13x+21}} = 2-x \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 3x+2 > 0 \\ \sqrt{25x+34} = 2-x \\ x > -\frac{2}{3} \\ 25x+34 \geq 0; 2-x \geq 0 \\ 25x+34 = 4+x^2-4x \\ x > -\frac{2}{3} \\ x \geq \frac{-34}{25}, 2 \geq x \\ x^2-29x-30=0 \\ x_1 = -1, x_2 = 30 \end{cases}$$

и 14

$$\begin{cases} 3x+2 < 0 \\ \sqrt{25x+34} = 2-x \\ x < -\frac{2}{3} \\ -25x-34 \geq 0, 2-x \geq 0 \\ -25x-34 = 4+x^2-4x \\ x < -\frac{2}{3} \\ -\frac{34}{25} \geq x, \cancel{x \geq 0} \\ x^2+21x+38=0 \\ -\frac{34}{25} \geq x \\ x = -2 \\ x = -19 \end{cases}$$

$$x = -2 \text{ или } x = -19.$$

Так десятичный член $= \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \geq 0$, то и
двенадцатый член $= 2-x \geq 0$, поэтому $x \geq 30$ не подходит.

Проверка: $x = -2$, тогда $b^2 = \frac{1}{2}$, $a = \sqrt{(34-50)/(-2-6)} = 8$,
 $ab^2 = 2+2 = 4 = 4 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$; $ab^8 = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4$;

$$ab^8 = \sqrt{\frac{34-50}{(-2-6)^2}} = \frac{1}{2}, ab^8 = 8 \cdot (\frac{1}{2})^4 = \frac{1}{2}.$$

~~$x = -19$, тогда b~~

Ответ: -2 и -19 .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$

Рассмотрим второе уравнение (ур-ие):

$$|y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}, \text{ т.к. } z \geq 0, \text{ то } 400-z^2 \leq 400, \text{ т.к. } \sqrt{400-z^2} \leq 20, \text{ решим уравнение } |y+2| + 2(y-18) \leq 20 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y \geq 18 \\ y+2+2y-36 \leq 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \leq y \leq 18 \\ y+2-2y+36 \leq 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \geq y \\ -y-2-2y+36 \leq 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 18 \\ 3y \leq 54 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \leq y \leq 18 \\ -y \leq -18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \geq y \\ -3y \leq -14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 18 \\ y \leq 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \leq y \leq 18 \\ y \geq 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \geq y \\ y \geq \frac{14}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 18 \\ -2 \leq y \leq 18 \\ -y-2-2y+36 \leq 20 \end{cases}$$

Подставим $y=18$ во второе ур-ие:

$$|18+2| + 2|18-18| = 20 = \sqrt{400-z^2}; 400 = 400 - z^2; \text{ откуда}$$

$$z = 0.$$

Подставим $y=18, z=0$ в первое ур-ие:

$$\begin{aligned} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 &= 2\sqrt{18-3x-x^2}, \text{ возведём в квадрат} \\ x+6+3-x+4x+14(\sqrt{x+6} + \sqrt{3-x}) - 2\sqrt{18-3x-x^2} &= 4(18-3x-x^2). \\ &\quad \Rightarrow 2\sqrt{18-3x-x^2} = 7 \end{aligned}$$

$$58 + 28\sqrt{18-3x-x^2} - 98 - 2\sqrt{18-3x-x^2} = 4(18-3x-x^2).$$

$$246\sqrt{18-3x-x^2} - 40 = 4(18-3x-x^2) \quad \cancel{+2} \quad |:2,$$

$$(18-3x-x^2) = 6\sqrt{18-3x-x^2} + 10 = 0$$

$$2(18-3x-x^2) - 13\sqrt{18-3x-x^2} + 20 = 0$$

$$(2\sqrt{18-3x-x^2} - 4)(\sqrt{18-3x-x^2} - 14) = 0,$$

$$\sqrt{18-3x-x^2} = \frac{5}{2} \quad \text{или} \quad \sqrt{18-3x-x^2} = 4.$$

$$4(18-12x-4x^2) = 25$$

$$4x^2 + 12x - 47 = 0.$$

$$D = 144 + 16 \cdot 47 = 898$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{898}}{8}$$

$$18-3x-x^2 = 16$$

$$x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$D = 9 + 8 = 17$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

Замечаем, что условие $x+6 \geq 0$ и $\sqrt{3-x} \geq 0$ соединяются, так как $18-3x-x^2 = (x+6)(3-x)$ больше нуля тогда и только тогда, если $\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases}$.

$$\text{Ответ: } z=0, y=18; \begin{cases} x = -6 \\ x = -3 \end{cases}, \begin{cases} x = -12 \pm \sqrt{898} \\ x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$.

