



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



- ① [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

- ② [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

- ★ 3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

- ④ [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- ⑥ [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

- ⑦ [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1

v_1 - первый член прогрессии,

q - ее знаменатель, v_i - i -ый

член прогрессии.

$$v_n = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \quad v_{10} = x+4, \quad v_{12} =$$

$$= \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$\text{Обозн: } x+3; \quad x+4 = \frac{x}{5}$$

$$v_{12} = v_n \cdot q^8 = \sqrt{(15x+6)(x-3)}^8 =$$

$$= q^8 \cdot \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

1.) $15x+6 \neq 0$:

$$q^8 = \sqrt{|x-3|^4} = |x-3|^2 \Rightarrow$$

$$q^4 = |x-3| \Rightarrow q^2 = \sqrt{|x-3|}$$

$$v_{12} = q^2 \cdot v_{10} = \sqrt{|x-3|} \cdot (x+4) =$$

$$= \sqrt{(15x+6)(x-3)} \Rightarrow x+4 = \sqrt{15x+6}$$

$$x+4 \Rightarrow x^2 + 8x + 16 = 15x + 6$$

$$x \rightarrow -\frac{q}{5}; \quad x^2 - 7x + 10 = 0. \quad x = \frac{7 \pm 3}{2} =$$

$$= 5; 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) 2x - 2x + 003 \quad x = 5$$

$$x \in \mathbb{Z}^+ : x^2 + 8x + 16 = -15x - 6 \quad | x^2 + 23x + 22 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{241} - 23}{2} \quad (x^2 - 4)$$

$$2) 15x + 16 = 0 \quad x = -\frac{16}{15}$$

$$\text{полагая } v_1 = v_2 = 0 \quad \text{и } d_1 = 0 \Rightarrow$$

$$v_1 = 0 = x + 4 \Rightarrow x = -4, \text{ что невозможно.}$$

$$\Rightarrow \text{тогда второе } x = 5; \quad \frac{\sqrt{241} - 23}{2}$$

$$\text{ответ: } x = 5; \quad \frac{\sqrt{241} - 23}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

Рассмотрим 2-е уравнение y -чл.

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}$$

• Заметим что:

$$\bullet \sqrt{225-z^2} \leq \sqrt{225} = 15$$

$$\bullet \text{ Если } y > 35: \quad \begin{matrix} 3y - 90 \geq 15 \\ |y-20| + 2|y-35| \end{matrix}$$

$$\bullet \text{ Если } 20 \leq y \leq 35: \quad \begin{matrix} y-20 + 2(35-y) = \\ = 50-y \geq 15. \end{matrix}$$

$$\bullet \text{ Если } y \leq 20: \quad \begin{matrix} 90-3y \geq 30 > 15. \\ |y-20| + 2|y-35| \end{matrix}$$

Значит, $\forall y \in \mathbb{R} \quad |y-20| + 2|y-35| \geq$

≥ 15 , причем равенство тогда и

только тогда, когда $y=35$.

$$\Rightarrow 15 \leq |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \leq 15.$$

Значит, оба этих выражения



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит $x=15$ и $z=0$, $y=35$.

Значит, в первом уравнении:

$$\sqrt{x+z} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2} =$$
$$= 2\sqrt{(x+4)(5-x)}.$$

отсюда: $-4 \leq x \leq 5$.

~~и далее~~

$$\sqrt{x+z} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{(x+4)(5-x)} - 6$$

1.) $\sqrt{x+z} \geq \sqrt{5-x} \Rightarrow x \geq -1$.

$$2\sqrt{(x+4)(5-x)} - 6 \geq 0 \Rightarrow$$

$$35 - 2x - x^2 \geq 9 \Rightarrow x^2 + 2x - 26 \leq 0.$$

~~и далее~~
 $\Rightarrow -1 - \sqrt{27} \leq x \leq -1 + \sqrt{27}$.