При помощи формулы $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

к равенству:

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 12\cos^2 x - 6 + 3p\cos x + (2\cos x + 1) = 0$$

$$4p\cos^3 x - 3p\cos x + 12\cos^2 x + 3p\cos x + 12\cos x + 4 = 0 \quad | :4$$

$$p(\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1) = 0$$

$$(p-1)\cos^3 x + (1\cdot\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1) = 0$$

$$(\cos x + 1)^3 = (1-p)\cos^3 x$$

Доказать на $\cos^3 x$, $\cos x \neq 0$. Т.к. $(0+1)^3 \neq (1-p) \cdot 0$,

что не верно: $\frac{(\cos x + 1)^3}{\cos x} = 1-p$,

$$\cos x + 1 = \sqrt[3]{1-p} \cos x; \quad 1 = \cos x (\sqrt[3]{1-p} - 1)$$

из равенства видно, что $\sqrt[3]{1-p} - 1 \neq 0$, ~~т.к. $p \in \mathbb{R}$~~ ,

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}. \quad \text{т.к. } -1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow$$

$$-1 \leq \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{1-p} - 1 > 0 \\ 1 - \sqrt[3]{1-p} \leq 1 \leq \sqrt[3]{1-p} - 1 \\ \sqrt[3]{1-p} - 1 < 0 \\ 1 - \sqrt[3]{1-p} \geq 1 \geq \sqrt[3]{1-p} - 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{1-p} > 1 \\ 0 \leq \sqrt[3]{1-p} \\ 2 \leq \sqrt[3]{1-p} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{1-p} < 1 \\ 0 \geq \sqrt[3]{1-p} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8 \leq 1-p \\ 0 \geq 1-p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p \leq -7 \\ p \geq 1 \end{cases}$$

Ответ: $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$; $x = \arccos \left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \right)$

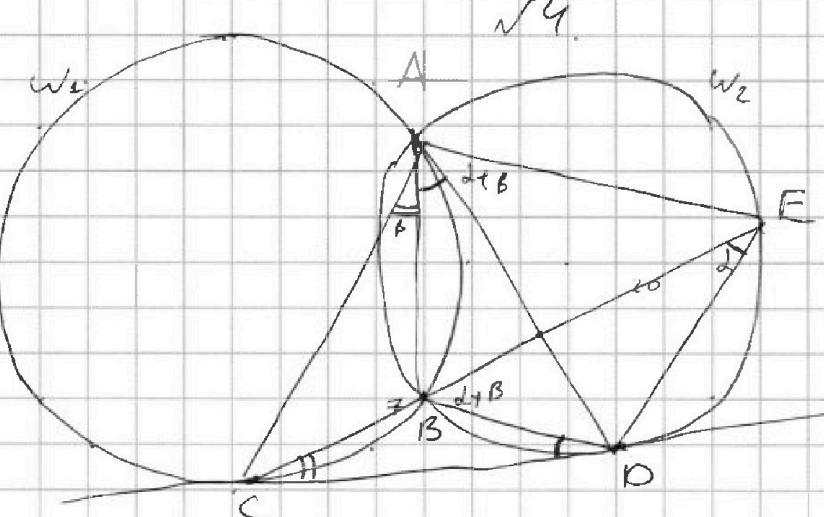


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $\angle BED = \alpha$, $\angle BAC = \beta$, тогда по (B-B) касательной для W_1 : $\angle BCD = \angle BAC = \beta$, для W_2 : $\angle BDC = \angle BED = \alpha$.
Тогда $\angle EAD = \angle EBD$ (или ~~внешний~~) $= \alpha + \beta$ (или внешний угол $\triangle BCD$).

Получаем, что $\angle CAD = \angle BAD$, значит AD - биссектриса $\angle CAE$, тогда по свойству биссектрисы для $\triangle ACE$:
 $\frac{AC}{AE} = \frac{1}{7}$, $AB = \frac{70}{7} AC$ (1)

$\triangle AED$ подобен $\triangle ADC$ по двум углам т.к. $\angle CAD = \angle EAD$ (ранее доказано и $\angle AED = \angle AEB + \alpha = \angle ADB + \alpha = \angle ADC$ ($\angle AEB$ и $\angle ADB$ равны как вертикальные))

Значит $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$, $AD^2 = AE \cdot AC \stackrel{(1)}{=} \frac{20}{7} AC^2$, $AD = AC \sqrt{\frac{20}{7}}$ (2)
и $\frac{ED}{CB} = \frac{AD}{AC} \stackrel{(2)}{=} \frac{AC \sqrt{\frac{20}{7}}}{AC} = \sqrt{\frac{20}{7}}$.