$$\sqrt{x+z} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{(x+4)(5-x)} - 6.$$

$$12 - 2\sqrt{(x+4)(5-x)} = 4(x+4)(5-x) + 36 -$$
$$- 24\sqrt{(x+4)(5-x)}$$

~~и далее~~ $t = \sqrt{(x+4)(5-x)} \Rightarrow$

$$2t^2 - 11t + 12 = 0. \Rightarrow t = \frac{11 \pm 5}{4} = 4; \frac{3}{2}.$$

$$\Rightarrow (x+4)(5-x) = 16; \frac{9}{4}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p.$$

Положим $t = \cos x \in [-1; 1]$.

$$\cos 3x = 4t^3 - 3t, \quad \cos 2x = 2t^2 - 1.$$

$$\text{Имеем } 4t^3 - 3t + 6t = (2t^2 - 1)3 + p$$

$$\Rightarrow 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p.$$

Положим $f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$.

Заметим что $f'(t) = 3(2t - 1)^2 \geq 0$

Имеем $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$, поэтому

f строго монот. возр.;

$$f(-1) = -10, \quad f(1) = 4 \Rightarrow$$

$$\forall t \in [-1; 1] \quad -10 \leq f(t) \leq 4.$$

Из-за непрерывности f имеем

$$-10 \leq p \leq 4. \quad \text{Также такое } p$$

возм., а другие p не возм.; значит

$$\boxed{-10 \leq p \leq 4}$$

Ответ: $-10 \leq p \leq 4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

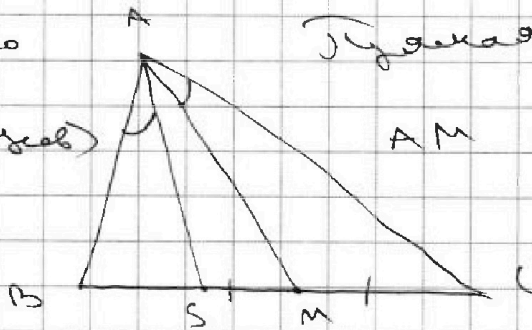
№4

Используем следующие известные факты.

Известный факт. (Симедианная теорема)

Пусть дан $\triangle ABC$, AM — его медиана.

(Очень важно
выводится
из теоремы Симедиа)



Теорема Симедианная

AM ортогональна

линии BC

Назовем ее симедианной теоремой;

пусть она пересекает BC в точке

S. Тогда $\frac{BS}{SC} = \frac{AB^2}{AC^2}$.

Переходим к задаче. континентал

По теореме о касательной и хорде $\angle BDC = \angle BED$

$\triangle BCD \sim \triangle BED$ (по 2 углам). Пусть

M — середина BD , M — к. (о — радиус).

кас. к ω_1, ω_2 а AB — хорд. ω_1

ω_1 и ω_2 , то $M \in AB$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{4-a^2}$ $\sqrt{\frac{25}{4}-a^2}$

$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{\frac{25}{4}-a^2}}{\sqrt{4-a^2}}$

$\sqrt{4-a^2} = \sqrt{25-a^2} \cdot 2$

$2 \cdot 1 =$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение

$$u + 10u$$

$$10u = 4 \cdot 22$$

$$u^2 + 2u^2 = 12$$

$$u - v = 2uv - 6$$

$$6^4 + 16 \cdot 131$$

$$\begin{array}{r} 131 \\ 64 \\ \hline 286 \end{array}$$

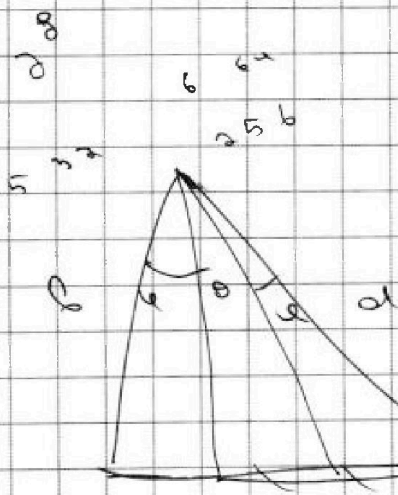
$$\begin{array}{r} 131 \\ 16 \\ \hline 286 \\ 101 \\ \hline 2096 \end{array}$$