Ответ: $\sqrt{\frac{20}{7}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
1 из 2

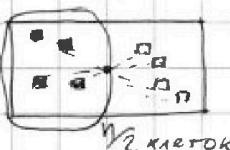
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

Будем считать спомощью ФОРМУЛЫ ВЛЮЧЕНЧИЙ исключений. (n - кол-во клеток на доске).

(Суммтрия) как считать способы сколько способов

относительно центра кол-во способов закрасить расположение



Четыре клетки на левой половине доски, так как осевые и закрасим отражив от центри.

$$C_4^4$$

относительно вертикальной средней линии

Это также кол-во способов закрасить четверти на левой половине доски.

$$C_{12}^4$$



Задача, что так как 500 и 120 - чётные, никакие клетки не будут лежать на "средней линии" или центре прямоугольника

относительно горизонтальной средней линии

аналогично предыдущему случаю, но клетки красив в верхней половине

$$C_{12}^4$$



* Если пронумеровать столбцы прямоугольника слева направо, + от 1 до 12, и 500 то столбцы с номерами 1-250 - левая половина, 251-500 - правая. Если пронумеровать строку с верху вниз с 1 до 120, то строки 1-60 - верхняя половина, 61-120 - нижняя

вертикальная и относительно вертикальной симметрии

закрасим две клетки, которые нико дзется одновременно и в левой и в верхней половине.

$$C_{12}^2$$



помощью центральной симметрии относительно средней линии закрасим еще 2 клетки в верхней половине, с

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

центральная
и относительно
горизонтальной
средней линии

■	■	■	■
■	■	■	■

С помощью центральной
симметрии сначала в нижней.

относительно
двух средних
линий

■	■	■	■
■	■	■	■

Аналогично, но симметрия
по горизонтали, а потом
по центру

C?
Сп

C?
Сп

Все три
симметрии

■	■	■	■
■	■	■	■

Заметил, что ~~есть~~ комбинация любых двух симметрий ~~и~~ эквивалента третьей, а значит предыдущие 3 случая эквивалентны между собой

Все
Сп

$$3 \cdot C_{n_2}^4 - 3 C_{n_2}^2 = 3 C_{30000}^4 - C_{15000}^2$$

$$\text{Ответ: } 3 C_{30000}^4 - C_{15000}^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

Рассмотрим остатки по модулю 3 у чисел a, b , будем проверять два условия: $b-a \not\equiv 3$ и $a^2+b^2 \not\equiv 1000 \pmod{3}$.
таблица остатков по модулю 3.

$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline a & b & b-a & a^2+b^2 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 2 & 2 & 2 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 2 \\ \hline 1 & 2 & -1 & 2 \\ \hline 2 & 0 & 2 & 2 \\ \hline 2 & 1 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 2 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$

0 0 0 0

0 1 1 1

0 2 2 2

1 0 2 1

1 1 0 2

1 2 1 0

2 0 1 1

2 1 2 2

2 2 0 0

подходящие по 4 условия a, b .

если $a \not\equiv 0, b \not\equiv 1$: $(a-c)(b-c) \not\equiv -c+c^2$

если $a \not\equiv 1, b \not\equiv 0$: $(a-c)(b-c) \not\equiv -c+c^2$

если $a \not\equiv 2, b \not\equiv 0$: $(a-c)(b-c) \not\equiv -2c+c^2$

~~$-c+c^2$~~

С другой стороны $(a-c)(b-c)=p^2$ из условия,

пусть $p \neq 3$: тогда $p^2 \not\equiv 1$ (т.к. $1^2 \not\equiv 1$ и $2^2 \not\equiv 1$),

значит $-c+c^2 \not\equiv 1$ или $-2c+c^2 \not\equiv 1$
таблица остатков по модулю 3

$\begin{array}{|c|c|c|} \hline c & -c+c^2 \\ \hline 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{|c|c|c|} \hline c & -2c+c^2 \\ \hline 0 & 0 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline 2 & 0 \\ \hline \end{array}$

значит

~~значит~~ при $p \neq 3$ нет подходящих (a, b, c) .