$$\sqrt{12u} - \sqrt{5 - 1 - 32} + 6 = 10$$

$$(2\sqrt{3} \cdot 2x - x^2 + 2)$$

$$(2 - \sqrt{12u}) \cdot 4u$$

$$\frac{\sqrt{12u}}{2 - \sqrt{12u}} \cdot 4u$$



$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{6}{4}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{3}{2}$$

$$25 \cdot 0.8 = 2000$$

$$25 \cdot 8$$

$$8 \cdot 30$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 6

$a > b \Rightarrow a - c > b - c$.

Пусть $(a-c)(b-c) = p^2$, p — простое.

\Rightarrow либо $a-c = b-c = p$, либо

$a-c = p^2$, $b-c = 1$ либо $a-c = 1$, $b-c = p^2$,

~~$a-c = p^2$, $b-c = p^2$~~

~~$a-c = p^2$, $b-c = 1$~~

либо $a-c = b-c = -p$, либо

$a-c = -1$, $b-c = -p^2$, либо $a-c = -p^2$,

$b-c = -1$. $\forall c \in \mathbb{Z}$. $a-c > b-c$, то

либо $a-c = p^2$, $b-c = 1$ либо

$a-c = -1$, $b-c = -p^2$.

1.) Если $a-c = p^2$, $b-c = 1$ то

$a-c = a-b+1 = p^2 \Rightarrow a-b = (p-1)(p+1)$.

одно из чисел $p, p-1, p+1$ кратно 3

3. Если $3 \nmid p$ то одно из чисел

$p-1, p+1$ кратно 3 $\Rightarrow a-b \div 3$, что

невозможно. Значит $3 \mid p$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.1. К. p кратное то $p=3$.

значит $a-b=8 \Rightarrow a=b+8$.

$$a+b^2=820=b^2+b+8$$

$$b = \frac{-1 \pm \sqrt{52}}{2} = 28; -29$$

$$\Rightarrow (a; b; c) = (36; 28; 24);$$

$$(-21; -29; -30)$$

2.) Если $a-c = -1$, $b-c = -p^2$ то

$$b-a-1 = -p^2 \Rightarrow a-b = p^2-1$$

значит имеем $p=3$. \Rightarrow

$$a = 8+b; \text{ значит } b = 28; -29$$

$$\Rightarrow (a; b; c) = (36; 28; 34);$$

$$(-21; -29; -20)$$

Ответ: $(a; b; c) = (36; 28; 24);$

$(-21; -29; -30); (36; 28; 34); (-21; -29; -20)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

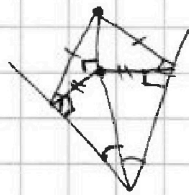
Заметим, что $d(B_1, AB) = d(B_1, BC)$, т.е.

B_1 равноудалена от AB, BC .

Пусть B_1', A_1' — проекции B_1, A_1 на
линию (ABC) ; т.к. B_1 — середина

ребра AC , то B_1' также

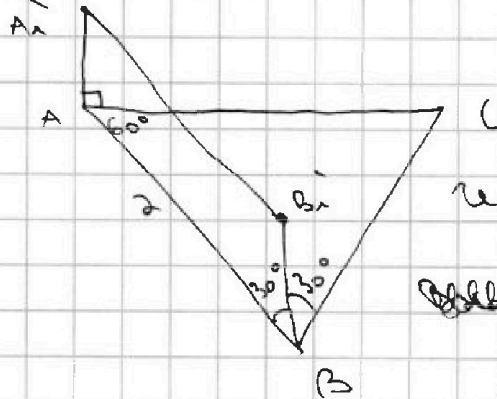
будет от них равноудалена;



значит, B_1' лежит
на биссектрисе $\angle ABC$.
↳ значит \angle

Решим 2 случая.