$P=3$, тогда $(a-c)(b-c)=9$, т.к. a, b, c - целые, то

$$(a-c)(b-c)=9 \Rightarrow \begin{cases} a-c=9 \\ b-c=1 \\ a-c=3 \\ b-c=3 \\ a-c=-9 \\ b \end{cases}$$

$$(a-c)(b-c)=9 \Rightarrow \begin{cases} b-c=9 \\ a-c=1 \\ b-c=-1 \\ a-c=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b-c=9 \\ a-c=1 \\ b-c=-1 \\ a-c=-9 \end{cases}$$

(*) - учтывая вид, что из условий $a < b$, значит $a-c < b-c$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c=b-9 \\ c=a-1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} c=b+1 \\ c=a+9 \end{cases}$$

8



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1): \begin{cases} c = b - 9 \\ c = a + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = b - 9 \\ a + 1 = b - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = b - 9 \\ b = a + 8 \end{cases}$$

Подставляем $(b = a + 8)$ в $a^2 + b = 1000$: $a^2 + a - 992 = 0$,

но тогда $a = \frac{-1 \pm \sqrt{4 \cdot 993}}{2} = \frac{-1}{2} \pm \sqrt{993}$ - не целое число
• Этот случай не подходит.

$$(2): \begin{cases} c = b + 1 \\ c = a + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = b + 1 \\ b + 1 = a + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = b + 1 \\ b = a + 8 \end{cases}$$

Аналогично подставив $b = a + 8$ в условие $a^2 + b = 1000$, получим, что ~~этот случай~~

$a = \frac{-1 \pm \sqrt{993}}{2} \neq \sqrt{993}$ - случай не подходит,

значит, таких (a, b, c) нет.

Ответ: таких троек нет

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_0 b^{10} = \sqrt{(25x+34)/(3x+2)}!$$

$$a_0 b^{10} = \sqrt{\frac{25x+34}{3x+2}}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3x+2 \neq 0 \\ 25x+34 \neq 0 \end{array} \right\}$$

$$a_0 b^{10} = (\frac{a_0}{b^2})^5 =$$

$$a_{10} = \sqrt{(25x+34)/(3x+2)}, \quad a_0 b^2 = 2-x, \quad a_{10} b^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^2}}$$

$$b^8 = \frac{1}{(3x+2)^2}, \quad b^2 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}},$$

$$a_{10} b^2 = \sqrt{|25x+34|} = 2-x.$$

$$25x+34 = 4+x^2-4x, \quad x^2-29x-30=0, \quad (x+1)(x-30)=0.$$

$$-25x-34 = 4+x^2-4x, \quad x^2+2(x+3)=0, \quad (x+2)(x+1)=0.$$

$$25x+34=0, \quad x=-\frac{34}{25}.$$

$$3x+2=0, \quad x=-\frac{2}{3}.$$

$$P \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0.$$

$$\begin{aligned} \cos 3x &= \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x = \cos^2 x \cdot \cos x - \sin^2 x \cos x - \\ &- (\sin x \cdot \cos x) \cdot 2 \sin x \cos x = \cos^3 x - \sin^2 x \cos x - 2 \sin^2 x \cos x = \\ &= \cos x (\cos^2 x - 3 \sin^2 x) = \cos x (\cos^2 x - 3 + 3 \cos^2 x) = \\ &\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = \underline{\underline{\cos x / (4 \cos^2 x - 3)}}. \end{aligned}$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = \underline{\underline{\cos^2 x - 1}}.$$

$$4p \cdot \cos^3 x - 3p \cos x + 12 \cos^2 x - 6 + 3p \cdot \cos x + 12 \cos x + 10 = 0,$$

$$4p \cdot \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0.$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0.$$

$$(\cos x + 1)^3 = \cancel{p} \cdot (1-p) \cdot \cos^3 x$$

$$y = (x+1)^3$$

$$(y+1)^3 = (2-p)y^3.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6}^2 - \sqrt{3-x-2z}^2 + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z^2}. & t^2 - 6t + 10 = 0 \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} & D = 36-40 \\ \end{cases}$$

$$x+6 \geq 0 \quad 23 \geq x \geq -6 \quad -x \leq 6 = 7 \cdot 7 - 7 \cdot 7 \cdot 18 - 3x - x^2 \geq 0 \quad (6+x)(3-x) \geq 0$$

$$400-z^2 \geq 0 \quad 20 \geq z \geq -20 \quad 3-x \leq 6 \quad D = 9 + 72 = 81$$

$$3-x-2z \geq 0 \quad 3-x \geq 2z \quad 3-x \geq 20 \quad x = \frac{3 \pm 9}{-2} \quad 3: 18 - 9 - 9 \\ 18 \geq x \geq 1 \quad -6 \leq x \leq 1$$