1.) B_1' лежит на внешней биссектрисе.



имеем $\angle B_1'BA = 30^\circ$.

~~AB || A1B1 || A1'B1~~

$AB = A_1B_1 = A_1'B_1 = 2$

$\Rightarrow AB, B_1', A_1'$ — параллельны \Rightarrow

$\angle A_1'AB = \angle BB_1'A_1' = 150^\circ \Rightarrow \angle A_1'AC =$

~~$= 180^\circ$~~ $\angle A_1'AB - \angle BAC = 90^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\Rightarrow d(A_1, A_1) = 2 = AA_1$. Значит,
исходная величина $d = AA_1 = \sqrt{2}$.

~~Решение: $d = \sqrt{2}$, $d = \sqrt{2}$~~

Снова заметим что $d = \sqrt{2}$
не может быть. Действительно,
 $d = \sqrt{2} \Rightarrow AA_1 = 2$. Но d — катет в
 $\triangle AA_1A$, а AA_1 — гипотенуза.

Значит мы пришли к противоречию

и $d \neq \sqrt{2} \Rightarrow d = 2$.

Ответ: $d = 2$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$35 - 2x - x^2 = 16; \frac{9}{4}$$

Значимым что $35 - 2x - x^2 \geq 9$ (см.

$$\text{далее}) \Rightarrow 35 - 2x - x^2 = 16 \Rightarrow$$

$$x^2 + 2x - 19 = 0 \Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{20}$$

$$x \geq -1 \Rightarrow x = 1 + \sqrt{20}$$

$$\text{2)} \sqrt{x+2} \leq \sqrt{5-x} \Rightarrow x \leq -1$$

$$2\sqrt{(x+2)(5-x)} - 6 \leq 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 26 \geq 0$$

$$\Rightarrow x \geq \sqrt{22} - 1; x \leq -1 - \sqrt{22}$$

~~Область значений~~

$$\text{Аналогично имеем } 35 - 2x - x^2 = 16; \frac{9}{4}$$

$$\text{и.к. } 35 - 2x - x^2 \leq 9 \text{ имеем}$$

$$35 - 2x - x^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow 140 - 8x - 4x^2 = 9$$

$$4x^2 + 8x - 131 = 0 \quad x = \frac{-8 \pm \sqrt{2096}}{8}$$

$$\text{выбираем } = \text{выбираем } \frac{-2 \pm \sqrt{131}}{2}$$

$$x = \frac{-2 + \sqrt{131}}{2} \quad \text{не подходит } (x \leq -1)$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2 - \sqrt{131}}{2} \Rightarrow$$

Ответ: $(x; y; z) = (1 + \sqrt{20}; 35; 0); \left(\frac{-2 - \sqrt{131}}{2}; 35; 0\right)$