$$y-3x-x^2+z^2 \geq 0 \quad 45 \geq z^2 \quad 23 \geq x \quad x = \frac{3 \pm 9}{-2} \quad 3: 18 - 9 - 9 \\ \frac{45}{65} \cdot 4.5 \geq z^2 \geq -20 \quad -3y + 34 \leq 20 \quad x = \frac{3 \pm 9}{-2} \quad 3: 18 - 9 - 9 \\ y+2 \geq 0 \quad \frac{45}{65} \cdot 4.5 \geq z^2 \geq -20 \quad -3y + 34 \leq 20 \quad x = \frac{3 \pm 9}{-2} \quad 3: 18 - 9 - 9 \\ \frac{45}{65} \cdot 4.5 \geq z^2 \geq -20 \quad -3y + 34 \leq 20 \quad x = \frac{3 \pm 9}{-2} \quad 3: 18 - 9 - 9 \\ x=3, \quad -y-2-8y+38=\sqrt{r}, \quad y+2-2y+36=\sqrt{400-z^2} \quad 2y-36+y+2=\sqrt{400-z^2} \\ -3y+38 \leq 20, \quad -y+38 \leq \sqrt{400-z^2} \quad 3y-34=\sqrt{400-z^2} \\ 3+7=2 \cdot 0, \quad 18 \leq 3y \quad -y+38 \leq 20, \quad 9y^2-209y+1156=400-z^2 \\ l=-6, \quad 6 \leq y \quad 18 \leq y \quad 18 \leq y \quad 18 \leq y \\ 0-3+7=4=2. \quad \boxed{y=18} \quad 3y-34 \leq 20, \quad 3y \leq 54, y \leq 18. \quad \boxed{y=18}$$

$$\frac{1}{201} \quad \frac{1501}{201} \quad \frac{667}{201} \quad \frac{4}{201} \quad x+6+5-x-\sqrt{18-3x-x^2}=4 \cdot (18-3x-x^2-4x^2-4\sqrt{18-3x-x^2}) + 56. \quad 56.$$

$$x^2+6x+6\sqrt{18-3x-x^2}-56=0. \quad x^2+3x+3\sqrt{18-3x-x^2}-28=0.$$

$$y+2+7=2(y+1)z. \quad y-2+7=2yz, \quad \frac{y+8}{2y+1} = \frac{\sqrt{x+6}+7}{2\sqrt{x+6}+1} = \sqrt{3-x} \quad y = \frac{18,10}{5}$$

$$y^2+z^2=9. \quad \frac{1,5}{4,5} = \frac{z}{\sqrt{3-x}} \quad \frac{3,5}{14,5} = \frac{3+7}{5+17} \quad \frac{1,5}{4,5} = \frac{1,5}{9,8}$$

$$x_{13} = 1,5; 18-4,5-2,25 = \frac{18-0,5-0,25}{11,25} = 11,5-0,25 = 11,25. \quad \frac{1,5}{4,5} = \frac{1,5}{9,8} \quad y=1, z=\frac{1}{3}=2+\frac{2}{3}$$

$$y=2, z=-\frac{9}{5}=1+ \quad y=3, z=\frac{10}{7}$$

$$x+6+3-x+49+14(\sqrt{x+6}-\sqrt{3-x})-2\sqrt{18-3x-x^2}=4(18-3x-x^2).$$

$$26\sqrt{18-3x-x^2}+98-58=4(18-3x-x^2) \quad \frac{14}{2(11)} = \frac{14}{6+51} = \Rightarrow 6=0,91-0,91=0$$

$$\frac{14}{2(11)} = \frac{14}{6+51} = \Rightarrow 6=0,91-0,91=0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x = \frac{-12 + \sqrt{898}}{8}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$3 - \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \geq 0.$$

$$\begin{array}{r}
 131 \\
 + 8010 \\
 \hline
 441 \\
 - 152 \\
 \hline
 289 \\
 - 152 \\
 \hline
 289
 \end{array}$$

$$\frac{34}{25} = \frac{\sqrt{16 - 4}}{2} = \frac{\sqrt{12}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\frac{CO}{CB} = CO = 3, \quad DE = 20.25$$

$$\frac{AD}{BD} = \frac{BO}{20}$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{1}{\ell\alpha}$$

$$x = -2 : (34 - 50) = \frac{63}{9} = 7$$

Angle A = 160° , Angle B = 120° , Angle C = 150°
 Angle D = 130° , Angle E = 140° , Angle F = 110°



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