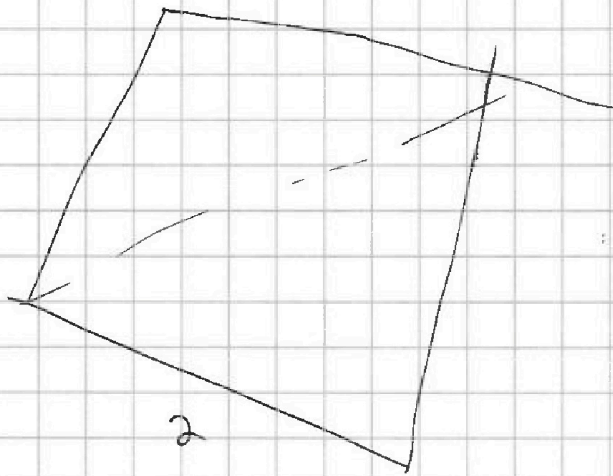


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

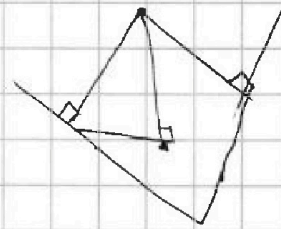
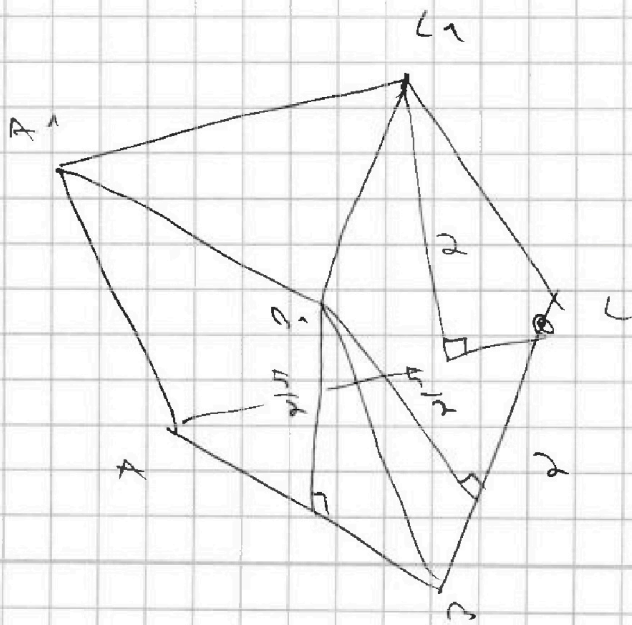
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{AA_1B_1B} = S_{AA_1C_1C} = 5$$

$$S_{AA_1C_1C} = 4$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(d \cdot e)^3 =$$

$$x_1^3 = p - 3.$$

$$(d^3 - 3d^2e + 3de^2 - e^3)(d - e) =$$

$$x_1^4$$

$$x_1 = \sqrt[3]{p-3}.$$

$$3x_1 =$$

$$(x - \sqrt[3]{p-3})^3 = x^3 - 3x^2\sqrt[3]{p-3} + 3x\sqrt[3]{(p-3)^2} - \sqrt[3]{(p-3)^3}$$

$$(d^3 - 2d^2e + e^2d - 3d^2 + 2e^2d - e^3) = d^3 - 3d^2e + 3e^2d - 3e^3$$

$$-4 \leq (0.5)x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p. \in \mathbb{Z}$$

$$p-3 \leq p \leq p+3$$

$$p \leq 10, \quad p \geq -10.$$

$$-10 \leq p \leq 10.$$

$$\cos x = t$$

$$\cos(x+2x) = \cos x \cdot \cos 2x - \sin x \sin 2x =$$

$$= \cos x \cdot (2\cos^2 x - 1) - 2\cos x \cdot \sin^2 x =$$

$$= 2t^3 - t - 2t(1-t^2) = 2t^3 - t - 2t + 2t^3$$

$$= 4t^3 - 3t.$$

$$4t^3 - 3t + 6t = 3(2t^2 - 1) + p.$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p.$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p, \quad t \in [-1; 1].$$

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 0$$

$$4t^2 - 4t + 1 = 0 = (2t - 1)^2 \quad f' \geq 0.$$

$$t = \frac{1}{2}.$$



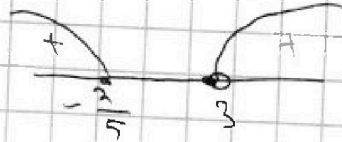
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x \in \mathbb{R}$



р.
ОДЗ: $x \neq 3$; $\frac{15x+6}{(x-3)^3} \geq 0$.

Вс.

$$v_{11} = v_1 \cdot d^3$$

$$v_{10} = v_1 \cdot d^0$$

$$v_{12} = v_1 \cdot d^{11}$$

$$x+4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot d^6 \geq 0$$

$$\sqrt{(15x+6)(x-3)} = d^8 \cdot \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

① $15x+6=0$.

$$x = -\frac{2}{5}$$

② $15x+6 \neq 0$.

$$\sqrt{|x-3|} = d^8 \cdot \sqrt{\frac{1}{|x-3|^3}}$$

$$|x-3|^2 = d^8$$

$$d^4 = |x-3|$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p = -10$$

$$t = -1$$

$$4t^3 - 10t^2 + 13t + 4t^2 - 10t + 3$$

$$4t^3 - 10t^2 + 13t + 3$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = (t+1)(4t^2 - 10t + 3) =$$

=

1	4
-1	-10

$$a = b \quad d = (a+b) \cdot c$$

$$b = c + 1, \quad d = p^2 + c = p^2 + p - 1.$$

$$d - b = (p-2)(p+1).$$

$$p = 1, p, p > 1$$

$$p = 3.$$

$$p = 3.$$

$$d =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

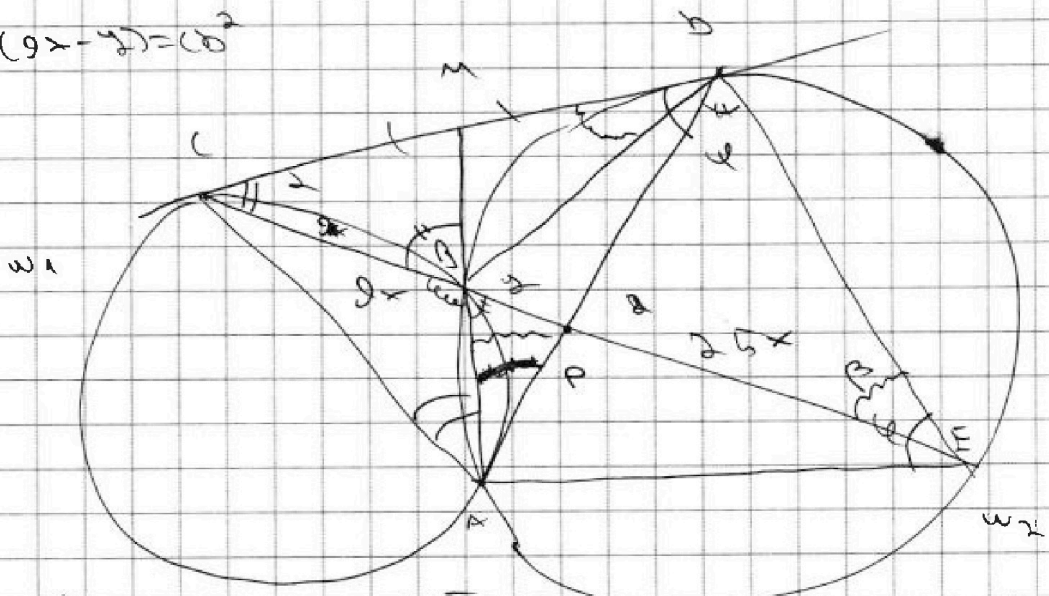
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
из

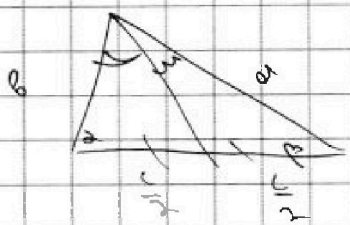
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$EB \perp CD$
 $34x \cdot (9x - 2) = CD^2$

$25 \times 2 = AP \cdot PB$



$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{11}{5} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \cdot \frac{25}{9} = \frac{AP}{AY} \cdot \frac{25}{9}$



$\frac{\sin 11}{\sin 2} = \frac{\sin 2}{\sin 11} = \frac{9}{10}$

$\frac{9}{11} = \frac{x}{\sin 11} \quad \sin 11 = \frac{11 \sin 2}{x}$

$\frac{25}{\sin \beta} = \frac{PB}{\sin \alpha}$

$\frac{25x}{\sin \alpha} = \frac{PB}{\sin \beta}$

$\frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sin \alpha} \cdot 25 = 9 \cdot \frac{\sin 2}{\sin \alpha}$



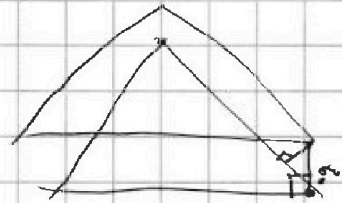
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = 4 - 6 + 3 + 3 = 4$$



$$f(-4) = -4 - 6 - 3 + 3 = -10.$$

$$\text{Im } f = [-10; 4].$$

$$-10 \leq f \leq 4.$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

$$4 \cdot \frac{1}{8} - 6 \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{2} + 3 =$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1$$

$\frac{df}{dx}$

$$\cos x = 1.$$

$$x = 2k\pi.$$

$$1 + 6 = 3 + 9$$

$$p = 4.$$

$$15 + 6$$

$$a - c = p$$

$$\sqrt{(15 + 6)(x - 3)} = (x + 4) \cdot \sqrt{|x - 3|}$$

$$\sqrt{|15 + 6|} = x + 4.$$

$$a - c = p^2$$

$$b - c = 1$$

$$|15 + 6| = x^2 + 8x + 16.$$

$$b - c = p^2$$

$$d - c = 2$$

$$x \in \mathbb{R}^2: -15 + 6 = x^2 + 8x + 16$$

$$x = 1$$

$$p = 4$$

$$x = -1$$

$$p = -10.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S_r < r n e^r \quad n < \frac{e}{a e - r n e^r} < \frac{e}{a e - r}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{8-2x-x^2+2}$$

$$|4-20| + |2\sqrt{8-35}| = \sqrt{225-2^2}$$

$$x^2 = 4$$

$$5 - 3z = 2 - x$$

$$\frac{e}{a e - r} = n e^r$$

$$-15 \leq z \leq 15$$

$$15 \geq -z \geq -15$$

$$\frac{e}{a e - r} = \frac{e}{a e - r} \cdot y^2 - 40y + 400 (y^2 - 40y + 1225) \cdot 4 +$$

$$+ 4(4-20|12-35|) = 225 - 2^2$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ 35 \\ \hline 1225 \\ 105 \\ \hline 1225 \\ 6 \\ \hline 6 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 600 \\ 500 \\ \hline 1000 \\ 25 \\ \hline 1025 \\ 25 \\ \hline 1050 \\ 80 \\ \hline 1130 \end{array}$$

$$\frac{e}{a e - r} = n e^r$$

$$5y^2 - 320y + 5300$$

$$y^2 - 8y = 60$$

$$\frac{e}{a e - r} = n e^r$$

$$= 300 - 40 = 260$$

$$0 = 279 - 76$$

$$y^2 - 8y = 60$$

$$50 + 10 = 60$$

$$\sqrt{\frac{e}{a e - r}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2z-z^2}$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}$$

$$-2-\sqrt{17} < -2-\sqrt{x^2} \quad 6-\sqrt{2x} > y$$

$$25 \sqrt{u \cdot v} \quad u, v$$

$$(x+4)(5-x-3z) = 5x - x^2 - 3zx + 35 - 2x - 2xz =$$

$$= -x^2 - 2x$$

$$\sqrt{225-z^2} \leq 15$$

$$z \leq 35$$

$$3z - 45 = 0$$

$$u-v-2v = -6$$

$$6 = 2uv + v - u =$$

$$3z - 90 = 15$$

$$121 - 96 = 25$$

$$y \leq 20$$

$$20 - 3z =$$

$$90 - 3z =$$

$$2x^2 - 11x + 12 = 0$$

$$\frac{11 \pm 5}{4} =$$

$$y-20 + 40 - 2y = 50 - y$$

$$4u^2v^2 - 22uv + 24 = 0$$

$$(x-5)(x+4) = x^2 + 2x - 35$$

$$12 - 24uv = 4u^2v^2 + 36 - 24uv$$